DIOPTRICAE
PARS TERTIA,
CONTINENS
LIBRVM TERTIVM,
DE
CONSTRVCTIONE MICROSCOPIORVM
TAM
SIMPLICIVM,
QVAM
COMPOSITORVM.

AVCTORE
LEONHARDO EVLERO.
ACAD. SCIENT. BORVSSIAE DIRECTORE VICENNALI ET SOCIO
ACAD. PETROP. PARISIN. ET LOND.

PETROPOLI,
Impensis Academiae Imperialis Scientiarum.
1771.

INDEX CAPITVM.

In Tomo III. contentorum.

INTRODVCTIO.

)(2 SECTIO

SECTIO PRIMA.

De Microſcopiis ſimplicibus.

SECTIO SECVNDA.

De Microſcopiis compoſitis, in quibus nulla imago realis occurrit.

SECTIO TERTIA.

De Microſcopiis compoſitis, in quibus vnica imago realis occurrit: quo omnia microſcopia hucusque vſitata ſunt referenda.

CAPVT I.

SECTIO QVARTA.

De Microſcopiis compoſitis, in quibus duae imagines reales occurrunt.



* *   * *   * *
*   *   *

Monendus eſt lector, pro littera z, quam in toto hoc opere ſemidiametrum campi apparentis deſignauimus, ſaepenumero et praeſertim in Tomo II. per errorem typographicum poſitam eſſe litteram ζ. Ceteros errores vel calculi, ſi qui irrepſerint, vel typographi ob temporis anguſtiam ipſi lectoris iudicio emendandos relinquere cogimur.

* *   * *   * *
*   *   *

LIBRI TERTII,
DE
CONSTRVCTIONE MICROSCOPIORVM
SECTIO PRIMA.
DE
MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS.

INTRODVCTIO.
DE
MICROSCOPIIS IN GENERE
VEL
PRAECEPTA GENERALIA CIRCA CONSTRVCTIONEM MICROSCOPIORVM.

Definitio.

§. 1.

Microſcopium eſt inſtrumentum dioptricum per quod *obiecta propinqua* multo maiora, quam nudis oculis, clare et diſtincte conſpicere licet, quodque vna pluribusue lentibus ſuper eodem axe conſtitutis conſtare ſolet.

Coroll. 1.

2. Quod ad magnitudinem viſam attinet, conſtat quidem idem obiectum, quo propius oculo ad-

 mo-

moueatur, ſub eo maiore angulo apparere; verum ſi nimis fuerit propinquum non ſine maxima confuſione conſpici poſſe; quare vt obiectum diſtincte appareat, per microſcopium ita debet repraeſentari, quaſi in iuſta ab oculo diſtantia exiſteret. Hinc quia oculus bene conſtitutus in diſtantia maxima diſtincte cernere ſolet; iuſtam illam diſtantiam, quam in primo libro poſuimus $= l$, perinde ac in libro de teleſcopiis infinitam aſſumemus.

Coroll. 2.

3. Siue igitur microſcopium vna ſiue pluribus lentibus conſtet, eae ita diſpoſitae eſſe debent, vt radii ex quolibet obiecti puncto per omnes lentes transmiſſi inter ſe reddantur paralleli, ideoque pro lente oculari diſtantia determinatrix poſterior fiat infinita; ex quo prior ipſi huius lentis diſtantiae focali erit aequalis.

Coroll. 3.

4. Multiplicatio autem, quam hic etiam littera m indicabimus, ita intelligi debet, vt obiectum, quod per microſcopium contemplamur, nobis ſub angulo m vicibus maiore appareat, quam ſi idem obiectum ad certam diſtantiam $= h$ remotum nudis oculis intueremur, quae diſtantia h vulgo octo digitorum aſſumi ſolet.

Coroll. 4.

5. Tum vero etiam lentes ita diſpoſitas eſſe oportet, vt repraeſentatio obiecti fiat ſatis diſtincta

ſeu

ſeu vt confuſio certum quendam limitem non excedat, quem in finem ſemidiameter confuſionis ſupra in genere inuentus infra certum limitem deprimi debet, praeterea vero etiam hanc repraeſentationem a margine colorato liberari conueniet, ac ſi fieri poteſt, omnis plane confuſio a diuerſa radiorum refractione oriunda tolli debebit.

Scholion.

6. Quando autem inſignis multiplicatio deſideratur, vix ac ne vix quidem effici poterit, vt claritas ad noſtrum arbitriam determinetur; quemadmodum id in teleſcopiis eſt factum, ſed plerumque pro maioribus multiplicationibus minore claritatis gradu contenti eſſe debemus; cui defectui autem remedium adferri ſolet, ipſum obiectum forti lumine illuminando, quod quia obiecta vicina in noſtra ſunt poteſtate, ſine difficultate fieri poteſt. Deinde etiam in id maxime eſt incumbendum, vt haec inſtrumenta perinde ac teleſcopia notabilem campum apparentem obtineant ſeu vt non nimis exigua portio obiecti obtutui repraeſentetur; quae portio non ſimpliciter per angulum ad lentem obiectiuam formatum definiri poteſt, quia etiam minima portiuncula, ſi lenti obiectiuae proxime admoueatur, ingentem angulum formare poſſet, ſed verus ſemidiameter huius portionis viſae, quem ſupra poſuimus $= \zeta$, in computum duci debet, deni-

que etiam cum diſtantia obiecti a lente obiectiua, quam ponimus $= a$, ab arbitrio noſtro pendeat, haec tractatio plurimum a praecedente diſcrepabit, ſiquidem non ſolum gradus claritatis, ſed etiam campi apparentis iudicium, longe aliam inueſtigationem requirat. Quamobrem in hoc primo capite formulas generales in primo libro inuentas ad has circumſtantias accommodari neceſſe erit ante, quam in ipſam conſtructionem microſcopiorum inquiramus.

Problema I.

7. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, ſingula elementa exhibere, quibus tam lentium diſpoſitio, quam earum interualla et diſtantiae focales determinantur.

Solutio.

Diſtantias determinatrices ſingularum lentium ſequenti modo conſpectui exponamus:

Diſtantiae.	*Diſtantiae.*
obiecti a lente $1^{ma} = a$	a lente 1ma ad imaginem $1^{mam} = \alpha$
ab imagin. 1ma ad lent. $2^{dam} = b$	a lente 2da ad imaginem $2^{dam} = \beta$
ab imagin. 2da ad lent. $3^{tiam} = c$	a lente 3^{tia} ad imaginem $3^{tiam} = \gamma$
ab imagin. 3^{tia} ad lent. $4^{tam} = d$	a lente 4ta ad imaginem $4^{tam} = \delta$
:	:
:	:
ab imag. penult. ad lent. vlt. $= l$	a lente vlt. ad imag. vltim. $= \lambda = \infty$

Hic

Hic ſcilicet intelligendum eſt a ſingulis lentibus imagines projici, ſiue eae ſint reales ſiue fictae, quarum diſcrimen, vti iam obſeruauimus, in eo eſt ſitum, vt imagines reales intra lentem, a qua formantur, et lentem ſequentem cadant; fictae vero extra hoc ſpatium.

Deinde vero quo commodius haec elementa inter ſe comparemus, litteras maiuſculas duplicis generis introducamus:

$$\alpha = A a;\ \beta = B b;\ \gamma = C c;\ \delta = D d;\ \varepsilon = E e \text{ etc.}$$
$$\tfrac{a}{b} = -P;\ \tfrac{\beta}{c} = -Q;\ \tfrac{\gamma}{d} = -R;\ \tfrac{\delta}{e} = -S \text{ etc.}$$

vbi litterarum A, B, C, D etc. vltima ſit $L = \infty$. litterarum vero P, Q, R etc. vltima ſit = Z intervallo inter binas vltimas lentes reſpondens. His litteris introductis omnia elementa ſequenti modo per primum a exprimentur

$$\alpha = A a;\ \beta = -\tfrac{AB}{P}.a;\ \gamma = \tfrac{ABC}{PQ}.a;\ \delta = -\tfrac{ABCD}{PQR}.a \text{ etc.}$$
$$b = -\tfrac{Aa}{P};\ c = \tfrac{AB}{PQ}.a;\ d = -\tfrac{ABC}{PQR}.a;\ e = \tfrac{ABCD}{PQRS}.a \text{ etc.}$$

et litterarum b, c, d etc. vltima $l = \mp \frac{ABC....K}{PQR...Z}.a$

et litterarum α, β, γ etc. vltima $\lambda = \pm \frac{ABC...L}{PQR..Z}.a = \infty$

ex quibus interualla lentium ita ordine repraeſentantur:

$$\text{I}^{mum}\ \alpha + b = A a (1 - \tfrac{1}{P});$$
$$\text{II}^{dum}\ \beta + c = -\tfrac{AB}{P} a (1 - \tfrac{1}{Q});$$

III.

$$\text{III}^{tium}\ \gamma + d = \tfrac{ABC}{PQ}.a(1 - \tfrac{1}{R});$$

$$\text{IV}^{tum}\ \delta + e = - \tfrac{ABCD}{PQR}.a(1 - \tfrac{1}{S});\ \text{etc.}$$

quae cum omnia debeant eſſe poſitiua, etiam quodlibet per praecedens diuiſum quotum dare debet poſitiuum, ſicque eſſe oportet

$$1^\circ.\ - \tfrac{B}{Q}.\tfrac{Q-1}{P-1} > 0;\quad 2^\circ.\ - \tfrac{C}{R}.\tfrac{R-1}{Q-1} > 0.$$

$$3^\circ.\ - \tfrac{D}{S}.\tfrac{S-1}{R-1} > 0;\quad 4^\circ.\ - \tfrac{E}{T}.\tfrac{T-1}{S-1} > 0;$$

etc.

quo denique diſtantias focales ſingularum lentium, quas litteris minuſculis, p, q, r, s, t etc. indicamus, concinnius exprimamus, litteras maiuſculas germanicas $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ etc. introducamus, ita, vt ſit

$$\mathfrak{A} = \tfrac{A}{A+1};\ \mathfrak{B} = \tfrac{B}{B+1};\ \mathfrak{C} = \tfrac{C}{C+1};\ \mathfrak{D} = \tfrac{D}{D+1}\ \text{etc.}$$

hincque viciſſim

$$A = \tfrac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{A}};\ B = \tfrac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}};\ C = \tfrac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}};\ D = \tfrac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}}\ \text{etc.}$$

ita, vt pro vltima harum litteram ſit

$$\mathfrak{L} = \tfrac{L}{L+1} = 1\ \text{ob}\ L = \infty;\ \text{et}\ L = \tfrac{\mathfrak{L}}{1-\mathfrak{L}} = \infty.$$

Ex his ergo litteris diſtantiae focales ita exprimentur:

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = - \tfrac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$

$$r = \tfrac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a;\ s = - \tfrac{ABC\mathfrak{D}}{PQR}.a\ \text{etc.}$$

vltimae autem lentis diſtantia focalis fiet $= l$.

Coroll.

Coroll. 1.

8. Litterae ergo A, B, C, D etc. ſingulis lentibus primae, ſecundae, tertiae etc. ordine reſpondent; at litterae P, Q, R etc. ad ſingula interualla, primum, ſecundum, tertium etc. ordine referuntur; quamob cauſſam numerus harum poſteriorum litterarum vnitate minor erit, quam priorum.

Coroll. 2.

9. Quatenus litterae P, Q, R etc. vt poſitiuae ſpectantur, imagines erunt fictae, ita, vt ſi omnes iſtae litterae eſſent poſitiuae, nulla imago realis in microſcopio occurreret, ſin autem omnes hae litterae eſſent negatiuae in ſingulis interuallis imago realis reperiretur; vnde quot fuerint imagines reales in teleſcopio, tot iſtarum litterarum valores ſortientur negatiuos.

Coroll. 3.

10. Cum iſtae litterae P, Q, R etc. per bina elementa ad lentes ſibi ſuccedentes pertinentia determinentur, ſi huiusmodi littera fuerit poſitiua, binorum elementorum, ex quibus oritur, alterum erit poſitiuum, alterum negatiuum, ſin autem talis littera fuerit negatiua, ambo elementa, ex quibus oritur, erunt poſitiua; quippe quia omnia interualla debent eſſe poſitiua.

Problema 2.

11. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum ſingularum imaginum, ſiue ſint fictae, ſiue reales, quantitatem definire hincque multiplicationem, quam inſtrumentum producit, aſſignare, tam pro repraeſentatione erecta, quam inuerſa.

Solutio.

Poſito ſemidiametro obiecti, quatenus id per microſcopium eſt conſpicuum, $= \zeta$, ſemidiametri ſingularum imaginum per ipſa elementa ſequenti modo ſupra ſunt expreſſi:

Semidiameter
imaginis primae $= \frac{\alpha}{a} . \zeta = A . \zeta$ (inuerſa)
- - - - ſecundae $= \frac{\alpha\beta}{ab} . \zeta = A B . \zeta$ (erecta)
- - - - tertiae $= \frac{\alpha\beta\gamma}{abc} \zeta = A B C . \zeta$ (inuerſa)
- - - - quartae $= \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{abcd} \zeta = A B C D . \zeta$ (erecta)
etc.

vnde imaginis vltimae ſemidiameter erit $= A B C \ldots . L . \zeta$ quae imago erit erecta, ſi litterarum A. B. C. . . . L numerus ſit par; inuerſa autem, ſi is ſit impar; quae vltima imago cum fiat obiectum viſionis, poſt vltimam lentem ad diſtantiam infinitam $\lambda = L\, l$ cadens, quam oculus circa vltimam lentem conſtitutus ideoque in diſtantia $L\, l$ contemplatur; ei apparebit ſub angu-

angulo A B C....K. $\frac{\zeta}{l}$. Vt nunc hinc multiplicationem, quae ſit $= m$, definiamus; iſtum angulum comparare debemus cum angulo, ſub quo ipſum obiectum ζ ad diſtantiam $= h$ oculo eſſet appariturum, qui angulus cum ſit $\frac{\zeta}{h}$; manifeſtum eſt, fore multiplicationem $m =$ A B C....K. $\frac{h}{l}$. An autem haec repraeſentatio futura ſit erecta, ſiue inuerſa; duo caſus ſunt perpendendi.

I. Si numerus lentium ideoque etiam litterarum A B C....L fuerit impar, vltima imago erit inuerſa; quae cum poſt oculum ad diſtantiam infinitam cadat, eam oculus ante ſe in ſitu erecto conſpiciet. Quare ſi in formula noſtra pro m inuenta numerus litterarum A. B. C.....K fuerit par; obiectum ſitu erecto cernetur, quatenus ſcilicet haec formula poſitiuum valorem obtinet.

II. Sin autem numerus lentium ideoque etiam litterarum A B C D....L fuerit par; facile intelligitur, contrarium locum habere debere. Quare ſi in expreſſione ipſius m numerus litterarum A B C....K fuerit impar; obiectum ſitu inuerſo cernetur, quatenus ſcilicet iſta expreſſio fuerit poſitiua.

Quodfi vero in fuperiores formulas litteras P Q R etc. introducamus; inuenietur

Semidiameter

imaginis primae $= \alpha . \frac{\xi}{a}$

- - - - fecundae $= P \beta . \frac{\xi}{a}$

- - - - tertiae $= P Q \gamma . \frac{\xi}{a}$

- - - - quartae $= P Q R \delta . \frac{\xi}{a}$

etc.

- - - - vltimae $= P Q R \ldots . Z . \lambda . \frac{\xi}{a}$

quae imagines omnes funt inuerfae, fiquidem iftae formulae valores habuerint pofitiuos. Quare cum hic omnis ambiguitas ceffet, haecque vltima imago ad diftantiam infinitam $= \lambda$ poft oculum cadat; oculus eam ante fe fitu erecto confpiciet fub angulo $=$ $P Q R \ldots . Z . \frac{\xi}{a}$; vnde fequitur, multiplicationem fore $m = P Q R \ldots . Z . \frac{b}{a}$ pro fitu erecto, fi fcilicet haec formula fuerit pofitiua; fin autem ea valorem habeat negatiuum; repraefentatio erit inuerfa; tum vero hoc cafu ipfam litteram m negatiue capi conueniet. Facile autem intelligitur, hanc pofteriorem expreffionem pro multiplicatione priori longe effe anteferendam; quia nulla ambiguitate laborat, eaque in fequentibus perpetuo vtemur.

Coroll.

Coroll. 1.

12. Quodſi ergo in locis imaginum realium diaphragmata conſtitui conueniat, ex his formulis ſtatim intelligimus, quantum foramen iis induci oporteat; poſtquam ſcilicet cognouerimus, quantam obiecti portionem, cuius ſemidiametrum hic vocamus $= \zeta$; inſtrumentum ſpectandam offerat.

Coroll. 2.

13. Si omnes litterae P, Q, R etc. fuerint poſitiuae ideoque nulla plane imago realis occurrat; tunc inſtrumentum ſemper obiecta ſitu erecto repraeſentabit; ſin autem vnica occurrat imago realis; ideoque vnica iſtarum litterarum fuerit negatiua; tum repraeſentatio ſemper fiet ſitu inuerſo; quo caſu ipſa littera *m* ſigno contrario in calculum introduci debebit; at ſi duae imagines reales locum habeant; repraeſentatio iterum erit erecta.

Coroll. 3.

14. Hinc adparet, quanti momenti ſit introductio harum litterarum P, Q, R, S etc. cum eae tam perſpicue diſtinctionem inter imagines reales et fictas commonſtrent, praecipue cum hunc tractatum aeque ac praecedentem de Teleſcopiis ſecundum imagines reales diuidi conueniat, quippe in quo eſſentiale diſcrimen inter diuerſa microſcopiorum genera continetur.

Problema 3.

15. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, ſi detur apertura primae lentis obiectiuae, per quam radii ex obiecti quaſi centro transmittantur, definire aperturas ſingularum lentium ad vlteriorem transmiſſionem neceſſarias & gradum claritatis, quo oculus obiectum contuebitur.

Solutio.

Ex principiis fundamentalibus ſupra ſatis expoſitis hae aperturae facillime definiuntur ex apertura primae lentis cognita; vnde ſemidiametri ſingularum aperturarum ſequenti modo per litteras P, Q, R etc. exprimentur:

Semidiameter aperturae

lentis primae $= x$

- - - ſecundae $= \frac{b}{\alpha}.\, x = \frac{1}{P}\, x$

- - - tertiae $= \frac{bc}{\alpha\beta}.\, x = \frac{1}{PQ}.\, x$

- - - quartae $= \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}\, x = \frac{1}{PQR}.\, x.$

etc.

vnde concludimus pro vltima lente requiri ſemidiametrum aperturae $= \frac{x}{PQR \ldots Z}$; cum autem ante inuenerimus $m = PQR \ldots Z.\, \frac{b}{a}$; erit iſta formula $= \frac{b}{ma}.\, x$. Tantam nempe aperturam lens ocularis ad mini-

minimum habere debet, vt radios per lentem obiectivam ingressos transmittat et cum nunc radii inter se sint paralleli, ii quasi penicillum radiosum repraesentabunt, qui a centro obiecti in oculum intrat; ex quo si semidiameter huius penicilli $\frac{bx}{ma}$ semidiametro pupillae aequaretur, tunc visio plena claritate frueretur; quatenus autem ista expressio minor est, quam semidiameter pupillae, eatenus gradus claritatis euadit minor. Vnde cum supra gradus claritatis littera y fuerit expressus, erit hic $y = \frac{bx}{ma}$, qui valor quoties fuerit minor semidiametro pupillae, qui circiter $\frac{1}{20}$ dig. aestimatur, toties claritas minor erit censenda, quam naturalis seu plena, vel potius in ratione duplicata, prouti per se est manifestum.

Coroll. 1.

16. Data igitur claritate y cum multiplicatione m reperitur $x = \frac{may}{b}$; vnde apertura lentis obiectiuae innotescit, quae, ceteris paribus, eo maior esse debet, quo maior fuerit distantia obiecti a lente obiectiua siue a. Cum igitur x a distantia focali lentis obiectiuae pendeat; hinc colligere licet, quomodo haec lens ratione distantiae a debeat esse comparata.

Coroll. 2.

17. Tam hinc, quam ex praecedente problemate etiam patet, quomodo multiplicatio m ad distan-

ſtantiam illam b, quae vulgo 8 dig. aſſumitur, refe-ratur; quandoquidem in hoc negotio multiplicationem m non abſolute definire licet; ſicque $\frac{m}{b}$ proprie id denotat, quod ſub notione multiplicationis menti offertur.

Problema 4.

18. Ex quotcunque lentibus microſcopium fue-rit compoſitum, momenta, quae a ſingulis lentibus ad campum apparentem conferuntur, earumque aper-turam definiunt, exponere locumque oculi aſſignare.

Solutio.

Ad hoc ſupra litteras peculiares in calculum introduximus, cum enim cuiusque lentis apertura ita ab eius diſtantia focali pendeat, vt certam eius par-tem ſuperare non debeat, ſemidiameter aperturae cu-iusque lentis poſt primam ſequenti modo per eius diſtantiam focalem eſt ſtabilita:

$2^{dae} = \pi q$; $3^{tiae} = \pi' r$; $4^{tae} = \pi'' s$; $5^{tae} = \pi''' t$ etc.

vnde ſi ſemidiameter obiecti conſpicui ſit $= \zeta$, voce-turque $\frac{\zeta}{a} = \Phi$, oſtendimus eſſe

$$\zeta = a\,\Phi = -\frac{\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi''''\text{ etc.}}{ma - b}\,ab$$

quod intelligendum eſt de ſitu erecto; pro inuerſo enim ſitu multiplicatio m negatiue accipi debet.

Nunc

Nunc autem quo facilius de quantitate campi iudicare queamus, fit aperturae maximae quam quaepiam lens, cuius diſtantia focalis fit v. gr. $= q$, recipere poteſt, ſemidiameter $= \xi q$, cuius ſcilicet haec lens foret capax, ſi eſſet vtrinque aequalis, denotante ξ vulgo $\frac{1}{4}$: pro ſingulis lentibus, quatenus minores habere poſſunt aperturas, introducamus nouas litteras et ponamus

$$\pi = -\mathfrak{q}\xi;\ \pi' = +\mathfrak{r}\xi;\ \pi'' = -\mathfrak{s}\xi;\ \pi''' = +\mathfrak{t}\xi \text{ etc.}$$

vt fiat

$$\zeta = a\Phi = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}+\mathfrak{t} \text{ etc.}}{ma-b} .\ a.\ b.\ \xi$$

in qua porro breuitatis gratia ponamus

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}+\mathfrak{t} \text{ etc.}}{ma-b} .\ b, \text{ vt fiat}$$

$$\zeta = a\Phi = Ma\xi \text{ ſeu } \Phi = M\xi;$$

quibus poſitis nouae hae litterae $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{t}$ etc. ſequenti modo ad ante introductas referentur:

1°. $\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (P-1)M$

2°. $\mathfrak{C}\mathfrak{r} = (PQ-1)M - \mathfrak{q}$

3°. $\mathfrak{D}\mathfrak{s} = (PQR-1)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}$

4°. $\mathfrak{E}\mathfrak{t} = (PQRS-1)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r} - \mathfrak{s}$.

etc.

quarum formarum differentiae etiam notatu dignae ſunt, nimirum

1°. $\mathfrak{C}\mathfrak{r} - \mathfrak{B}\mathfrak{q} = P(Q-1)M - \mathfrak{q}$

$$2^{\circ}.\ \mathfrak{D}\mathfrak{s} - \mathfrak{C}\mathfrak{r} = PQ(R-1)M - \mathfrak{r}$$
$$3^{\circ}.\ \mathfrak{C}\mathfrak{t} - \mathfrak{D}\mathfrak{s} = PQR(S-1)M - \mathfrak{s}.$$
etc.

Illarum igitur aequationum vltima ita erit expressa:

$$\mathfrak{L}\mathfrak{z} = (PQR \ldots Z - 1)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r} \ldots\ldots - \mathfrak{y}.$$
$$= \left(\frac{ma}{b} - 1\right)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r} \ldots\ldots - \mathfrak{y}.$$

Ante vero ostendimus esse $\mathfrak{L} = 1$; vnde fiet

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} \ldots\ldots + \mathfrak{z} = \left(\frac{ma}{b} - 1\right)M;$$

quae est ipsa illa aequatio, qua littera M determinatur. Nunc igitur superest, vt locum oculi seu eius distantiam post vltimam lentem, quam supra vocauimus $= O$, definiamus; quod quidem primo secundum lentium numerum ex superioribus repetamus:

Pro vna lente $O = \infty$.

Pro duabus lentibus

$$O = \frac{\mathfrak{B}b\pi}{\pi - \Phi} = \frac{\mathfrak{q}b}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = \frac{\mathfrak{q}q}{M} \cdot \frac{b}{ma}$$

Pro tribus lentibus

$$O = \frac{\mathfrak{C}c\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \frac{\mathfrak{r}c}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = \frac{\mathfrak{r}r}{M} \cdot \frac{b}{ma}$$

Pro quatuor lentibus

$$O = \frac{\mathfrak{D}d\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \frac{\mathfrak{s}d}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = \frac{\mathfrak{s}s}{M} \cdot \frac{b}{ma}$$

etc.

vnde

vnde concludimus pro lentium numero quocunque fore

diftantiam oculi $O = \frac{\mathfrak{z}.l}{Ma}.\frac{\mathfrak{b}}{m}$.

Coroll. 1.

19. Hinc igitur nouas determinationes pro aperturis fingularum lentium fumus confecuti, quas fcilicet adparitio campi poftulat et quae non funt confundendae cum fuperioribus, quas gradus claritatis poftulat, cuilibet autem lenti ea apertura, quae eft maior, tribui debet; vnde fequentes formulae probe funt obferuandae:

Semidiameter aperturae

Pro prima lente $= o.p\,\xi \ldots x$

fecunda ... $= \mathfrak{q}\,\xi\, q \ldots \frac{x}{P}$

tertia .... $= \mathfrak{r}\,\xi\, r \ldots \frac{x}{PQ}$

quarta .... $= \mathfrak{s}\,\xi\, s \ldots \frac{x}{PQR}$

vnde pro vltima lente $= \mathfrak{z}.\,\xi\, l. \ldots \frac{bx}{ma}$. vbi notetur, litteras $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$ etc. fractiones effe vnitate minores, quarum valores vnitatem fuperare nequeant.

Coroll. 2.

20. Si forte repraefentatio fuerit inuerfa, quo cafu, vt fupra iam monuimus, multiplicatio m negatiue accipitur feu $-m$ loco m fcribi debet, eo cafu

C 2 quo-

quoque ſingulis litteris q, r, ś, t ſignum negatiuum tribui debet, ita, vt tum fiat

$$M = \frac{q + r + ś + t}{ma + b} . h.$$

Coroll. 3.

21. Quoniam circumſtantiae quaedam poſtulare ſolent, vt pro vtroque caſu litterarum q, r, ś etc. vna vel altera negatiuum valorem ſortiri debeat; hoc praecipue, vti in teleſcopiis vidimus, in prioribus harum litterarum vſu venit; poſteriores vero ſemper poſitiuae atque adeo ipſi vnitati aequales tuto aſſumi poſſunt; ita, vt earum vltima certo pro vnitate haberi poſſit; ex quo perſpicuum eſt, diſtantiam oculi O ſemper fore poſitiuam, quoties poſtrema lens fuerit conuexa; ſin autem haec lens fuerit concaua, tum etiam diſtantia O prodibit negatiua.

Scholion.

22. Ceterum hic monendum eſt, cum in primo libro littera l vſurpata ſit ad iuſtam oculi diſtantiam ſignificandam, quae hic perpetuo vt infinita ſpectatur, hic eandem litteram longe alio ſignificatu adhiberi, ſiquidem hic ſemper ſignificat diſtantiam focalem lentis vltimae ſeu ocularis, quae eadem eſt diſtantia penultimae imaginis ante vltimam lentem; ex quo ſequitur, ſi vltima lens fuerit conuexa, penultimam imaginem certe ante eam repraeſentari debere;

bere; quocirca ante vltimam lentem certe imago realis esset casura. Hinc igitur perspicuum est, id quod supra non tam clare patebat, si nulla plane adsit imago realis, tum lentem vltimam conuexam esse non posse ideoque pro loco oculi distantiam O semper prodire negatiuam; pro quo casu etiam coacti fuimus peculiarem formulam pro margine colorato destruendo tradere, quae penitus diuersa est ab ea, quae locum habet, quoties quantitas O est positiua; quos ergo duos casus etiam hic seorsim tractari conueniet.

Problema 5.

23. Ex quotcunque lentibus microscopium fuerit compositum, si distantia oculi post vltimam lentem O prodierit positiua; destruere marginem coloratum, ex quacunque vitri specie singulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Quoniam hic solutionem ita generalem postulamus, quae etiam ad lentes ex diuersis vitri speciebus paratas pateat, rationem refractionis pro prima lente ponamus $= n$; pro secunda $= n'$, pro tertia $= n''$ etc. vti in superioribus libris fecimus atque hinc statuamus formulas differentiales, quibus dispersio radiorum exprimitur, sequenti modo

$$\frac{dn}{n-1} = N; \quad \frac{dn'}{n'-1} = N'; \quad \frac{dn''}{n''-1} = N'' \text{ etc.}$$

quibus notatis ſupra oſtendimus, pro deſtructione marginis colorati ſatisfieri debere huic aequationi:

$$0 = \frac{N'.b\pi}{Aa\Phi} + \frac{N''.c\pi'}{ABa\Phi} + \frac{N'''.d\pi''}{ABCa\Phi} + \frac{N''''.e\pi'''}{ABCDa\Phi} \text{ etc.}$$

quae aequatio ſi tam loco litterarum π, π' etc. quam loco b, c, d etc. valores ante aſſignati ſubſtituantur; tranſibit in hanc formam:

$$0 = \frac{N'.\mathfrak{q}}{P} + \frac{N''.\mathfrak{r}}{PQ} + \frac{N'''.\mathfrak{s}}{PQR} + \frac{N''''.\mathfrak{t}}{PQRS} \text{ etc.}$$

in qua aequatione terminus vltimus ita erit expreſſus $\frac{N^{\cdots\cdot}\mathfrak{z}.b}{ma}$.

Coroll. 1.

24. Patet ergo marginem coloratum tolli non poſſe, niſi vel litterarum $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{t}$ etc. vel P, Q, R etc. vna pluresue fuerint negatiuae; quia alioquin omnes termini eſſent poſitiui eorumque aggregatum nihilo aequari non poſſet.

Coroll. 2.

25. Si ergo nulla adſit imago realis, quod euenit, ſi omnes litterae P, Q, R etc. fuerint poſitiuae, tum neceſſario litterarum $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$ etc. vna vel altera debet eſſe negatiua; quae autem earum fuerint negatiuae, iis campus apparens diminuitur.

Problema 6.

26. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, ſi diſtantia oculi O prodeat negatiua,

tiua, ideoque oculus vltimae lenti immediate adplicari debeat, deſtruere marginem coloratum, ex quacunque vitri ſpecie ſingulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Manentibus iisdem, quae in praecedente problemate circa diuerſitatem vitri ſunt poſita, ſupra pro hoc caſu ſecundum lentium numerum peculiares formulae ſunt datae, quae ad noſtrum inſtitutum translatae ita ſe habent:

Pro vna lente $0 = 0$.

Pro duabus $0 = N(A+1)\mathfrak{q}$

Pro tribus $0 = N(A+1)B\mathfrak{r} - \frac{N'}{P}((B+1)\mathfrak{r}+\mathfrak{q})$

Pro quatuor

$$0 = N(A+1)BC\mathfrak{s} - \frac{N'}{P}((B+1)C\mathfrak{s}-\mathfrak{q}) + \frac{N''}{PQ}((C+1)\mathfrak{s}+\mathfrak{r})$$

Pro quinque

$$0 = N(A+1)BCD\mathfrak{t} - \frac{N'}{P}((B+1)CD\mathfrak{t}+\mathfrak{q}) + \frac{N''}{PQ}((C+1)D\mathfrak{t}-\mathfrak{r}) - \frac{N'''}{PQR}((D+1)\mathfrak{t}+\mathfrak{s})$$

Pro ſex lentibus

$$0 = N(A+1)BCDE\mathfrak{u} - \frac{N'}{P}((B+1)CDE\mathfrak{u}-\mathfrak{q}) + \frac{N''}{PQ}((C+1)DE\mathfrak{u}+\mathfrak{r}) - \frac{N'''}{PQR}((D+1)E\mathfrak{u}-\mathfrak{s}) + \frac{N''''}{PQRS}((E+1)\mathfrak{u}+\mathfrak{t})$$

Pro

Pro ſeptem lentibus

$$0 = N(A+1)BCDEF\mathfrak{v} - \frac{N'}{P}((B+1)CDEF\mathfrak{v}+\mathfrak{q}) + \frac{N''}{PQ}((C+1)DEF\mathfrak{v}-\mathfrak{r}) - \frac{N'''}{PQR}((D+1)EF\mathfrak{v}+\mathfrak{s}) + \frac{N''''}{PQRS}((E+1)F\mathfrak{v}-\mathfrak{t}) - \frac{N'''''}{PQRST}((F+1)\mathfrak{v}+\mathfrak{u})$$

quas formulas concinnius exhibere non licet ideoque iis quouis caſu oblato erit vtendum.

Problema 7.

27. Ex quotcunque lentibus microſcopium fuerit compoſitum, omnem plane confuſionem, quae ob diverſam radiorum refrangibilitatem praeter marginem coloratum eſt metuenda, ad nihilum redigere; ex quacunque vitri ſpecie ſingulae lentes fuerint paratae.

Solutio.

Introductis etiam litteris N, N′ etc. vti in praecedentibus problematibus eſt factum, aequatio in libro primo inuenta, cui eſt ſatisfaciendum, ſequenti modo generatim pro quouis lentium numero expreſſa reperietur:

$$0 = N.\frac{A+1}{A} - \frac{N'}{P}.\frac{B+1}{AB} + \frac{N''}{PQ}.\frac{C+1}{ABC} - \frac{N'''}{PQR}.\frac{D+1}{ABCD}$$

etc.

quae etiam hoc modo exhiberi poteſt

$$0 = N.\frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2}.\frac{1}{q} + \frac{N''}{P^2Q^2}.\frac{1}{r} + \frac{N'''}{P^2Q^2R^2}.\frac{1}{s} \text{ etc.}$$

vel

vel etiam, si libuerit, hoc modo

$$0 = N. \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{N'}{P} \cdot \frac{1}{A\mathfrak{B}} + \frac{N''}{PQ} \cdot \frac{1}{AB\mathfrak{C}} - \frac{N'''}{PQR} \cdot \frac{1}{ABC\mathfrak{D}} \text{ etc.}$$

Coroll. 1.

28. Cum productum omnium litterarum P, Q, R, S .... multiplicationem praebeat, si haec fuerit valde magna, termini huius aequationis mox fient tam parui, vt sufficiat binos vel ternos terminos initiales assumsisse ex quibus commode vel littera $\mathfrak{B}$ vel $\mathfrak{C}$ definiri poterit.

Coroll. 2.

29. Iam supra autem ostensum est, nisi litterae N, N′ etc. fuerint inter se diuersae, hanc vltimam aequationem nullo modo adimpleri posse; vnde eatenus tantum huic conditioni satisfieri poterit, quatenus lentes non ex eadem vitri specie conficiuntur.

Scholion.

30. Istud quidem tantum pro Telescopiis supra demonstrauimus, idem autem quoque pro casu praesente demonstrari potest hoc modo: Ad hoc scilicet vtamur prima forma nostrae aequationis in eaque litterae N inter se ponantur aequales, cuius singuli termini in duas partes discerpantur, vt prodeat haec forma:

 0 =

$$0 = 1 + \frac{1}{A} - \frac{1}{ABP} + \frac{1}{ABCPQ}$$
$$- \frac{1}{AP} + \frac{1}{ABPQ} - \frac{1}{ABCPQR} \text{ etc.}$$

quae per a multiplicata censeatur et cum sit ex elementis

$$a = \frac{\alpha}{A} = -\frac{Pb}{A} = -\frac{P\beta}{AB} = \frac{PQc}{AB} = \frac{PQ\gamma}{ABC} \text{ etc.}$$

hi valores successiue in nostra aequatione substituantur et aequatio nostra abibit in hanc formam

$$0 = a + \frac{\alpha + b}{A^2} + \frac{\beta + c}{A^2 B^2} + \frac{\gamma + d}{A^2 B^2 C^2} + \frac{\delta + e}{A^2 B^2 C^2 D^2} \text{ etc.}$$

vbi cum numeratores interualla lentium designent, denominatores vero omnes sint numeri quadrati, omnes isti termini necessario sunt positiui. Tantum de vltima parte solitaria dubium superesse posset, scilicet hic quousque hos terminos continuauimus, insuper adiungi deberet terminus $\frac{\varepsilon}{A\,B^2C^2D^2E^2}$ qui est casus quinque lentium, pro quo ε quidem est ∞; notandum autem est, esse etiam $E = \infty$. cum sit $\varepsilon = E\,e$ quo valore substituto istum terminum insuper adiungendum sponte euanescere manifestum est. Ceterum, vti iam saepius monuimus, etiam diuersa vitra adhibendo neutiquam necesse est, vt huic vltimae aequationi accuratissime satisfiat, cum iam satis praeclare nobis agatur, si modo eius valor satis exiguus reddi queat, id quod etiam de duabus praecedentibus aequationibus est tenendum; neque enim natura rei ipsa huiusmodi solutionem rigorosam permittit, cum nunquam sit spe-

ran-

randum, per experimenta valores litterarum N, N′ etc. ita exacte definiri posse, vt non notabiliter a veritate aberrent, et quia vnicam vitri speciem vsurpando semper coacti sumus hanc vltimam confusionem tolerare, si modo eam minorem reddere licuerit, id certe pro maximo lucro erit habendum.

Problema 8.

31. Ex quotcunque lentibus microscopium fuerit compositum, semidiametrum confusionis, quae a lentium apertura oritur, assignare totamque hanc confusionem infra datum limitem reducere, vt repraesentationi non amplius officiat.

Solutio.

Ad hoc praestandum nouae litterae λ, λ' etc. pro singulis lentibus in calculum sunt introducendae, quemadmodum in primo libro sufficienter est explicatum. Tum vero si singulas lentes ex peculiari vitri specie factas consideremus, expressio pro semidiametro confusionis supra inuenta litteris P, Q, R etc. adhibendis ad sequentem formam reuocabitur:

$$\frac{mx^3}{4a^2b}\Big(\mu\Big(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\Big)-\frac{\mu'}{A^3P}\Big(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3}+\frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\Big)$$
$$+\frac{\mu''}{A^3B^3PQ}\Big(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3}+\frac{\nu''}{C\mathfrak{C}}\Big)$$
$$-\frac{\mu'''}{A^3B^3C^3PQR}\Big(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3}+\frac{\nu'''}{D\mathfrak{D}}\Big)$$
$$+\frac{\mu''''}{A^3B^3C^3D^3PQRS}\Big(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^3}+\frac{\nu''''}{E\mathfrak{E}}\Big)\Big)\text{ etc.}$$

 quae

quae formula ſuccinctior reddetur diſtantias focales introducendo; cum enim ſit

$$\mathfrak{A} = \frac{p}{a};\ \mathrm{A}\mathfrak{B} = -\frac{\mathrm{P}q}{a};\ \mathrm{AB}\mathfrak{C} = \frac{\mathrm{PQ}r}{a};\ \mathrm{ABC}\mathfrak{D} = -\frac{\mathrm{PQR}s}{a}$$

etc.

his valoribus ſubſtitutis fiet noſtra formula

$$\frac{max^3}{4b}\left(\frac{\mu}{p^3}\left(\lambda + \frac{\mathfrak{A}^2}{\mathrm{A}}.\nu\right) + \frac{\mu'}{\mathrm{P}^4 q^3}\left(\lambda' + \frac{\mathfrak{B}^2}{\mathrm{B}}.\nu\right)\right.$$
$$\left. + \frac{\mu''}{\mathrm{P}^4\mathrm{Q}^4 r^3}\left(\lambda'' + \frac{\mathfrak{C}^2}{\mathrm{C}}.\nu''\right)\right) \text{ etc.}$$

Sit nunc limes, quem valor huius formulae ſuperare non debet, $= \frac{1}{4k^3}$, vbi notandum eſt, pro teleſcopiis ſupra ſumtum eſſe $k = 50$ circiter; quare ſi breuitatis gratia ponamus

$$\Lambda = \frac{\mu}{p^3}\left(\lambda + \frac{\mathfrak{A}^2}{\mathrm{A}}.\nu\right) + \frac{\mu'}{\mathrm{P}^4 q^3}\left(\lambda' + \frac{\mathfrak{B}^2}{\mathrm{B}}.\nu\right)$$
$$+ \frac{\mu''}{\mathrm{P}^4.\mathrm{Q}^4.r^3}\left(\lambda'' + \frac{\mathfrak{C}^2}{\mathrm{C}}.\nu''\right) \text{ etc.}$$

debebit eſſe $\frac{max^3}{b}.\Lambda < \frac{1}{k^3}$ vnde commodiſſime definitur ſemidiameter lentis obiectiuae $x < \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{b}{ma\Lambda}}$ ac ſi licuerit, formulam hanc Λ penitus ad nihilum redigere, tunc hunc ſemidiametrum x, nihil impedit, quominus tantum ſtatuamus, quam figura lentis obiectiuae permittit.

Corollarium.

32. Quando ergo hinc quantitas x fuerit definita; tum demum gradum claritatis aſſignare poterimus,

rimus, ex aequatione enim ſupra inuenta $y = \frac{hx}{ma}$ cognoſcimus ſemidiametrum penicillorum radioſorum, qui a ſingulis obiecti punctis in oculum transmittuntur, qui ad pupillam relatus gradum claritatis determinabit.

Coroll. 2.

33. De Teleſcopiis quidem vidimus, ſufficientem claritatis gradum produci, ſi modo y non multo minor ſit, quam $\frac{1}{50}$ dig. in microſcopiis autem nos plerumque multo minore claritate contentos eſſe oportebit.

Coroll. 3.

34. At ſi loco x valorem inuentum ſubſtituamus, pro gradu claritatis habebimus

$$y = \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{h}{ma}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\lambda}};$$

vnde intelligitur, quo longius obiectum a microſcopio remouere velimus, eo minore claritate obiectum eſſe appariturum; quae cauſſa eſt, vt in omnibus microſcopiis diſtantia obiecti a lente obiectiua tam exigua capi debeat.

Coroll. 4.

35. Ex vltima forma noſtrae expreſſionis manifeſtum eſt, ſi omnes lentes fuerint conuexae, ſeu litterae p, q, r etc. poſitiuae; omnes terminos litteras λ, λ', λ'' etc. continentes fore quoque poſitiuos;

 vnde,

vnde, cum litterae ν, ν', ν'' etc. ſint valde paruae, quantitas illa Λ nullo modo ad nihilum redigi poterit, ſin autem vna vel altera lens fuerit concaua, tum vtique fieri poterit, vt haec quantitas Λ euaneſcat.

Scholion.

36. Haec igitur formula praecipue litteris λ, λ', λ'' etc. conuenienter definiendis inſeruit, quandoquidem reliquae litterae iam per conditiones praecedentes plerumque ſuas determinationes adipiſcuntur. Meminiſſe autem oportet, quamlibet lentem ſibi adiunctum habere numerum λ, qui quidem vnitate minor eſſe nequit, ex quo cum binis diſtantiis determinatricibus ambae facies determinantur. Supra autem formulae pro radiis facierum iam ſunt datae, ſed eas in calculi commodum hic aliquantisper mutatas exhibeamus: Exemplo ſit lens prima, cuius diſtantiae determinatrices ſunt a et α, numerus autem iis adiungendus $= \lambda$, ex quibus binae eius facies ſupra ita ſunt definitae, vt ſit

$$\text{rad. fac. anter.} = \frac{a\alpha}{\alpha\varrho + a\sigma \pm \tau(a+\alpha)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. poſter.} = \frac{a\alpha}{a\varrho + \alpha\sigma \mp \tau(a+\alpha)\sqrt{\lambda - 1}}$$

Cum autem ſit $\alpha = \mathrm{A}\,a$. fient iſtae formulae

$$\text{rad. fac. ant.} = \frac{\mathrm{A}a}{\mathrm{A}\varrho + \sigma \pm \tau(1+\mathrm{A})\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. poſt.} = \frac{\mathrm{A}a}{\varrho + \mathrm{A}\sigma \mp \tau(1+\mathrm{A})\sqrt{\lambda - 1}}$$

Diui-

Diuidantur nunc numeratores et denominatores vtriusque fractionis per $1+A$ et cum ſit $\frac{A}{1+A} = \mathfrak{A}$ ideoque $\mathfrak{A}a = p$ et $\frac{1}{1+A} = 1 - \mathfrak{A}$, noſtrae formulae abibunt in ſequentes

$$\text{rad. fac. ant.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{rad. fac. poſt.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{\lambda - 1}}$$

vbi litterae ϱ, σ et τ ex ratione refractionis, quae cuilibet lenti conuenit, ſunt deſumendae, pariter atque litterae μ et ν vti in primo libro oſtendimus. Ne autem opus habeamus, eas inde depromere, tabulam ibi datam hic adiungamus:

n.	ϱ.	σ.	τ.	μ.	ν.	$\mu\nu$.
1.50	0.2858.	1.7143	0.9583.	1.0714.	0.2000.	0.2143.
1.51.	0.2653.	1 6956.	0.9468.	1.0420.	0.2065.	0.2151.
1.52.	0,2456.	1.6776.	0.9358.	1.0140.	0.2129.	0.2159.
1.53.	0.2267.	1.6601.	0.9252.	0.9875.	0.2196.	0.2168.
1.54.	0.2083.	1.6434.	0.9149.	0.9622.	0.2260.	0.2176.
1.55.	0.1907.	1.6274.	0.9051.	0.9381.	0.2326.	0.2182.
1.56.	0.1737.	1.6119.	0.8956.	0.9151.	0.2393.	0.2192.
1.57.	0.1573.	1.5970.	0.8864.	0.8932.	0.2461.	0.2199.
1.58.	0.1414.	1.5827.	0.8775	0.8724	0.2529.	0.2206.
1.59.	0.1259.	1.5689.	0.8689.	0.8525.	0.2597.	0.2214.
1.60.	0.1111.	1.5555.	0.8607.	0.8333.	0.2666.	0.2221.

Scho-

Scholion 2.

37. His principiis praemissis facile intelligitur, quomodo hanc de microscopiis doctrinam tractari et in sectiones subdiuidi conueniat, primo scilicet microscopia simplicia, quae vnica constant lente contemplabimur, idque duplici modo, prout huius lentis crassities negligitur vel eius ratio in calculo habetur. Deinde tria genera microscopiorum compositorum considerabimus, prouti in telescopiis fecimus in primo scilicet genere nulla prorsus occurret imago realis seu omnes litterae P, Q, R etc. erunt positiuae; in secundo autem genere vnica occurret imago realis ideoque vnica illarum litterarum negatiuum habebit valorem, quaecunque ea fuerit; in tertio denique genere duae imagines reales locum habebunt, sicque binae illarum litterarum, quaecunque eae fuerint, valores sortientur negatiuos. Plures autem imagines reales introducere prorsus foret superfluum. Notandum vero est, tam microscopia simplicia, quam composita primi et tertii generis obiecta situ erecto esse repraesentatura, dum microscopia composita secundi generis ea situ inuerso referent. Quamobrem haec tractatio quatuor sequentibus sectionibus absoluetur.

CAPVT

CAPVT I.

DE MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS, VNICA LENTE CONSTANTIBVS, TAM NEGLECTA LENTIS CRASSITIE, QVAM EIVS RATIONE HABITA.

Problema I.

§. 38.

Microſcopium ſimplex conficere, quod obiecta ſecundum datam rationem aucta repraeſentet, neglecta lentis craſſitie.

Solutio.

Sit multiplicatio praeſcripta $= m$, quae ſcilicet ad diſtantiam pro arbitrio aſſumtam h referatur, denotante h vulgo diſtantiam 8 dig. ſitque p diſtantia focalis lentis, quae ſola microſcopium conſtituit. Cum igitur eſſe debeat $\alpha = \infty$ erit quoque $A = \infty$; vnde fit $\mathfrak{A} = 1$ ideoque $a = p$, ita, vt diſtantia obiecti ante lentem praeciſe eius diſtantiae focali p aequalis eſſe debeat. Cum igitur ſit in genere $m = PQR \ldots Z.\frac{h}{a}$;

 pro

pro noſtro caſu, quo vnica adeſt lens, haec formula per omnes litteras P Q R ... Z debet diuidi; ita, vt fiat $m = \frac{b}{a}$; quod etiam hoc modo facillime oſtenditur, cum enim haec imago cadat ad diſtantiam $\alpha = A a$ eius ſemidiameter ſit $A \zeta$, exiſtente ζ ſemidiametro obiecti, haec imago ab oculo cernetur ſub angulo $\frac{\zeta}{a}$, dum idem obiectum ad diſtantiam b exiſtens nudo oculo appariturum eſſet ſub angulo $= \frac{\zeta}{b}$, ex quo ille angulus per hunc diuiſus ipſam dat multiplicationem, ita, vt ſit $m = \frac{b}{a}$; quare cum haec multiplicatio m ſit data, hinc colligitur $a = p = \frac{b}{m}$ ſicque tam diſtantia focalis lentis, quam diſtantia obiecti ante lentem per ſolam multiplicationem praeſcriptam determinatur, ex quo conſtructio microſcopii iam innoteſcit. Tantum igitur ſupereſt, vt reliquas conditiones eo pertinentes percurramus. Primo igitur ſit ſemidiameter aperturae huius lentis $= x$, quem deinceps ex confuſione determinari oportebit et ex problemate tertio Introd. patet, fore gradum claritatis $y = \frac{bx}{ma} = x$ ob $a = \frac{b}{m}$, quod quidem per ſe eſt perſpicuum, cum penicillus radioſus transmiſſus ipſi aperturae manifeſto ſit aequalis. Ex IVto probl. cum praeter lentem obiectiuam nulla alia adſit, litterae q, r, s etc. hic nullum locum inueniunt, at pro loco oculi hic habebimus $O = o$ ſiue oculum lenti immediate adplicari oportet; campusque apparens hic plane non de-

ter

terminatur, ita, vt vifus oculi nusquam terminetur. Ex Vto porro problemate intelligitur, hic nullum marginem coloratum effe pertimefcendum, quia is tantum a lentibus fequentibus producitur. VItum vero problema huc prorfus non pertinet. VIItum dein problema hanc dat aequationem $o = N.\frac{1}{p}$, quod cum fieri nequeat, haec confufio tolli omnino non poteft, fed potius eo maior fiet, quo minus erit p feu quo maior defideretur multiplicatio. Ex VIIIto denique problemate deducimus pro noftro cafu hanc aequationem:

$$\frac{max^3}{h} \cdot \frac{\mu}{p^3} (\lambda + \frac{\mathfrak{A}^2}{A} \cdot \nu) < \frac{1}{k^3}$$

quae ob $A = \infty$ et $ma = h$ abit in hanc:

$$\frac{\mu\lambda x^3}{p^3} < \frac{1}{k^3}; \text{ ex qua fit } x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu\lambda}}$$

ficque apertura lentis innotefcit fimulque etiam gradus claritatis; hocque modo omnia, quae ad microfcopium pertinent, funt definita.

Coroll. 1.

39. Cum igitur pro apertura lentis inuentus fit eius femidiameter $x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu\lambda}}$, euidens eft, vt claritatem, quantum fieri poteft, fine detrimento diftinctionis augeamus, fumi debere $\lambda = 1$ et quia μ non multum ab vnitate differt, fiet $x = y = \frac{p}{k}$ vnde cum fit circiter $k = 50$, nullum eft dubium, quin lens

 hanc

hanc aperturam admittat. Ante autem vidimus, esse $p = \frac{h}{m}$; ita, vt nunc habeamus $x = y = \frac{h}{km}$. Quare si statuamus $k = 48$ et $h = 8$ dig., erit $x = y = \frac{1}{6m}$ dig. sicque statim ac multiplicatio m supra 8 excurrat, gradus claritatis minor euadet eo, quem supra telescopiis conciliauimus.

Scholion.

40. Lens autem, quae tantum octies multiplicat, vix nomen microscopii meretur, cum distantia focalis p prodeat vnius digiti; interim tamen hinc videmus, semidiametrum aperturae non vltra $\frac{1}{48}$ dig. augeri debere, si quidem tanto distinctionis gradu frui velimus, quantus in telescopiis exigi solet. Experientia autem constat, huiusmodi lentibus multo maiorem aperturam tribui, neque adeo ad mensuram definiri solere, at vero etiam indidem constat, huiusmodi repraesentationes non mediocri confusione esse inquinatas; quod adeo etiam de omnibus microscopiis valet, quorum repraesentatio plerumque multo magis confusa est, quam in telescopiis tolerari solet. Quocirca videtur, dum de microscopiis agitur litterae k multo minor valor, quam 50, tuto tribui posse, quem adeo in quibusdam microscopiis non spernendis ne ad 20 quidem assurgere comperi. Interim tamen nullum est dubium, quin haec instrumenta multo maiorem vtilitatem sint allatura, si a tam notabili confusio-

fuſione liberari queant, quare hic quidem litterae k valorem 20 ſum aſſignaturus; nullam tamen occaſionem praetermittam, quoties fieri licuerit, hunc confuſionis gradum diminuendi.

Coroll. 2.

41. Sumto ergo $k = 20$ ſemidiameter aperturae microſcopii debebit eſſe $x = \frac{2}{5m}$ dig. cui cum menſura claritatis ſit aequalis, ſtatim atque m ſuperat 8; quo caſu fit $y = \frac{1}{20}$ dig., non amplius obiecta plena claritate videmus, ſed quo maior fuerit ratio $m : 8$, eo minore claritate contenti eſſe debemus.

Coroll. 3.

42. Quia autem ne tanta quidem claritas eſt exſpectanda, niſi capiatur $\lambda = 1$; patet, quanti interſit, lenti microſcopicae debitam figuram tribuiſſe, et cum ſit $\mathfrak{A} = 1$ hanc lentem ita conſtrui conueniet, vt ſit radius faciei anterioris $= \frac{p}{\varrho}$; et poſterioris $= \frac{p}{\sigma}$. Si enim lente vtrinque aeque conuexa vti vellemus, confuſio vltra dimidium fieret maior.

Scholion.

43. Quo igitur conſtructio huiusmodi microſcopiorum pro qualibet multiplicatione facilius et clarius perſpiciatur, tabulam hic ſubiungamus, in qua pro praecipuis valoribus litterae m primo diſtantiam ob-

iecti a lente, quae eadem eſt eius diſtantia focalis, exhibeamus; deinde vero radios vtriusque lentis faciei in digitis expreſſos duabus columnis deſignemus; tum vero ſemidiametrum aperturae et gradum claritatis ita aſſignemus, vt poſita claritate plena $= 1$, et pupillae ſemidiametro $= \frac{1}{20}$ dig. gradus claritatis per $20\,y = \frac{8}{m}$ exprimatur, etiamſi proprie quadratum huius fractionis ſumi deberet, quoniam claritas pendet non a diametro penicillorum, ſed a tota eorum craſſitie. Quod autem ſemel monuiſſe ſufficit. Pro refractione autem vitri ſumamus $n = 1,55$, vt ſit

$$\varrho = 0,1907;\ \sigma = 1,6274, \text{ eritque}$$

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 5,2416.p = 41,9328.\frac{1}{m} \\ \text{poſter.} = 0,6145.p = 4,9160.\frac{1}{m} \end{cases}$$

ob $p = \frac{8}{m}$ digit. $= a$; tum vero eſt ſemidiameter aperturae $x = \frac{2}{5m}$ dig. et menſura claritatis, vt modo vidimus, $= \frac{8}{m}$; vnde facile ſequens tabula conficitur:

Multi-

Multiplic.	dist. focalis	Rad. faciei anter.	Rad. faciei poster.	semid. apert.	Mens. clarit.
10	0,800	4,193	0,492	0,040	0,800
20	0,400	2,096	0,246	0,020	0,400
30	0,266	1,398	0,164	0,013	0,266
40	0,200	1,048	0,123	0,010	0,200
50	0,160	0,839	0,098	0,008	0,160
60	0,133	0,699	0,082	0,006	0,133
70	0,114	0,599	0,070	0,006	0,114
80	0,100	0,524	0,062	0,005	0,100
90	0,088	0,466	0,055	0,004	0,088
100	0,080	0,419	0,049	0,004	0,080
120	0,066	0,349	0,041	0,003	0,066
140	0,051	0,299	0,035	0,003	0,057
160	0,050	0,262	0,031	0,002	0,050

Hinc euidens est, has multiplicationes vlterius continuari non posse, cum tam radii facierum lentis nimis fierent exigui, quam vt in praxi elaborari possint; tum vero apertura tam parua fieri deberet, vt ob defectum claritatis obiecta vix conspici possent. Ceterum cum apertura harum lentium tam exigua esse debeat, eas quoque ipsas tam paruas conficere licebit, vt earum crassities prae distantia focali, quantumuis ea parua fuerit, sine errore negligi queat; quia scilicet in his lentibus eadem, ac in maioribus, ratio est; tenuissimas nempe has lentes elaborari oportet, vt margines circumquaque inter se quasi conueniant. Cum autem plerumque his lentibus multo maior

maior craſſities tribui ſoleat, quae ad diſtantiam focalem ſatis notabilem teneat rationem eamque adeo ſuperet, vti fit in globulis vitreis, qui loco huiusmodi lenticularum vſurpari ſolent; operae vtique pretium erit in determinatione talium microſcopiorum craſſitiei rationem habere.

Problema 2.

44. Si lentis craſſitiem negligere non liceat, microſcopia conficere, quae obiecta ſecundum datam rationem aucta repraeſentent.

Solutio.

Ad hoc problema ſoluendum conſideretur ſolutio problematis in L. I. §. 326 allati, cuius ſolutio huc transferetur, ſtatuendo $O = \alpha + l = 0$ ita, vt ſit $l = -\alpha$, exiſtente $\alpha = \infty$, vti hic aſſumimus. Tum igitur ſi diſtantia obiecti ante lentem ſit $= a$; craſſities lentis $= v$ radius faciei anterioris $= f$ et poſterioris $= g$; introducta quantitate adhuc indefinita $= k$, has ibi inuenimus formulas:

$$f = \frac{(n-1)a(k+v)}{k+v+2na};\ g = \frac{(n-1)(v-k)}{2n};$$

quibus lens determinatur. Quodſi nunc ponatur $\frac{k-v}{k+v} = i$, definiuimus ibi multiplicationem

$$m = -\frac{1}{i} \cdot \frac{h}{a} = \frac{v+k}{k-v} \cdot \frac{h}{a}.$$

Deinde ſi aperturae ſemidiameter in faciei anteriore ſit x, in faciei poſteriore ea debet eſſe non minor, quam

quam $i x = \frac{v-k}{v+k} x$, proditque gradus claritatis

$$y = -i x = \frac{v-k}{v+k} \cdot x.$$

Poſtea vero pro ſemidiametro confuſionis inuenta eſt ſequens formula:

$$+\tfrac{1}{4} i x^3 \frac{n}{2(n-1)^2} \left(\left(\frac{n}{a} + \frac{2}{k+v} \right) \left(\frac{1}{ia} + \frac{2}{k-v} \right)^2 - \frac{2}{k-v} \cdot \frac{4}{(k+v)^2} \right)$$

cuius valor non ſuperare debet limitem ante conſtitutum $\frac{1}{4k^3}$, exiſtente $k = 20$; reducitur autem ea ad hanc formam:

$$\frac{n}{8(n-1)^2} \cdot \frac{x^3}{k+v} \left(\left(\frac{n}{a} + \frac{2}{k+v} \right) \left(\frac{k+v}{a} + 2 \right)^2 \cdot \frac{1}{k-v} - \frac{8}{(k+v)^2} \right)$$

vnde colligitur ſequens aequatio

$$\frac{n}{2(n-1)^2} \cdot x^3 \left(\frac{n(k+v)}{a^3(k-v)} + \frac{4n+2}{a^2(k-v)} + \frac{4n+8}{a(k^2-v^2)} + \frac{16 \cdot v}{(k+v)^3(k-v)} \right) = \frac{1}{k^3}.$$

ex qua quantitas x definiri poterit. Porro ſupra locus oculi ita erat definitus, vt nunc fiat $O = \frac{(v-k)v}{n(v+k)}$, vnde conſpicietur in obiecto portio, cuius ſemidiameter $\zeta = \frac{na}{v} \cdot \frac{v-k}{v+k} \cdot x$; Vt margo coloratus tolleretur, deberet eſſe $k = \infty$, ſiquidem $O > 0$; at cum prodeat $O < 0$; debet eſſe $k = -2a - v$ et cum pro hac confuſione penitus tollenda deberet eſſe

$$(\alpha + v)(a + \alpha + v) = 0;$$

ob $\alpha = \infty$ euidens eſt, hanc confuſionem fore enormem.

Coroll. 1.

45. Cum inuenerimus $\frac{k+v}{k-v} : \frac{b}{a} = m$; vt hic valor sit positiuus siue repraesentatio erecta, necesse est, vt quantitas k extra limites $+v$ et $-v$ contineatur, si enim intra hos limites contineretur, multiplicatio m prodiret negatiua ideoque repraesentatio inuersa, dum scilicet imago realis intra lentem formaretur.

Coroll. 2.

46. Duo ergo sunt casus considerandi, quibus multiplicatio m fit positiua, alter, quo non solum $k > 0$, sed etiam $k > v$; tum facies lentis anterior erit conuexa, posterior vero concaua et $m > \frac{b}{a}$; altero vero casu, quo $k < 0$ simulque $k < -v$ siue posito $k = -l$, si fuerit $l > v$ erit

$$f = \frac{(n-1)a(l-v)}{l-v-2na} \text{ et } g = \frac{(n-1)(l+v)}{2n};$$

ideoque facies posterior semper conuexa; anterior vero concaua, nisi sit $l > v + 2na$ nam si $l > v + 2na$ etiam anterior facies erit conuexa; hocque porro casu erit $m < \frac{b}{a}$.

Coroll. 3.

47. Quod ad locum oculi attinet, pro quo est

$$O = \frac{(v-k)v}{n(v+k)}, \text{ quia } \frac{k+v}{k-v}$$

est

eſt quantitas poſitiua, ſcilicet

$= \frac{ma}{b}$, erit $O = -\frac{vb}{mna}$

ideoque ſemper negatiuus propter lentis craſſitiem, neque hic valor euaneſcet, niſi ſimul lentis craſſities fuerit euaneſcens.

Coroll. 4.

48. Pro gradu vero claritatis haec expreſſio eſt notatu digna, quod ſit $my = \frac{bx}{a}$ ideoque $y = \frac{bx}{ma}$, vnde patet craſſitiem lentis in gradu claritatis nihil mutare, ſi ſcilicet pro eadem multiplicatione m apertura x eundem adipiſcatur valorem.

Coroll. 5.

49. Cum priori caſu, quo erat $v = 0$, campus apparens fuiſſet indefinitus, hic ob lentis craſſitiem ita determinabitur, vt ſit $m\zeta = \frac{nbx}{v}$ ſiue $\zeta = \frac{nbx}{mv}$ vnde patet, quo minor fuerit craſſities, eo maiorem futurum eſſe campum, ac ſi loco x introducatur claritas y, prodibit $\zeta = \frac{nay}{v}$, ita, vt pro eadem craſſitiei ratione ad diſtantiam a ſemidiameter campi ſit claritati proportionalis.

Scholion 1.

50. Quoniam hic duo caſus principales conſiderandi veniunt, alter, quo $k > v$; alter vero quo

$l > v$,

$l > v$, existente $l = -k$ pro priore aequatio confusionem reddens insensibilem in solutione est exhibita; pro posteriore vero ea ita se habebit:

$$\frac{n}{2(n-1)^2}.x^3\left(\frac{n(l-v)}{a^3(l+v)} - \frac{4n+2}{a^2(l+v)} + \frac{4n+8}{a(l^2-v^2)}\right.$$
$$\left. + \frac{16.v}{(l-v)^3(l+v)}\right) = \frac{1}{k^3}.$$

Quodsi nunc etiam multiplicationem m introducamus, litteram vero l vel k eliminemus; haec aequatio induet hanc formam:

$$\frac{n}{2(n-1)^2.a^2b}.x^3\left(mn - \frac{(2n+1)(b-ma)}{v}\right.$$
$$\left. + \frac{(n+2)(b-ma)^2}{mv^2} + \frac{(b-ma)^4}{m^3av^3}\right) = \frac{1}{k^3}.$$

quae si breuitatis gratia ponatur $\frac{b-ma}{v} = s$ induet hanc formam:

$$\frac{n}{2(n-1)^2a^2b}x^3\left(mn - (2n+1)s\right.$$
$$\left. + \frac{(n+2)s^2}{m} - \frac{s^3}{m^2} + \frac{bs^3}{m^3a}\right) = \frac{1}{k^3}.$$

quae porro mutatur in hanc

$$\frac{n}{2(n-1)^2.a^2b}.x^3\left(m\left(1-\frac{s}{m}\right)^2\left(n-\frac{s}{m}\right) + \frac{bs^3}{m^3a}\right)$$

quae ad quoduis casus multo facilius adplicabitur. Ceterum cum inter binos casus memoratos quasi medius sit $k = \infty$, ponamus $k = \infty$ eritque

$$f = (n-1)a;\ g = \infty;\ m = \frac{b}{a};\ y = +x;$$
$$O = -\frac{v}{4};\ \zeta = \frac{nax}{v};$$

prae-

praeterea vero haec habebitur aequatio resoluenda $\frac{n^2 x^3}{2a^3(n-1)^2} = \frac{1}{k^3}$ vnde colligitur $x = \frac{a}{k} \sqrt[3]{\frac{2(n-1)^2}{n^2}}$ ita, vt hic valor notabiliter minor sit, quam in problemate primo, quia in problemate primo facies anterior fere fuerat plana, hic casus inde oritur, si illa lens inuerteretur, quo facto ea sine dubio multo minorem aperturam pateretur ceterum et ideo est notatu dignus, quod crassities lentis neque in multiplicatione neque in confusione quidquam mutet.

Scholion 2.

51. Quoniam nostrum institutum non est, omnes casus possibiles pertractare, sed eos tantum, quibus vnam saltem vel plures excellentes qualitates lenti tribuere licuerit, hic vnicus ille casus in problemate memoratus potissimum attentione nostra dignus videtur, quo marginis colorati est expers; quod vti vidimus euenit, si capiatur $k = -2a - v$: Interim tamen quaedam quasi necessitas nos cogit eum quoque casum euoluere, quo loco lenticulae globulus vitreus integer vsurpari solet, quandoquidem huiusmodi microscopia facillime parantur et frequenter in vsum sunt vocatae; quamobrem his duobus casibus duo sequentia huius capitis problemata destinamus.

Problema 3.

52. Non negleсta lentis craſſitie eaque adeo data, microſcopium conſtruere, quod in data ratione multiplicet ſimulque obiecta ſine margine colorato repraeſentet.

Solutio.

Cum ob craſſitiem diſtantia oculi O ſemper prodeat negatiua, ideoque oculum lenti immediate adplicari oporteat, vt margo coloratus ad nihilum redigatur, iam vidimus capi debere $k = -2a - v$; vnde ambo radii lentis ita erunt expreſſi

$$f = -a \text{ et } g = \frac{(n-1)}{n}(a+v),$$

ita, vt prima facies ſit concaua et in ipſo eius centro obiectum collocari debeat; vnde radii in prima facie nullam plane refractionem patientur; deinde pro multiplicatione habebimus hanc aequationem $m = \frac{h}{a+v}$ vnde cum m detur, colligitur $a + v = \frac{h}{m}$; pro claritatis autem gradu erit $y = \frac{a+v}{a}x$ vnde ſi vt ſupra ſemidiameter pupillae aeſtimetur $\frac{1}{20}$ dig., menſura claritatis aeſtimari poterit $20y = \frac{20(a+v)}{a}x$, cum ſcilicet x in digitis exprimitur. Pro loco oculi autem reperitur $O = -\frac{(a+v)v}{na}$ quae cum ſit negatiua, oculum lenti immediate adplicari oportet. Quia aperturae faciei anterioris ſemidiameter poſitus eſt $= x$; in facie poſteriore is erit $= \frac{a+v}{a}.x$; qui eſt ipſe valor ipſius y.

Hinc

Hinc pro campo apparente erit $\zeta = \frac{n(a+v)}{v} x$. Denique vt ex conditione diſtinctionis quantitas x definiatur, vtamur prima aequatione, quae ob

$$i = \frac{k-v}{k+v} = \frac{a+v}{a} \text{ et } k + v = -2a;$$

$$k - v = -2(a+v); \text{ hincque } \frac{1}{ia} + \frac{2}{k-v} = 0,$$

$$\text{et } (k-v)(k+v)^2 = -8a^2(a+v)$$

abit in hanc

$$\frac{n}{2(n-1)^2} \cdot \frac{x^3}{a^3} = \frac{1}{k^3}, \text{ ex qua elicitur}$$

$$x = \frac{a}{k} \sqrt[3]{\frac{2(n-1)^2}{n}},$$

ex quo valore reliqua omnia determinantur.

Exemplum.

Statuamus craſſitiem $v = a$ ſitque vitrum commune, cuius refractio $n = 1,55$ ac reperietur

$$x = 0,73081 \cdot \frac{a}{20} = 0,0365 \cdot a$$

poſito ſcilicet $k = 20$, vt ante; cum autem multiplicatio m detur ideoque ſit

$$a = \frac{h}{2m} \text{ erit } x = 0,0183 \cdot \frac{h}{m};$$

vnde ſequens conſtructio colligitur

I°. Diſtantia obiecti a lente $a = \frac{h}{2m}$.

II°. Radius faciei anterioris $= -a = -\frac{h}{2m}$.

III°. Craſſities lentis $v = \frac{h}{2m}$.

IV°.

IV°. Rad. faciei pofter. $= \frac{n-1}{n} \cdot \frac{h}{m} = 0, 35484 \cdot \frac{h}{m}$.

V°. Semidiameter aperturae anter. $= 0, 0183 \cdot \frac{h}{m}$.

VI°. Semidiameter aperturae pofter. $= 0, 0366 \frac{h}{m}$.

VII°. Menfura claritatis $0, 732 \frac{h}{m}$ feu fumto $h = 8$ dig.; erit ea menfura $= \frac{5,856}{m}$.

VIII°. Semidiameter fpatii vifi in obiecto $\zeta = 2nx = 0, 1135 \cdot \frac{h}{m}$.

quae quo facilius cum cafu problematis primi comparari queant, euoluamus cafum, quo multiplicatio $m = 100$ et fumto $h = 8$ digitor. fequentes prodibunt determinationes.

1°. Diftantia obiecti a lente $= 0, 04$ dig.
2°. Radius faciei anterioris $= - 0, 04$. dig.
3°. Craffities lentis $= 0, 04$ dig.
4°. Radius faciei pofter. $= 0, 0284$. dig.
5°. Semidiameter apert. anter. $= 0, 0015$. dig.
6°. Semidiameter apert. pofter. $= 0, 0030$. dig.
7°. Menfura claritatis $0, 0585$. dig.
8°. Semidiameter fpatii vifi in obiecto $= 0, 009$. dig.

Scholion.

53. Haec ergo microfcopia multo funt inferiora praecedentibus, vbi craffities erat minima, neque ergo cuiquam in mentem veniet, huiusmodi microfcopia conficere.

Pro-

Problema 4.

54. Si loco lentis adhibeatur globulus vitreus conſtructionem microſcopii deſcribere, quod datam multiplicationem producat.

Solutio.

Hic ergo erit 1°. $f = g$; tum vero 2°. $v = 2f$. Ex priore conditione ſtatim colligimus

$\frac{a(k+v)}{k+v+2na} = \frac{v-k}{2n}$ vnde ſequitur $k^2 + 4nak = v^2$.

Cum autem porro ſit $v = 2f$, valor ipſius g dabit

$$f = \frac{(n-1)(2f-k)}{2n} \text{ ſiue } 2f + (n-1)k = 0$$

vnde fit $k = -\frac{2f}{n-1}$, qui valor in ſuperiore aequatione ſubſtitutus praebet $(2-n)f - 2(n-1)a = 0$; ita, vt ſit

$$f = \frac{2(n-1)}{2-n} \cdot a; \text{ ſiue } a = \frac{2-n}{2(n-1)} \cdot f.$$

Nunc vero multiplicatio m dat

$$m = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{h}{a} = \frac{2(n-1)}{n} \cdot \frac{h}{f} \text{ ob}$$

$$k + v = -\frac{2(2-n)}{n-1} f \text{ et } k - v = -\frac{2n}{n-1} f.$$

vnde nanciſcimur

$$f = \frac{2(n-1)}{n} \cdot \frac{h}{m}; \text{ et } a = \frac{2-n}{n} \cdot \frac{h}{m}$$

hincque

$$k = -\frac{4}{n} \cdot \frac{h}{m} \text{ et } v = \frac{4(n-1)}{n} \cdot \frac{h}{m}$$

ex quibus pro loco oculi reperitur

$$O = -\frac{4(n-1)}{n(2-n)} \cdot \frac{h}{m},$$

 quae

quae diſtantia cum ſit negatiua, oculum lenti immediate adplicari oportet. Vt nunc valorem ipſius x obtineamus, retineamus primo in calculo quantitatem a et cum ſit

$$f = \frac{2(n-1)a}{2-n}; \; k = -\frac{4a}{2-n}; \; v = \frac{4(n-1)a}{2-n};$$

hincque

$$k - v = -\frac{4n}{2-n} \cdot a \text{ et } k + v = -4a;$$

hincque

$$\frac{k+v}{k-v} = \frac{2-n}{n} \text{ et } k^2 - v^2 = \frac{16 \cdot n}{2-n} \cdot a^2;$$

aequatio ſupra inuenta induet hanc formam:

$$\frac{n}{2(n-1)^2} x^3 \left(\frac{2-n}{a^3} - \frac{(2n+1)(2-n)}{2na^3} + \frac{(n+2)(2-n)}{4na^3} + \frac{n-1}{4na^3}\right) = \frac{1}{k^3}$$

quae porro reducitur ad hanc:

$$\frac{3n-n^2-1}{8(n-1)^2} \cdot \frac{x^3}{a^3} = \frac{1}{k^3} \text{ ex qua elicitur}$$

$$x = \frac{2a}{k} \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}} = \frac{2(2-n)}{nk} \cdot \frac{b}{m} \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}}.$$

Inuento igitur ſemidiametro aperturae in parte anteriore globi x in parte poſteriore erit is $= \frac{n}{2-n} \cdot x$, cui gradus claritatis y eſt aequalis, menſuram vero claritatis exprimimus per $20y$, dum ſcilicet diſtantiae in digitis exprimuntur.

Tum vero ſemidiameter ſpatii in obiecto conſpicui erit $z = \frac{n^2}{4(n-1)} \cdot x$. Quia autem diſtantia oculi O prodiit negatiua, vt margo coloratus euaneſceret, debebat

debebat esse $k = -2a - v$ siue $-4a + 2a = 0$, quod cum non sit etiam euidens est, marginem coloratum non destrui, sed satis notabilem fore. Ex his igitur omnibus colliguntur sequentes regulae pro constructione huiusmodi microscopiorum, in quibus sit multiplicatio $= m$.

I. Paretur globulus vitreus, cuius radius sit

$$f = \frac{2(n-1)}{n} \cdot \frac{h}{m},$$

cuius refractio si sit $n = 1,55$ et capiatur $h = 8$, erit $f = \frac{5,6774}{m}$ dig.

II. Ante hunc globum obiectum exponi debet ad distantiam $a = \frac{2,3226}{m}$.

III. Globulo autem in parte anteriore tribuatur apertura, cuius semidiameter sit

$$x = \frac{2(2-n)}{nk} \cdot \frac{h}{m} \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}}$$

quae expressio in numeros euoluta fiet

$$x = \frac{36}{155m} \sqrt[3]{\frac{3025}{12475}}; \text{ seu}$$

$$x = \frac{0,14483}{m} \text{ dig. hincque } \zeta = \frac{0,15816}{m}.$$

In parte posteriore autem semidiameter aperturae debet esse

$$ix = \frac{2h}{km} \sqrt[3]{\frac{(n-1)^2}{3n-n^2-1}} = \frac{0,49887}{m} \text{ dig.}$$

Cum nunc sit $y = ix$, habebimus mensuram claritatis $20y\frac{5,6774}{m}$, qui ergo maior est, quam

casu

casu lenticulae simplicis, vbi tantum erat $= \frac{1}{m}$ quod autem lucrum neutiquam compensat vitium illud, quo obiecta margine colorato inquinata adparent. Operae igitur pretium erit similem tabulam, qualem supra in probl. 1. dedimus, adiungere.

Multiplic.	Dist. obiect.	Rad. glob.	Semid. apert. anter.	Semid. apert. poster.	Mens. clar.	Sem. campi
10	0,232	0,568	0,014	0,050	0,998	0,016
20	0,116	0,284	0,007	0,025	0,499	0,008
30	0,077	0,189	0,005	0,017	0,333	0,005
40	0,058	0,142	0,003	0,013	0,249	0,004
50	0,046	0,114	0,003	0,010	0,199	0,003
60	0,038	0,094	0,002	0,008	0,166	0,001

quam vlterius continuare ob nimis exiguum campum apparentem non conueniet; sin autem apertura maior sumeretur, confusio prodiret plane intolerabilis.

Scholion.

55. Ex his iam abunde intelligitur, in hoc genere microscopiorum simplicium speciem primo allatam, qua lenticulae tenuissimae vsurpantur, reliquis omnibus palmam longe praeripere; interim tamen et ista species duobus insignibus incommodis laborat, quae hic fusius ob oculos ponamus, quo clarius appareat,

quid

quid potiſſimum in microſcopiis perficiendum deſideretur. Primum incommodum in nimia propinquitate qua obiectum lenti admoueri debet, eſt ſitum; qua fit, vt pro maioribus multiplicationibus haec diſtantia fere penitus euaneſcere debeat, quae circumſtantia in cauſſa eſt, vt, obiecta ſi non ſint laeuiſſima, minimae inaequalitates vel a lente nimis magnam vel nimis paruam teneant diſtantiam ideoque ſumma confuſione adpareant. Inprimis igitur in id erit incumbendum, vt pro maioribus potiſſimum multiplicationibus eiusmodi microſcopia inueniantur, quae non tam exiguam a lente diſtantiam poſtulent. Alterum incommodum conſiſtit in nimis parua claritate, quam iſta microſcopiorum ſpecies exhibet in maioribus multiplicationibus; ex tabula enim ſupra § 43. exhibita videmus, ſi multiplicatio ſit $m = 100$, claritatem ibi deſignatam eſſe 0,080, et cum ipſa claritas huius quadrato ſit proportionalis, ea fiet 0, 0064 ideoque 156 vicibus minor, quam claritas naturalis, quae quidem adhuc ſatis tolerabilis eſt, niſi ipſum obiectum ſit natura ſua valde obſcurum, ſed hinc intelligitur, ſi multo maior multiplicatio deſideretur, tenebras non amplius eſſe ferendas. Iſti quidem defectui remedium afferri poſſet, aperturam lentis augendo; tum autem confuſio tantopere augeretur, vt penitus tolerari non poſſet, praecipue cum iſtam tabulam ita adſtruxerimus, vt tantum eſſet $k = 20$, dum pro teleſcopiis

poni folet $k = 50$, ita, vt in his microfcopiis gradus diftinctionis iam quindecies fit minor, quam in telefcopiis, ita, vt potius curandum fit, vt maiorem gradum diftinctionis obtineamus. Illud autem pofterius incommodum maximam partem lentem duplicando atque adeo triplicando e medio tollere licebit, vbi autem non eiusmodi lentes multiplicatae, quales in primo libro defcripfimus, vfurpari poterunt, quarum fcilicet interuallum penitus euanefcens eft affumtum; quamobrem in hoc negotio interualla inter iftas lentes iam tanta affumi conueniet, quae in praxi locum habere queant; quod argumentum in fequentibus capitibus diligentius examini fubiiciemus; in pofterum vero perpetuo craffitiem lentium pro nihilo habebimus; vnde maxime erit cauendum, ne lentes minus tenues elaborentur, quam earum forma et apertura poftulant.

CAPVT

CAPVT II.

DE MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS DVABVS PLVRIBVSVE LENTIBVS CONVEXIS INTER SE PROXIME IVNCTIS CONSTANTIBVS.

Problema I.

56.

Si lens duplicata ex duabus lentibus conuexis ſit compoſita, pro data multiplicatione huiusmodi microſcopium conſtruere, quod obiecta quantum fieri poteſt clare et diſtincte repraeſentet.

Solutio.

Quoniam hic binae lentes ſibi proxime iungendae occurrunt, ex formulis noſtris generalibus earum interuallum erit $\alpha + b = \mathrm{A}\,a(1 - \frac{1}{\mathrm{P}})$, quod cum debeat eſſe minimum, ſtatuatur $= \eta\,a$, denotante η fractionem tam paruam, quam circumſtantiae permittunt atque hinc colligemus $\mathrm{P} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}-\eta}$ deinde quia vtra-

que

que lens debet esse conuexa, seu vtriusque distantia focalis positiua tam haec quantitas, $p = \mathfrak{A} a$, quam ista $q = -\frac{A}{P} a = -(A - \eta) a$ debet esse positiua ideoque $\mathfrak{A} > 0$, at $A < 0$, id quod fit si $\mathfrak{A} > 1$. Hoc notato multiplicatio nobis praebet

$$m = \frac{P.b}{a} = \frac{A}{A - \eta} \cdot \frac{b}{a},$$

vnde definitur distantia obiecti $a = \frac{A}{A - \eta} \cdot \frac{b}{m}$ ita, vt sit $m a - b = \frac{\eta}{A - \eta} \cdot b$; deinde si semidiameter aperturae primae lentis ponatur $= x$; secundae lentis debet esse $(1 - \frac{\eta}{A}) x$; vnde pro gradu claritatis fiet $y = \frac{bx}{ma}$ seu $y = (1 - \frac{\eta}{A}) x$, ita, vt ob $A < 0$ lentium interuallum claritatem augeat. Deinde pro campo apparente ibi inuenimus $\zeta = \frac{A - \eta}{\eta} q . a \xi$; at hic q maius accipi nequit, quam vt semidiameter aperturae secundae lentis fiat $= (1 - \frac{\eta}{A}) x$, quippe quae apertura maior esse nequit, hinc colligimus $q = -\frac{x}{Aa}$; vnde concluditur $\zeta = \frac{(A - \eta) x}{A \eta}$. Pro loco autem oculi est

$$O = \frac{\eta q}{(A - \eta) a} \cdot \frac{b}{m}$$

quae cum sit negatiua, oculum immediate adplicari oportet, et quia lentes sibi sunt proximae, hinc nullus margo coloratus erit metuendus. Nunc igitur potissimum considerari debet semidiameter confusionis, qui est

$$\frac{\mu m x^3}{4 a^2 b} \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A \mathfrak{A}} - \frac{\lambda'}{A^3 P} \right)$$

vbi

vbi posterius membrum ob $A < 0$ erit positiuum ideoque haec quantitas semper maior nihilo, quamobrem hic totum negotium eo redit, vt ista quantitas reddatur minima, id quod fieri potest, cum litterae A et $\mathfrak{A}$ adhuc arbitrio nostro sint relictae. Ad hoc efficiendum statim patet, litteris λ et λ' minimum valorem, quem capere possunt, qui est 1, tribui debere et cum quantitas P parum ab vnitate differat, litteram $\mathfrak{A}$ vel A ita definiamus, vt haec formula $\frac{1}{\mathfrak{A}^3} - \frac{1}{A^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}$ fiat minimum. Ante quam, autem eam differentiemus, relationem inter $\mathfrak{A}$ et A attentius consideremus, quae ita exprimi potest $\frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A}$; vnde statim liquet, esse $\frac{d\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}^2} = \frac{dA}{A^2}$; seu $d\mathfrak{A} : dA = \mathfrak{A}^2 : A^2$ quare si illa formula differentietur et nihilo aequalis ponatur, loco differentialium $d\mathfrak{A}$ et dA scribere licebit eorum proportionalia $\mathfrak{A}^2$ et A^2, ex quo sequens aequatio resultat:

$$\frac{3}{\mathfrak{A}^2} - \frac{3}{A^2} + \frac{\nu}{\mathfrak{A}} + \frac{\nu}{A} = 0.$$

quae manifesto in hos factores resoluitur

$$\left(\nu + \frac{3}{\mathfrak{A}} - \frac{3}{A}\right)\left(\frac{1}{\mathfrak{A}} + \frac{1}{A}\right) = 0,$$

ita, vt vel vnus vel alter horum factorum debeat esse nihilo aequalis; prior autem factor nihilo aequatus dat

$$\nu + 3 + \frac{3}{A} = \frac{3}{A} \text{ seu } \nu + 3 = 0,$$

quod cum fieri nequeat, alterum factorem nihilo aeque-

aequemus et inueniemus $1 + \frac{2}{A} = 0$; seu $A = -2$ et $\mathfrak{A} = 2$. Quibus valoribus in aequatione nostra pro confusione tollenda substitutis habebimus

$$\frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8p} - \frac{\nu}{4}\right) = \frac{1}{k^3} \text{ seu}$$

$$\mu\, m\, x^3 (2 - 2\nu + \tfrac{1}{2}\eta) = \frac{8 a^2 b}{k^3}$$

et quia est $a = \frac{2}{2+\eta} \cdot \frac{b}{m}$. erit

$$x^3 = \frac{4.\, 8.\, b^3}{(2+\eta)^2\, \mu\, m^3\, k^3 (2 - 2\nu + \frac{1}{2}\eta)}$$

ideoque

$$x = \frac{4b}{km} \sqrt[3]{\frac{1}{(2+\eta)^2 \cdot \mu (4 - 4\nu + \eta)}}$$

quo valore pro x inuento omnia, quae ad constructionem microscopii pertinent, determinantur sequenti modo:

Constructio huius microscopii:

I°. Distantia obiecti ante lentem priorem

$$a = \frac{2}{2+\eta} \cdot \frac{b}{m}.$$

II°. Pro lente priore est distantia focalis

$$p = 2.\, a = \frac{4}{2+\eta} \cdot \frac{b}{m};$$

et quia est $\lambda = 1$. erit

radius anter. $= \frac{p}{2\varrho - \sigma}$;

radius poster. $= \frac{p}{2\sigma - \varrho}$;

cuius aperturae semidiameter debet esse $= x$.

III°.

III°. Interuallum autem inter lentem priorem et posteriorem sumtum est $= \eta a = \frac{1}{2}\eta p$, vbi η tam paruum assumi conuenit, quam proximitas lentium, ne se mutuo tangant, postulat.

IV°. Pro lente posteriore distantia focalis est

$$q = (2 + \eta) a = (1 + \tfrac{1}{2}\eta) p$$

et quia est $\lambda' = 1$ fiet eius radius

anter. $= \frac{q}{\varrho}$ et poster. $= \frac{q}{\sigma}$,

cui lenti apertura dari debet, cuius semidiameter $= (1 + \frac{1}{2}\eta) x$ ideoque tantillo maior, quam is primae lentis, quod quidem in praxi non solet attendi, vbi posterior lens tota aperta relinquitur.

V°. Lenti posteriori oculus immediate debet adplicari et tum cernet in obiecto spatium, cuius semidiameter erit $\zeta = \frac{2+\eta}{2\eta} x$ vnde intelligitur iterum pro η tam paruam fractionem sumi debere, quam circumstantiae permittunt.

VI°. Pro gradu claritatis inuenimus $y = (1 + \frac{1}{2}\eta) x$ vnde pro modo supra exposito, quo claritatem mensuramus, erit mensura claritatis

$$= 20 y = (20 + 10\,\eta) x.$$

Coroll. 1.

57. Eatenus haec microſcopia praecedentibus quae lente ſimplici conſtant, ſunt anteferenda, quatenus hic valor ipſius x hic maior prodit, quam ante; ante autem inueneramus

$$x = \frac{b}{km} \sqrt[3]{\frac{1}{\mu}} \text{ nunc vero } x = \frac{b}{km} \sqrt[3]{\frac{64}{(2+\eta)^2 \mu (4 - 4\nu + \eta)}}$$

ita, vt neglecto η, praeſens valor ipſius x ſit ad praecedentem, vti $\sqrt[3]{\frac{4}{1-\nu}}$ ad 1, quae ratio ob $\nu = \frac{1}{5}$ circiter reducitur ad hanc

$$\sqrt[3]{5} : 1 = 1,7098 : 1 = 171 : 100$$

proxime ſiue vti 12 : 7.

Coroll. 2.

58. Hinc ergo patet, huiusmodi lentem duplicatam inſigne lucrum afferre, cum gradum claritatis fere duplo maiorem largiatur ſicque poſterius incommodum ſupra § 55. memoratum iam notabiliter ſit imminutum. Contra vero prius incommodum in proximitate obiecti ſitum hic aliquantillum augetur, ſed tam parum, vt differentia ſit quaſi inſenſibilis, neque etiam limitatio campi hic vllam moram faceſſet.

Scholion.

59. Pro omnimoda igitur horum teleſcopiorum determinatione inprimis perpendendum eſt, quam par-

paruam fractionem pro η assumere liceat, quam quidem vbi supra de telescopiis agebatur vsque ad $\frac{1}{50}$ imminuimus; facile autem perspicitur, in tam exiguis lenticulis tantam diminutionem neutiquam locum habere posse, cum ratione distantiae focalis his lenticulis nullo modo tanta tenuitas dari possit, quam maioribus lentibus. Cuilibet enim perspicuum erit si distantia focalis duarum lentium fuerit 50 digit. nihil omnino impedire, quominus earum distantia vnius digiti statuatur; at si duarum lenticularum distantia focalis tantum sit $\frac{1}{10}$ dig. nullo certe modo earum interuallum $= \frac{1}{500}$ dig. statui poterit; vnde merito dubitandum videtur, num hic litterae η minor valor, quam $\frac{1}{5}$ tribui possit. Casu enim modo allato, quo binarum lenticularum distantia focalis $= \frac{1}{10}$ dig. difficile erit eas tam graciles elaborare, vt earum interuallum non excedere debeat $\frac{1}{50}$ dig. ne scilicet se mutuo tangant, quam mensuram in sequenti exemplo adcuratius euoluamus.

Exemplum.

60. Sit igitur $\eta = \frac{1}{5}$ et vitrum eius sit speciei, pro qua refractio est $n = 1,55$. litterae autem k tribuamus, vt ante, valorem $= 20$ et more solito sumamus $b = 8$ dig. vnde pro constructione microscopii sequentes nanciscemur determinationes:

Conſtructio huiusmodi microſcopiorum.

I. Diſtantia obiecti ante lentem $a = \frac{7,273}{m}$ dig.

II. Diſtantia focalis lentis prioris $p = \frac{14,546}{m}$ dig.

vnde eius conſtructio ita ſe habebit:

Rad. fac. anter. $= \frac{-p}{1,2460} = -0,80257 \cdot p = -\frac{11,6742}{m}$ dig.

Rad. fac. poſter. $= \frac{p}{3,0641} = 0,32636 \cdot p = +\frac{4,7472}{m}$ dig.

III. Nunc quaeratur valor ipſius x, qui erit

$$x = \frac{8}{5m} \sqrt[3]{\frac{1}{0,5381 \cdot \times 3,2656 \cdot \times 4,84}} = \frac{0,6510}{m} \text{ dig.}$$

ſicque habetur ſemidiameter aperturae huius lentis.

IV. Interuallum autem inter hanc lentem et poſteriorem $= \frac{1}{5} a = \frac{1,455}{m}$ dig.

V. Lentis poſterioris diſtantia focalis $q = \frac{16,001}{m}$ dig. vnde eius conſtructio ita, ſe habebit

Rad. fac. ant. $= \frac{q}{0,1907} = 5,2438\, q = \frac{83,9065}{m}$ dig.

Rad. fac. poſt. $= \frac{q}{1,6274} = 0,614479 = \frac{9,8322}{m}$ dig.

VI. Huic lenti ſufficit aperturam dare tantillo maiorem, quam praecedentem eique oculum immediate adplicari oportet.

VII.

VII. Pro gradu claritatis inuenimus $y = \frac{0,716}{m}$ dig. vnde si claritas, vt supra mensuretur, habebitur mensura claritatis $20y = \frac{14,32}{m}$.

VIII. Pro spatio autem apparente colligitur eius semidiameter $\zeta = \frac{5,580}{m}$ dig.

Scholion.

61. Hic igitur praecipua praerogatiua prae lentibus simplicibus in hoc consistit, quod claritas notabiliter maior exhibeatur; sin autem non desideremus maiorem claritatem ideoque aperturam nostris lentibus minorem tribuamus, tanto maiorem distinctionem percipiemus, quod commodum certe non minus est aestimandum. Cum hic hoc insigne commodum duplicatione lentis simus assecuti, facile intelligitur, triplicatione lentis multo maius commodum obtineri posse, quod lentem adeo quadruplicando adhuc vlterius augeri poterit. Hic scilicet loquor de lentibus conuexis, quatenus eae sibi proxime iunctae ita, vt quasi vnicam lentem mentiuntur, in microscopio adhibentur, si enim etiam lentes concauas vsurpare velimus, confusio plane tolli posset, ita, vt tunc lentibus tanta apertura concedi posset, quantam earum figura admittit, quod argumentum in sequente capite adcuratius pertractabimus.

Pro-

Problema 2.

62. Si microſcopium conſtet tribus lentibus convexis proxime inter ſe iunctis, eius conſtructionem inueſtigare, vt pro data multiplicatione et dato diſtinctionis gradu obiecta maxima, qua fieri poteſt, claritate repraeſentet.

Solutio.

Cum hic tres lentes occurrant bina interualla inter eas ita exprimuntur, prius $\alpha + b = \mathrm{A}a(1-\frac{1}{\mathrm{P}})$; et poſterius $\beta + c = -\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{P}}a(1-\frac{1}{\mathrm{Q}})$ quae cum eſſe debeant minima vtrumque ſtatuatur $= \eta a$; vnde colligitur

$$\frac{1}{\mathrm{P}} = 1 - \frac{\eta}{\mathrm{A}};\quad \mathrm{P} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}-\eta};\ \text{deinde}\ \frac{1}{\mathrm{Q}} = 1 + \frac{\mathrm{P}\eta}{\mathrm{AB}};$$

ideoque

$$\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AB}+\mathrm{P}\eta} = \frac{(\mathrm{A}-\eta)\mathrm{B}}{(\mathrm{A}-\eta)\mathrm{B}+\eta}.$$

Cum porro omnes tres lentes debeant eſſe conuexae ſeu earum diſtantiae focales, p, q, r ··· poſitiuae; adipiſcimur has conditiones

$$p = \mathfrak{A}a > 0;\quad q = -\frac{\mathrm{A}\mathfrak{B}}{\mathrm{P}}.a > 0;\quad r = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{PQ}}a > 0.$$

vnde primo patet, eſſe debere $\mathfrak{A}$ poſitiuum; circa A autem nihil adhuc definitur. Conſiderentur autem binae poſtremae diſtantiae focales q et r et cum ſit

$$\frac{q}{r} = -\frac{\mathfrak{B}\mathrm{Q}}{\mathrm{B}},\ \text{debet eſſe}\ -\frac{\mathfrak{B}}{\mathrm{B}} = \mathfrak{B} - 1$$

quan-

quantitas positiua ideoque $\mathfrak{B} > 1$ et hinc B negatiuum vnde manifestum fore, $A < 0$ hincque $\mathfrak{A} > 1$. Quod ad marginem coloratum attinet, quia hae tres lentes quasi vnam lentem simplicem mentiuntur, nihil adeo erit metuendum. Quare aequationem pro semidiametro confusionis contemplemur

$$\frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\lambda''}{A^3 B^3 PQ}\right) = \frac{1}{k^3}$$

in qua omnes termini litteris λ adfecti sunt positiui vnde efficiendum est, vt huic formulae minimus valor concilietur vel saltim valor a minimo non multum discrepans, quem in finem 1°. litteris λ, λ', λ'' valor minimus, qui est 1, tribuatur et cum litterae P, Q, parum ab vnitate differant, earum loco quoque vnitas scribatur et sequens formula ad minimum perducatur

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} - \frac{1}{B^3}\right)$$

Quaestio scilicet nunc eo redit, vt ambae litterae A et B ita definiantur, vt valor huius formulae fiat minimus. Consideremus igitur primo solam litteram $\mathfrak{B}$ et manifestum est, eam ita accipi debere, vt formula $\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} - \frac{1}{B^3}$ fiat minima quae cum similis sit formulae praecedentis problematis, eodem modo reperietur $\mathfrak{B} = 2$ et $B = -2$. His igitur sumtis valoribus nostra formula euadet

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{4A^3} + \frac{\nu}{4A^3};$$

pro qua ex natura minimi litterae A et $\mathfrak{A}$ superſunt inueſtigandae et cum ſit, vt ante obſeruauimus $\frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A}$ hincque $d\mathfrak{A} : dA = \mathfrak{A}^2 : A^2$ differentiatio dabit hanc aequationem, quae facile reſoluitur in hos factores

$$(\nu + 3)(1 + \tfrac{3}{2A})(1 + \tfrac{1}{2A}) = 0$$

id quod duplici modo fieri poterit, primo ſcilicet ſi $A = -\frac{3}{2}$; ideoque $\mathfrak{A} = 3$; tum vero etiam ſi $A = -\frac{1}{2}$ hincque $\mathfrak{A} = -1$; ex quo intelligitur ſolam priorem ſolutionem locum habere. Quocirca pro ſolutione noſtri problematis ſtatuamus

$$\mathfrak{A} = 3;\ A = -\tfrac{3}{2};\ \text{atque}\ \mathfrak{B} = 2\ \text{et}\ B = -2,$$

fietque

1°. $P = \frac{3}{3 + 2\eta}$; $Q = \frac{3 + 2\eta}{3 + 3\eta}$

2°. vero etiam $p = 3a$; $q = \frac{1}{P} a = (3 + 2\eta) a$

$$r = \tfrac{3}{PQ} \cdot a = 3(1 + \eta) a$$

Formula autem pro multiplicatione ſupra data fit hic

$$m = PQ. \tfrac{b}{a} = \tfrac{1}{1 + \eta} \cdot \tfrac{b}{a}$$

vnde deducimus

$$a = PQ. \tfrac{b}{m} = \tfrac{1}{1 + \eta} \cdot \tfrac{b}{m}$$

quibus notatis denuo conſideremus aequationem pro confuſione, quae his omnibus valoribus ſubſtitutis induet hanc formam:

$$\tfrac{(1 + \eta)^2 \mu m^3 x^3}{b^3} \left(\tfrac{1}{27}\left(1 + \tfrac{1}{P} + \tfrac{1}{PQ}\right) - \tfrac{2\nu}{27}\left(3 + \tfrac{1}{P}\right)\right) = \tfrac{1}{k^3}$$

quae

quae porro ad hanc formam reducitur

$$\frac{(1+\eta)^2 \mu m^3 x^3}{27 b^3} \left(3 + \tfrac{5}{3}\eta - 4\nu(2 + \tfrac{1}{3}\eta)\right) = \frac{1}{k^3}$$

ita, vt fit

$$\frac{k m x}{3 b} \sqrt[3]{\mu (1+\eta)^2 \left(3 + \tfrac{5}{3}\eta - 4\nu(2 + \tfrac{1}{3}\eta)\right)} = 1.$$

vnde facile valor ipfius x colligitur, qui praebet femidiametrum aperturae primae lentis. Duas reliquas tuto tam apertas relinquere licet, quam earum forma permittit. Hinc autem pro gradu claritatis habebitur $y = \frac{bx}{ma} = (1+\eta)x$ hincque menfura claritatis $= 20y$, fi fcilicet x in digitis exprimatur.

Denique fupereft, vt fpatium in obiecto vifum accuratius determinemus, cuius femidiameter ζ fupra in genere ita eft definitus

$$\zeta = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma-b} \cdot ab\xi = \mathrm{M} a \xi, \text{ pofito } \mathrm{M} = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma-b} \cdot b$$

erit autem

$$ma - b = -\frac{\eta}{1+\eta} \cdot b \text{ ideoque } \mathrm{M} = -\frac{(\mathfrak{q}+\mathfrak{r})(1+\eta)}{\eta},$$

ita, vt nunc $\mathfrak{q}$ et $\mathfrak{r}$ vt negatiuae fpectari debeant, nunc autem adiungi debet prima aequatio fundamentalis

$$\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (\mathrm{P}-1)\mathrm{M} = \frac{-2\eta}{3+2\eta} \cdot \mathrm{M},$$

hincque

$$\mathfrak{q} = -\frac{\eta}{3+2\eta} \cdot \mathrm{M}.$$

vbi ſi loco M valor ſubſtituatur, erit $q = \frac{1+\eta}{2-\eta}\,\mathfrak{r}$; quod ad litteram $\mathfrak{r}$ attinet eius loco vnitas accipi poſſet, ſi vltima lens eſſet vtrinque aequaliter conuexa; cum autem hinc proditura ſit fere conuexo plana, eius apertura ad dimidium reducetur, ita, vt ſtatui debeat $\mathfrak{r} = -\frac{1}{2}$; vnde fit

$$q = -\frac{(1+\eta)}{2(2-\eta)} \text{ hincque } M = \frac{3(1+\eta)}{\eta(2-\eta)};$$

quo circa ſumto $\xi = \frac{1}{4}$ habebitur ſemidiameter ſpatii conſpicui

$$\zeta = \frac{3(1+\eta)}{4\eta(2-\eta)}.\,a = \frac{3}{4\eta(2-\eta)}.\,\frac{b}{m}$$

qui campus tantus eſt, vt de eo nemo rationem habeat conquerendi. Tum autem ſemidiametri aperturae binarum poſteriorum lentium debent eſſe

$$\text{ſecundae} = \frac{1+\eta}{8(2-\eta)}.\,q = \frac{3+2\eta}{8(2-\eta)}.\,\frac{b}{m};$$
$$\text{tertiae} = \frac{1}{8}.\,r = \frac{3}{8}.\,\frac{b}{m};$$

ſiquidem hi valores ſint maiores iis, quos claritas poſtulat, quippe qui ſunt pro

$$\text{ſecunda} = \frac{x}{P} = \frac{3+2\eta}{3}.\,x \text{ et pro}$$
$$\text{tertia} = \frac{x}{PQ} = (1+\eta)\,x.$$

Scholion.

63. Obiectioni hic occurrendum neceſſe videtur, quod in praecipua huius ſolutionis parte non ipſam formulam, qua ſemidiameter confuſionis exprimitur,

mitur, ad minimum valorem perduxerimus, sed aliam formulam, quae ab illa satis notabiliter discrepare possit, praecipue si vt ante fecimus statuamus $\eta = \frac{1}{5}$ atque hoc quidem statim lubenter concedimus, nos hoc modo semidiametro confusionis non absolute minimum valorem induxisse atque adeo minorem eo, quem inuenimus, erui posse, si quis laborem suscipere vellet ipsam formulam litteras P et Q continentem secundum methodum maximorum et minimorum tractandi; tum scilicet pro litteris A et B alios valores a nostris aliquantillum discrepantes esset inuenturus, qui certe molestissimis formulis forent implicati, vt neque operae pretium esset eos euoluere neque ab artifice perfectissima exsecutio sperari posset. Nos autem hic valore inuento, qui certe iam satis est exiguus, etsi non sit omnium minimus, contenti esse poterimus, si quidem inde eiusmodi microscopia adipiscimur, quae vulgaribus simplicibus longissime sunt anteferenda, cum multo maiorem claritatis gradum largiantur, pro data scilicet distinctione, ita, vt si aliquid de claritate remittere voluerimus, aperturam primae lentis aliquantillum restringendo tum maximum lucrum in distinctione simus consecuturi.

Coroll. 1.

64. Cum pro prima lente sit distantia focalis $p = 3a = \frac{3}{1+\eta} \cdot \frac{b}{m}$ et numeri $\mathfrak{A} = 3$ et $\lambda = 1$,

erit huius lentis radius

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \rho)}$ et poſter. $= \frac{p}{\rho + \mathfrak{A}(\sigma - \rho)}$

ſicque erit radius

anter. $= \frac{p}{3\rho - 2\sigma}$ et poſter. $= \frac{p}{3\sigma - 2\rho}$.

Coroll. 2.

65. Simili modo cum pro lente ſecunda ſit diſtantia focalis

$$q = (3 + 2\eta) a = \frac{3 + 2\eta}{1 + \eta} \cdot \frac{h}{m}$$

et numeri $\mathfrak{B} = 2$ et $\lambda' = 1$, erit eius radius

anter. $= \frac{q}{2\rho - \sigma}$ et poſter. $= \frac{q}{2\sigma - \rho}$.

Pro lente autem tertia ob

$$r = 3(1 + \eta) a = \frac{3 \cdot h}{m}; \; \mathfrak{C} = 1 \text{ et } \lambda'' = 1$$

erit eius radius

anter. $= \frac{r}{\rho}$ et poſter. $= \frac{r}{\sigma}$.

Coroll. 3.

66. Quod ad interualla inter has ternas lentes attinet, ea aſſumta inter ſe aequalia et nunc vtrumque inuentum eſt $= \eta a = \frac{\eta}{1 + \eta} \cdot \frac{h}{m}$, dum ſcilicet obiectum ante lentem primam collocatur ad diſtantiam $a = \frac{1}{1 + \eta} \cdot \frac{h}{m}$, quae diſtantia ergo aliquanto minor eſt, quam caſu lentis ſimplicis et duplicatae.

Exem-

Exemplum.

67. Parentur omnes tres lentes ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$; tum vero ſtatuatur $\eta = \frac{1}{5}$ et ſumatur $k = 20$; et $h = 8$ dig. atque hinc pro quantitate x determinanda habebitur iſta aequatio

$$\frac{5mx}{6}\sqrt[3]{0,9381.\times 1,44.\times 1,4105} = 1$$

quae euoluta dat $x = \frac{0,96795}{m}$ dig. vnde ſequens oritur

Conſtructio huiusmodi microſcopiorum.

I. Diſtantia obiecti ante lentem primam

$a = \frac{20}{3m} = \frac{6,666}{m}$ dig.

II. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis $= p = \frac{20}{m}$, erit

radius faciei anterioris

$= -\frac{p}{2,6827} = -0,37276\,p = -\frac{7,4552}{m}$ dig.

radius faciei poſterioris

$= \frac{p}{4,5008} = 0,22218.\,p = \frac{4,4436}{m}$ dig.

cui lenti tribuatur apertura, cuius ſemidiameter $x = \frac{0,96795}{m}$ dig.

tum ad diſtantiam $\eta a = \frac{4}{3m} = \frac{1,333}{m}$ dig.

III. Locetur lens ſecunda, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{22,666}{m}$ dig. eritque

radius

radius faciei

anter. $= \frac{-q}{1,2460} = -0,802579 = -\frac{18,1915}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{q}{3,0641} = 0,32636\, q = \frac{7,3573}{m}$ dig.

cuius aperturae ſemidiameter ſit $\frac{1,85}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſequentem, vt ante

$= \frac{1,333}{m}$ dig.

IV. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{24}{m}$ dig. erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{0,1907} = 5,2438.\, r = \frac{125,851}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{r}{1,6274} = 0,61447.\, r = \frac{14,7473}{m}$ dig.

cuius apertura tanta eſſe poteſt, vt eius ſemidiameter ſit $= \frac{6}{m}$ dig.

huicque lenti oculus immediate adplicetur.

V. Tum vero cum ſit $y = \frac{6}{5}\, x = \frac{1,1615}{m}$ dig. erit menſura claritatis $= \frac{23,230}{m}$, quae ſemiſſe maior eſt, quam caſu praecedente.

VI. Pro ſpatio denique obiecti conſpicuo habebimus eius ſemidiametrum

$$\zeta = \frac{50}{3m} = \frac{16,666}{m}.$$

Scho-

Scholion.

68. Ne quisquam miretur, hoc caſu ſpatium conſpicuum tanto maius eſſe inuentum, quam caſu praecedente, is obſeruet in caſu antecedente lenti oculari non maiorem aperturam eſſe datam, quam gradus claritatis poſtulat; quod ideo fecimus, quod priori lenti adhuc exigua apertura tribui debebat ideoque hoc caſu conſultum erat ambas lentes non maiores efficere, quam iſta apertura poſtularet, vt ſcilicet earum craſſities eo minor redderetur. In praeſente autem caſu res longe aliter ſe habet, cum iam prima lens fere tantam aperturam requirat, quantam eius figura permittit; ex quo hae lentes neceſſario tantum diſcum habere debent, qui faciei curuioris arcum triginta graduum complectatur; ex quo etiam binis reliquis lentibus multo maior apertura tribui poterat. Verum hic in genere notandum eſt, etiam caſu praecedente campum apparentem iam tantum fore, vt quilibet de eo contentus eſſe poſſit. Quoniam autem hic primae lentis apertura fere iam tanta eſt inuenta, vt eius figura maiorem non pateretur, inutile videri poſſet, hanc inueſtigationem vlterius ad quatuor lentes proſequi, quandoquidem calculum ſimili modo inſtituendo multo maiorem valorem pro x eſſemus adepturi; verum ob hanc ipſam cauſſam iſta inueſtigatio maximi erit momenti; quia enim hactenus litterae k maiorem valorem non tribuimus, quam viginti; vnde admodum modicus diſtinctionis gradus

 naſci-

nascitur; nunc huius litterae valorem multo maiorem assumere poterimus, quo his microscopiis summus certe perfectionis gradus inducetur; idque sine vllo claritatis detrimento. Quaecunque enim adhuc per microscopia vulgaria sunt obseruata, semper haud exiguo confusionis gradu erant inquinata, ex quo si eiusmodi microscopia nunc producantur, quae obiecta multo maiore distinctione repraesentent; ipsa obseruationes multa nobis patefacient, quae adhuc erant incognita, ita, vt non amplius multo maior multiplicatio tanto studio sit desideranda.

Problema 3.

69. Si microscopium constet quatuor lentibus conuexis et proxime inter se iunctis, eius constructionem inuestigare, vt pro data multiplicatione et dato distinctionis gradu obiecta maxima qua fieri potest, claritate repraesentet.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes occurrant, tria inter eas interualla ita exprimuntur

$$I^{mum} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$II^{dum} = -\frac{AB}{P}a\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

$$III^{tium} = \frac{ABC}{PQ}a\left(1 - \frac{1}{R}\right)$$

quae

quae cum esse debeant minima, quodlibet statuamus $= \eta\, a$, vnde obtinebimus

$$\frac{1}{P} = 1 - \frac{\eta}{A} \text{ seu } P = \frac{A}{A-\eta};$$

deinde

$$\frac{1}{Q} = 1 + \frac{P\eta}{AB}, \text{ seu } Q = \frac{(A-\eta)B}{(A-\eta)B+\eta}$$

tertio vero

$$\frac{1}{R} = 1 - \frac{\eta}{(A-\eta)BC+C\eta} \text{ seu } R = \frac{(A-\eta)BC+C\eta}{(A-\eta)BC+C\eta-\eta}$$

$$\text{seu } R = \frac{ABC-\eta(B-1)C}{ABC-\eta(B-1)C-\eta}.$$

Cum iam omnes quatuor lentes debeant esse conuexae seu earum distantiae focales p, q, r, s positiuae, has adipiscimur conditiones

$$p = \mathfrak{A}\, a > 0; \quad q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} a. > 0.$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}. a > 0; \quad s = -\frac{ABC}{PQR} a > 0;$$

vnde primo colligimus

$$\frac{r}{s} = -\frac{R\mathfrak{C}}{C} > 0; \text{ ita, vt esse debeat } -\frac{\mathfrak{C}}{C} = \mathfrak{C} - 1$$

positiuum, vnde fit $\mathfrak{C} > 1$. hinc C negatiuum, ideoque AB positiuum. Deinde cum sit

$$\frac{q}{r} = -\frac{\mathfrak{B}Q}{B\mathfrak{C}}, \text{ debebit esse } -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 > 0;$$

vnde patet, fore $\mathfrak{B} > 1$ hincque $B < 0$ simulque $A < 0$. denique cum sit

$$\frac{p}{q} = -\frac{\mathfrak{A}.P}{A.\mathfrak{B}}, \text{ etiam esse debet}$$

$$-\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1 > 0, \text{ ergo } \mathfrak{A} > 1 \text{ et } A < 0.$$

 Quod

Quod, ad marginem coloratum attinet de eo non eſt opus, vt ſimus ſolliciti, vt iam ſupra annotauimus. Quare pro ſemidiametro confuſionis hanc contemplemur aequationem:

$$\frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{\mathfrak{A}}-\frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3}+\frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{1}{A^3B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3}+\frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)-\frac{\lambda'''}{A^3B^3C^3PQR}\right)=\frac{x}{k^3}$$

in qua omnes termini litteris λ adfecti ſunt poſitiui; vnde huic formulae valor minimus vel ſaltim a minimo non multum diſcrepans conciliari debet quem in finem primo litteris λ, λ', λ'', λ''' valor minimus, $=1$, tribuatur, cumque P, Q, R ab vnitate parum differant, eorum loco ſcribatur vnitas et ſequens formula ad minimum perducatur:

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}-\frac{1}{A^3}\cdot W;\ \text{exiſtente}$$

$$W=\frac{1}{\mathfrak{B}^3}+\frac{\nu}{B\mathfrak{B}}-\frac{1}{B^3}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3}+\frac{\nu}{C\mathfrak{C}}-\frac{1}{C^3}\right)$$

vbi euidens eſt, hanc formulam W omnino ſimilem eſſe illi formulae, quam in praecedente problemate minimum reddi oportuit, hoc tantum diſcrimine, quod litterae B et C hic adhibitae ante erant A et B. Quare iam nouimus, vt haec formula W fiat minima, capi debere

$$\mathfrak{B}=3;\ B=-\tfrac{3}{2};\ \mathfrak{C}=2;\ \text{et}\ C=-2;$$

quibus valoribus ſubſtitutis formula W fiet

$$W=\tfrac{1}{9}-\tfrac{8\nu}{27}.$$

Quo-

Quocirca formula noſtra ad minimum reuocanda erit:

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3}\left(\frac{1}{9} - \frac{8\nu}{27}\right)$$

quae differentiata propter $d\mathfrak{A} : dA = \mathfrak{A}^2 : A^2$ praebet:

$$\frac{3}{\mathfrak{A}^2} + \frac{\nu}{\mathfrak{A}} + \frac{\nu}{A} - \frac{3}{A^2}\left(\frac{1}{9} - \frac{8\nu}{27}\right) = 0$$

quae porro reducitur ad hanc formam

$$3\left(\frac{1}{\mathfrak{A}^2} - \frac{1}{9A^2}\right) + \nu\left(\frac{1}{\mathfrak{A}} + \frac{1}{A} + \frac{8}{9A^2}\right) = 0$$

in qua ſi loco $\frac{1}{\mathfrak{A}}$ ſcribatur eius valor $1 + \frac{1}{A}$ prodibit

$$(\nu + 3)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{8}{9A^2}\right) = 0.$$

qui poſterior factor reſoluitur in hos duos factores

$$\left(1 + \frac{4}{3A}\right)\left(1 + \frac{2}{3A}\right)$$

quorum prior nihilo aequatus dat:

$$A = -\tfrac{4}{3} \text{ ideoque } \mathfrak{A} = 4;$$

poſterior vero

$$A = -\tfrac{2}{3} \text{ hincque } \mathfrak{A} = -2;$$

qui ergo noſtro inſtituto non conuenit. Quocirca pro valore minimo obtinendo ſequentes nacti ſumus valores:

$$\mathfrak{A} = 4;\ A = -\tfrac{4}{3};\ \mathfrak{B} = 3;\ B = -\tfrac{3}{2};$$
$$\mathfrak{C} = 2;\ C = -2;$$

ex quibus valores ſupra inuenti ita exprimentur

$$P = \frac{4}{4+3\eta};\ Q = \frac{4+3\eta}{4+5\eta};\ R = \frac{4+5\eta}{4+6\eta};$$

et diftantiae focales

$$p = 4a;\ q = (4 + 3\eta)a;$$
$$r = (4 + 5\eta)a \text{ et } s = (4 + 6\eta)a.$$

Formula autem pro multiplicatione fupra data hic fit

$$m = PQR.\frac{b}{a} = \frac{4}{4+6\eta}.\frac{b}{a}$$

vnde colligitur

$$a = \frac{2}{2+3\eta}.\frac{b}{m}.$$

His igitur fubftitutis valoribus aequatio pro confufione tollenda hanc induet formam:

$$\frac{\mu(1+\frac{3}{2}\eta)^2 m^3 x^3}{1.64.b^3}\left(1+\frac{1}{P}+\frac{1}{PQ}+\frac{1}{PQR}-2\nu\left(6+\frac{3}{P}+\frac{1}{PQ}\right)\right) = \frac{1}{k^3}$$

quae loco P, Q, R valoribus fubftitutis abit in hanc formam:

$$\frac{k^3.m^3x^3}{64.b^3}.\mu(1+\tfrac{3}{2}\eta)^2(4+\tfrac{7}{2}\eta-\nu(20+7\eta)) = 1$$

ita, vt fit

$$\frac{kmx}{4b}\sqrt[3]{\mu(1+\tfrac{3}{2}\eta)^2(4+\tfrac{7}{2}\eta-\nu(20+7\eta))} = 1$$

vnde facile valor ipfius x definitur, qui nifi maior prodeat, quam vt prima lens tantam aperturam admittere poffit, dabit huius aperturae femidiametrum; fin autem maior prodeat, tum valor k eo vsque augeatur, quoad prima lens hanc aperturam capere poffit, ficque patebit, quanto diftinctionis gradu haec micro-

crofcopia futura fint praedita, fcilicet lentibus definitis pro x fumatur valor maximae aperturae refpondens ac tum ex hac aequatione valor ipfius k eliciatur. Hoc itaque modo definito x, pro gradu claritatis habebimus $y = \frac{2+3\eta}{2}x$ hincque menfura claritatis $= 20y = (20 + 30\eta)x$. De fpatio in obiecto confpicuo hic nihil definio, cum certe fit maximum, fi quidem fingulis lentibus maxima, cuius capaces funt, apertura tribuatur.

Coroll. 1.

70. Cum pro prima lente fit diftantia focalis

$$p = 4a = \frac{8}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}$$

et numeri $\mathfrak{A} = 4$ et $\lambda = 1$, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - 4(\sigma - \varrho)}; \text{ pofter.} = \frac{p}{\varrho + 4(\sigma - \varrho)}.$$

Coroll. 2.

71. Reliquarum trium lentium conftructio erit, vt in problemate praecedente; pro fecunda fcilicet erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - 3(\sigma - \varrho)} \text{ et pofter.} = \frac{q}{\varrho + 3(\sigma - \varrho)};$$

exiftente

$$q = \frac{2(4+3\eta)}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}.$$

Pro tertia lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)}; \text{ et pofter.} = \frac{r}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)};$$

exiften-

existente

$$r = \frac{2(4+5\eta)}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}.$$

Pro quarta denique lente radius faciei

anter. $= \frac{s}{\varrho}$; poster. $= \frac{s}{\sigma}$; existente

$$s = \frac{2(4+6\eta)}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m} = \frac{4b}{m}.$$

Coroll. 3.

72. Quod ad interualla attinet, omnia sunt inter se aequalia scilicet $= \eta a$ eorum igitur quodlibet erit $= \frac{2\eta}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}$. quia scilicet obiectum ante primam lentem collocari debet ad distantiam $a = \frac{2}{2+3\eta} \cdot \frac{b}{m}$.

Exemplum.

73. Ponantur omnes quatuor lentes ex vitro communi confectae, pro quo $n = 1,55$; tum vero statuatur iterum $\eta = \frac{1}{5}$ et $b = 8$ dig. at vero k adhuc indefinitum relinquamus vnde habebitur ista aequatio:

$$\frac{kmx}{8^2} \sqrt[3]{0,9381 \cdot 1,69 \cdot (-0,2776)} = 1$$

vbi signum − calculum non turbat, cum hic de quantitate absoluta sermo sit, vnde reperitur $kx = \frac{82,0692}{m}$ vnde iam patet, si caperetur $k = 20$, valorem ipsius x proditurum esse nimis magnum, quare x ex figura lentium et tum hinc valorem ipsius k inuestigemus, vt gradum distinctionis adcuratius cognoscamus.

Habe-

Habetur itaque ſequens

Conſtructio horum microſcopiorum.

I. Obiecti ante lentem diſtantia

$$a = \frac{80}{13m} = \frac{6,1538}{m} \text{ dig.}$$

II. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis

$p = \frac{24,6152}{m}$ dig. erit radius faciei

$$\text{anter.} = -\frac{p}{4,1194} = -0,24275\,p = -\frac{5,9755}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{5,9375} = 0,16842\,p = \frac{4,1457}{m} \text{ dig.}$$

cuius aperturae ſemidiameter ſumi poterit

$$x = \frac{1,0264}{m} \text{ dig.}$$

tum vero pro gradu diſtinctionis erit $k = 42$ circiter; quare cum diſtinctio ſequatur cubum ipſius k hic diſtinctio octies maior erit, quam in caſibus praecedentibus, vbi $k = 20$. Tum vero ad lentem ſequentem erit diſtantia $= \frac{1,2308}{m}$ dig.

III. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis $q = \frac{28,308}{m}$ dig. erit radius faciei

$$\text{anter.} = -\frac{p}{2,6827} = -0,3727\,q = -\frac{10,552}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{4,5008} = 0,2222\,q = \frac{6,2896}{m} \text{ dig.}$$

cuius apertura priore aliquanto maior ſumi poteſt.

Diſtantia ad lentem ſequentem eſt, vt ante.

IV. Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis eſt

$$r = \frac{30,77}{m} \text{ dig.}$$

 erit

erit radius faciei

$$\text{anter.} = -\frac{r}{1,2460} = -0,8025.\, r = -\frac{24,602}{m}\ \text{dig.}$$

$$\text{poſter.} = \frac{r}{3,0641} = 0,3264\, r = \frac{10,066}{m}\ \text{dig.}$$

cuius apertura iterum aliquanto maior, quam praecedens, et interuallum ad ſequentem eſt, vt ante.

V. Pro quarta lente, cuius diſtantia focalis eſt $s = \frac{32}{m}$ dig. erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{s}{0,1907} = 5,2438.\, s = \frac{167,8016}{m}\ \text{dig.}$$

$$\text{poſter.} = \frac{s}{1,6274} = 0,61447.\, s = \frac{19,663}{m}\ \text{dig.}$$

cuius apertura denuo aliquantillum maior, eique oculus immediate adplicatur.

VI. Pro gradu claritatis eſt $y = 1,3\, x = \frac{1,3473}{m}$ dig. vnde menſura claritatis fit $\frac{26,946}{m}$ ita, vt niſi plus quam vicies ſexies multiplicare velimus, adhuc plena claritate frui queamus.

Scholion.

74. En ergo ſpeciem microſcopiorum ſimplicium, quae maximam attentionem mereri videtur, cum ſine detrimento claritatis obiecta multo diſtinctius repraeſentabunt, quam vulgo fieri ſolet. Interim tamen fateri cogimur, haec inſtrumenta non ad praegrandes multiplicationes adplicari poſſe; ſi enim multiplicationem $m = 100$ deſideremus, lentes quidem adhuc

adhuc facile parari possent sed distantia obiectorum fieret tantum $\frac{6}{100}$ dig., quae distantia vtique nimis parua fieri posset, praecipue si obiecta non fuerint admodum laeuia. Ceterum multiplicatio ad 150 vel 200 fortasse posset vrgeri, si summa necessitas postularet. Deinceps autem eiusmodi microscopia composita proferemus, quae non solum aeque clare et distincte obiecta repraesentent, sed etiam maiorem elongationem obiectorum admittant. Quoniam autem in hoc capite lentes tantum conuexas sumus contemplati, nunc etiam lentes concauas introducamus, quibus adeo effici poterit, vt confusio penitus euanescat, sed aliud incommodum executionem turbabit, dum scilicet lentibus nimis exiguis erit opus, quemadmodum in capite sequente videbimus.

Annotatio.

75. In hoc exemplo singulari attentione dignum euenit, vt formula pro confusione prodierit negatiua; euidens autem est, eam siue maiorem siue minorem prodituram fuisse, si litterae η alius valor fuisset tributus, quin etiam haec confusio plane ad nihilum reduceretur, si η ita acciperetur, vt fieret haec formula $4 + \frac{7}{2}\eta - \nu(20 + 7\eta) = 0$; vnde pro casu exempli sequeretur

$$\eta = \frac{8}{7} \cdot \frac{5\nu - 1}{1 - 2\nu} = \frac{1,3040}{3,7436} = 0,34833,$$

hoc est propemodum si sumsissemus $\eta = \frac{1}{3}$. Praete-

rea vero alio modo haec confufio ad nihilum reduci poffet, fi fcilicet pro prima lente numerum λ non vnitati aequalem, fed $\lambda = 1 + \omega$ pofuiffemus; tum enim in formula illa primus terminus 4 particula ω augeri deberet, ita, vt prodiret in cafu exempli $\omega - 0,2776$: vnde foret $\omega = 0,2776$, primaque lens ex numero $\lambda = 1 + \omega = 1,2776$ conftrui deberet; reliquarum lentium conftructione eadem relicta. Pro prima igitur hac lente fubftitui poterit haec conftructio ob $\tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 0,4768$.

$$\text{rad. fac. anter.} = \frac{-p}{4,1194 - 0,4768} = \frac{-p}{3,6426}.$$

$$\text{rad. fac. pofter.} = \frac{p}{5,9375 - 0,4768} = \frac{p}{5,4607}; \text{ feu}$$

$$\text{rad. anter.} = -0,27453.\,p = -\frac{6,756}{m}\text{ dig.}$$

$$\text{rad. pofter.} = 0,18312.\,p = \frac{4,504}{m}\text{ dig.}$$

quodfi ergo haec lens in exemplo allato loco primae lentis fubftituatur, reliquis omnibus feruatis his microfcopiis adhuc maior perfectionis gradus conciliabitur, praecipue cum iam prima lens maiorem aperturam admittat.

CAPVT

CAPVT III.

DE MICROSCOPIIS SIMPLICIBVS AB OMNI PLANE CONFVSIONE IMMVNIBVS SIVE EX EODEM SIVE EX DIVERSO VITRI GENERE CONSTANTIBVS.

Problema I.

76.

Si microſcopium duabus lentibus priore concaua, poſteriore vero conuexa proxime inter ſe iungendis conſtet; efficere, vt confuſio ab apertura oriunda penitus deſtruatur.

Solutio.

Quoniam hic duae tantum lentes occurrunt earum interuallum $= A a(1 - \frac{1}{P})$ ſtatuatur minimum $= \eta a$ hincque fiet $P = \frac{A}{A - \eta}$ deinde cum diſtantiae focales ſint $p = \mathfrak{A} a$ et $q = - \frac{A\mathfrak{B}}{P}. a$; ob lentem priorem concauam debet eſſe $\mathfrak{A}$ negatiuum hincque etiam $A < 0$; quare ſecunda lens ſponte fit conuexa ob $\mathfrak{B} = 1$. Multiplicatio porro ita exprimetur, vt ſit

 $m =$

$m = P. \frac{b}{a}$; vnde colligitur diſtantia

$$a = P. \frac{b}{m} = \frac{A}{A-\eta} \cdot \frac{b}{m},$$

ita, vt diſtantia obiecti etiam minor ſit capienda, quam $\frac{b}{m}$. Nunc vt confuſio ab apertura oriunda ad nihilum redigatur, huic aequationi ſatisfieri oportet

$$\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{\lambda'}{A^3 P} = 0,$$

ſiquidem ambae lentes ex eodem vitro conficiantur. Sin autem ex diuerſo vitro parentur; pro ſecunda lente loco μ ſcribatur μ' et habebitur haec aequatio

$$\frac{\mu\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\mu\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{\mu'\lambda'}{A^3 P} = 0.$$

quem caſum hic euoluamus, quandoquidem caſus vix ſit complicatior atque ex hac aequatione definire poterimus ſiue λ ſiue λ', fiet ſcilicet

$$\text{vel } \lambda = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{P} \lambda' - \nu . \mathfrak{A}(1-\mathfrak{A})$$

$$\text{vel } \lambda' = \frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{P}{(1-\mathfrak{A})^3} \lambda + \frac{\mu\nu}{\mu'} \cdot \frac{P.\mathfrak{A}}{(1-\mathfrak{A})^2}$$

ita, vt littera $\mathfrak{A}$ adhuc arbitrio noſtro relinquatur, dummodo negatiue capiatur, quare hanc litteram ita definire licebit, vt etiam altera confuſio a diuerſa refrangibilitate oriunda tollatur, quem in finem ſi, vt ſupra fecimus, pro prima lente ſtatuatur $\frac{dn}{n-1} = N$; et pro ſecunda $\frac{dn'}{n'-1} = N'$, huic aequationi erit ſatisfaciendum

$$0 = N. \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{N'}{P} \cdot \frac{1}{A}$$

ex

ex qua colligitur

$$\frac{\mathfrak{A}}{A} = \frac{N}{N'} . P = 1 - \mathfrak{A},$$

ita, vt ob $P = 1$ proxime fiat

$$\mathfrak{A} = 1 - \frac{N}{N'} = \frac{N' - N}{N'}$$

qui valor cum esse debeat negatiuus, necesse est, vt sit $N' < N$.

Sumamus igitur priorem lentem concauam ex vitro chrystallino, posteriorem vero ex vitro coronario confici et ob $N : N' = 10 : 7$ fiet $\mathfrak{A} = -\frac{3}{7}$, quo valore contenti esse possumus. Sin autem exactiorem desideremus, loco P eius valorem substituamus et nostra aequatio fiet

$$0 = \frac{10}{\mathfrak{A}} - 7 . \frac{(A - \eta)}{A^2} = 10 A (A + 1) - 7 (A - \eta)$$

quae sumto, vt ante, $\eta = \frac{r}{s}$ dabit

$$A = -\frac{3}{20} + \sqrt{\frac{9}{400} - \frac{7}{50}}$$

qui valor manifesto est imaginarius, ita, vt huic conditioni satisfieri nequeat, nisi distantia ηa multo minor capiatur, scilicet sumi deberet $\eta < \frac{1}{31}$, quia autem tantilla distantia in tam exiguis lenticulis locum habere nequit, etiam hanc conditionem perfecte implere non licebit. Contentos igitur nos esse oportebit valore saltim prope satisfaciente, praecipue cum ipsa rei natura non permittat, vt huic conditioni plene satisfaciamus, ac sumamus, vt ante, reperimus

$\mathfrak{A} =$

$\mathfrak{A} = -\frac{3}{7}$, vt ſit $A = -\frac{3}{10}$ hincque $P = \frac{3}{3 + 10\eta}$

hincque diſtantiae focales

$$p = -\frac{3}{7} \cdot a = \frac{-9}{21 + 70\eta} \cdot \frac{b}{m};\ q = \frac{3}{10} \cdot \frac{b}{m};$$

Pro confuſione autem tollenda ſumi debebit

$$\lambda = \frac{\mu'}{\mu} \frac{10^3}{7^3} \cdot \frac{3 + 10\eta}{3} \lambda' + \frac{30}{49} \cdot \nu$$

in qua forma ſi ſumatur $\lambda' = 1$ et litterae μ, μ' et ν conuenienter aſſumantur, reperietur

$$\lambda = \frac{0,8875}{0,8724} \cdot \frac{10^3}{7^3} \cdot \frac{3 + 10\eta}{3} + \frac{30}{49} \cdot 0,2529$$

$$= 3,3001 \cdot (1 + \tfrac{10}{3}\eta)$$

$$= 3,3001 + 11,0003\,\eta + 0,155 \text{ ſeu}$$

$$\lambda = 3,4551 + 11,0003 \cdot \eta$$

ex quo conſtructio prioris lentis peti debet.

Coroll. 1.

77. Cum ſit

$$a = \frac{A}{A - \eta} \cdot \frac{b}{m} = \frac{3}{3 + 10\eta} \cdot \frac{b}{m}$$

patet diſtantiam obiecti notabiliter hic minorem fore, quam caſu lentis ſimplicis, vbi erat $a = \frac{b}{m}$, nam ſi ſumamus $\eta = \frac{1}{5}$ prodit $a = \frac{3}{5} \cdot \frac{b}{m}$ neque vero pro η minor valor accipi poterit.

Coroll. 2.

78. Hoc ergo modo prius eorum incommodorum, in vicinitate obiecti conſiſtens, quae ſupra commemo-

memorauimus, haud mediocriter augetur; posterius vero hic quidem penitus tolletur sublata confusione ab apertura oriunda; verum distantiae focales lentium tam fiunt exiguae, vt posito

$$\eta = \tfrac{1}{5} \text{ prodeat } p = -\tfrac{9}{35} \cdot \tfrac{b}{m} \text{ et } q = \tfrac{3}{10} \cdot \tfrac{b}{m},$$

cum pro lente simplici fuisset $p = \frac{b}{m}$.

Scholion.

79. Deinde etiam hoc non parum obstat, quod etiamsi duas vitri species adhibeamus tamen altera confusio tolli nequeat atque adeo ad valores imaginarios perueniatur vnde hac specie repudiata ad alteram euoluendam progrediamur, qua lens posterior concaua assumitur.

Problema 2.

80. Si microscopium constet duabus lentibus, quarum prior conuexa, posterior vero concaua, efficere, vt confusio ab apertura oriunda euanescat.

Solutio.

Posito lentium interuallo $= \eta a$ fiet, vt ante, $P = \frac{A}{A - \eta}$ et cum sint distantiae focales $p = \mathfrak{A} a$ et $q = -\frac{A}{P} \cdot a$, tam $\mathfrak{A}$ quam A erunt numeri positiui ideoque $\mathfrak{A} < 1$. Multiplicatio vero dabit

$$m = P \cdot \frac{b}{a} \text{ seu } a = P \cdot \frac{b}{m} = \frac{A}{A - \eta} \cdot \frac{b}{m}.$$

Confusio autem ab apertura oriunda, si ambas lentes iterum vt ex diuerso vitro factas consideremus, euanescet, si fuerit, vt ante,

$$\text{vel } \lambda = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{P} \lambda' - \nu \mathfrak{A} (1 - \mathfrak{A})$$

$$\text{vel } \lambda' = \frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{P}{(1-\mathfrak{A})^3} \lambda + \frac{\mu \nu}{\mu'} \cdot \frac{P.\mathfrak{A}}{(1-\mathfrak{A})^2}$$

adeoque adeo altera confusio euanescit, si fuerit

$$o = N. \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{N'}{P} \cdot \frac{1}{A} \text{ hincque } \frac{\mathfrak{A}}{A} = \frac{N}{N'}. P = 1 - \mathfrak{A};$$

vnde quia $\mathfrak{A} < 1$ et $1 - \mathfrak{A} < 1$ debet esse $N' > N$, quamobrem hic lentem primam ex vitro coronario, secundam vero concauam ex chrystallino parari conveniet, ita, vt fiat $1 - \mathfrak{A} = \frac{7}{10}. P.$ ad quod requiritur, vt sit $\frac{7}{10} P < 1$, quod ideo notari oportet, quia $P > 1.$ seu esse debet $P < \frac{10}{7}$ ideoque $\frac{A}{A-\eta} < \frac{10}{7}$, consequenter $\frac{\eta}{A} < \frac{3}{10}$. Huic igitur aequationi si adcurate satisfacere velimus, debet esse $\frac{\eta}{A} < \frac{3}{10}$ vnde si sumamus $\frac{\eta}{A} = \frac{1}{4}$ fiet $P = \frac{4}{3}$ hincque $1 - \mathfrak{A} = \frac{14}{15}$ et $\mathfrak{A} = \frac{1}{15}$ ideoque $A = \frac{1}{14}$ et $\eta = \frac{1}{56}$, ex quo distantia lentium prodit $\eta a = \frac{1}{56}. a = \frac{b}{42.m}$ quia autem in praecedente capite assumsimus circiter interuallum $\eta a = \frac{1}{5}. \frac{b}{m}$ patet, tam exiguum interuallum in praxi locum habere non posse ita, vt nostro casu alteram confusionem, tollere non liceat. Prorsus igitur isti conditioni renunciare oportet, ita, vt iam perinde sit siue lentes ex eodem vitro siue diuerso conficiantur, fiant igitur ex eodem vitro quocunque, ita, vt sit $\mu' = \mu$ et pro

pro prima confusione tollenda, quoniam $\mathfrak{A}$ non nimis paruum sumi conuenit, statuamus $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ hincque $A = 1$; vnde fit $P = \frac{1}{1-\eta}$ et $a = \frac{1}{1-\eta} \cdot \frac{b}{m}$ et $p = \frac{a}{2}$, et $q = -(1-\eta)a$. Quodsi nunc statuamus $\eta a = \frac{1}{5}p$, sumi oportebit $\eta = \frac{1}{10}$ sicque fiet $P = \frac{10}{9}$; $a = \frac{10}{9} \cdot \frac{b}{m}$; $p = \frac{5}{9} \cdot \frac{b}{m}$ et $q = -\frac{b}{m}$. Confusio prior itaque euanescit, si sit $\lambda' = \frac{80}{9}\lambda + \frac{20}{9} \cdot \nu$; vnde facile erit, lentes construere.

Coroll. 1.

81. Pro lentium igitur constructione si vitrum adhibeatur commune pro quo est

$$n = 1,55 \text{ et } \nu = 0,2326$$

si sumatur $\lambda = 1$, erit $\lambda' = 9,406$, vnde fit

$$\tau V(\lambda' - 1) = 2,7758.$$

Coroll. 2.

82. Pro prima igitur lente, cuius distantia focalis est

$$p = \frac{5}{9} \cdot \frac{b}{m} = \frac{40}{9m} \text{ dig. ob } b = 8 \text{ dig.}$$

numerique $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ et $\lambda = 1$ habebitur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,9091} = 1,1000\,p = \frac{4,89}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,9090} = 1,1001 . p = \frac{4,89}{m} \text{ dig.}$$

ita, vt haec lens sit tantum non vtrinque aequaliter conuexa.

Coroll. 3.

83. Pro altera lente concaua, cuius diſtantia focalis $q = -\frac{8}{m}$ dig. et numeri $\mathfrak{B} = 1$ et $\lambda' = 9,406$ erit radius faciei

anter. $= \frac{q}{\varrho + \tau\sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{q}{2,9665} = 0,33710.\ q = -\frac{2,70}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{q}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda' - 1}} = \frac{-q}{1,1484} = -0,87288\ q = \frac{6,98}{m}$ dig.

Coroll. 4.

84. Interuallum inter has duas lentes ſtatui ergo debebit

$$\eta a = \frac{1}{9} \cdot \frac{b}{m} = \frac{0,889}{m} \text{ dig.}$$

obiectum autem ante lentem priorem eſt collocandum ad diſtantiam

$$a = \frac{80}{9m} \text{ dig.} = \frac{8,89}{m} \text{ dig.}$$

quod autem ad aperturam attinet, eam ex minimo radio ambarum lentium definiri oportet ſicque eius ſemidiameter ſumi poterit

$$x = \frac{0,67}{m} \text{ dig.} = \frac{2}{3m} \text{ dig.}$$

Hinc pro claritate fiet $y = \frac{bx}{ma} = \frac{15}{5m}$ vnde menſura claritatis, vt ſupra eſt ſtabilita $= \frac{12}{m}$.

Scholion.

85. His ergo microſcopiis priori incommodo ſupra memorato medela affertur, dum obiectum ad maio-

maiorem diſtantiam remouere licet; contra vero quia lentes multo minores requiruntur, quae propterea non niſi minorem aperturam admittunt claritas minor prodire debet, qui defectus ea qualitate, quod confuſio prior penitus tollitur, vix compenſari videtur. Maximum vero lucrum in hoc fine dubio ſitum eſſet futurum, ſi etiam alteram confuſionem tollere licuiſſet, quandoquidem ſolis lentibus conuexis adhibendis, de hoc ne cogitari quidem poterat. Quoniam igitur hoc lucrum duabus lentibus obtineri non poteſt, examinemus caſum trium lentium, inter quas vna ſit concaua, quae, vti facile ex praecedentibus intelligitur, ex vitro chryſtallino parari debet, dum reliquae ex coronario conficiuntur; tum vero etiam nullum dubium ſupereſſe poteſt, quin hanc lentem concauam loco tertio conſtitui conueniat.

Problema 3.

86. Si microſcopium conſtet tribus lentibus inter quas tertia ſit concaua, binae anteriores vero conuexae, efficere, vt confuſio ab apertura oriunda penitus deſtruatur.

Solutio.

Ponantur iterum bina interualla inter has lentes vtrumque $= \eta a$ ac habebimus, vti in problem. 2. capitis praecedentis

$$P = \frac{A}{A - \eta};\quad Q = \frac{(A - \eta)B}{(A - \eta)B + \eta}.$$

Tum

Tum vero cum distantiae focales sint

$$p = \mathfrak{A}\,a;\ q = -\tfrac{A\mathfrak{B}}{P}.\,a \text{ et } r = \tfrac{AB}{PQ}.\,a;$$

primo debebit esse $\mathfrak{A} > 0$ et quia est

$$\tfrac{q}{r} = -\tfrac{Q\mathfrak{B}}{B} \text{ ob } q > 0 \text{ et } r < 0;$$

debebit esse

$$\tfrac{\mathfrak{B}}{B} > 0 \text{ siue } 1 - \mathfrak{B} > 0 \text{ seu } \mathfrak{B} < 1.$$

His autem conditionibus duplici modo satisfieri potest:

I°. Si $\mathfrak{A} < 1$ ideoque $A > 0$; atque fiet $\mathfrak{B} < 0$ et $B < 0$.

II°. Si $\mathfrak{A} > 1$ hincque $A < 0$ fiet $B > 0$ et $\mathfrak{B} > 0$; attamen $\mathfrak{B} < 1$.

Priore casu prodit $P > 1$ et $Q > 1$; posteriore vero casu fit $P < 1$ et $Q > 1$. Vtrum autem PQ fiat maius an minus vnitate non definitur. Multiplicatio m autem dabit $a = PQ.\frac{h}{m}$ pro qua conducit, vt PQ notabiliter vnitatem superet, quod euenit casu priore, vbi est $P > 1$ et $Q > 1$. Nunc vero incipiamus a confusione posteriore ad nihilum redigenda quae praebet hanc aequationem, quandoquidem assumimus $N' = N$, pro vitro coronario, dum N'' ad vitrum chrystallinum referatur

$$0 = N.\tfrac{1}{\mathfrak{A}} - \tfrac{N}{P}.\tfrac{1}{A\mathfrak{B}} + \tfrac{N''}{PQ}.\tfrac{1}{AB}.$$

Si

Si igitur duae priores lentes conuexae ex vitro coronario; tertia vero ex chryſtallino ſint factae: vt ſit $N : N'' = 7 : 10$, habebitur

$$0 = \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{1}{P.A\mathfrak{B}} + \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{PQ.AB};$$

in qua ſi loco P et Q valores ante inuenti ſubſtituantur, prodibit

$$0 = \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{A - \eta}{A^2 \mathfrak{B}} + \frac{10}{7} \cdot \frac{(A - \eta) B + \eta}{A^2 B^2};$$

quae aequatio euoluta abibit in hanc formam:

$$0 = A^2 B^2 + \tfrac{3}{7} A B + \eta (B^2 - \tfrac{3}{7} B + \tfrac{10}{7})$$

vnde patet, ſi eſſet $\eta = 0$, fore $A B = - \frac{3}{7}$ ideoque $r = - \frac{3}{7.PQ} . a$ ita, vt ſit $- r < \frac{3}{7} a$ ob $PQ > 1$. Sed quia caſus $\eta = 0$ locum habere nequit, dum potius huic litterae valor ſatis modicus tribui debet; tribuatur aequationi inuentae haec forma

$$A^2 B^2 + \tfrac{3}{7} A B + \tfrac{9}{196} = (AB + \tfrac{3}{14})^2 = \tfrac{9}{196} - \eta (B^2 - \tfrac{3}{7} B + \tfrac{10}{7})$$

vbi euidens eſt litteram η maiorem eſſe non poſſe, quam $\frac{9}{196 (B^2 - \frac{3}{7} B + \frac{10}{7})}$ ſiquidem haec altera confuſio prorſus debeat euaneſcere, qui limes cum ſit valde exiguus, ſtatuamus

$$\eta = \frac{9}{28 (7 B^2 - 3 B + 10)} \text{ fietque } A B = - \tfrac{3}{14};$$

ſicque r duplo minor quam ante; id quod praxi maxime obeſt. Cum autem non abſolute neceſſarium ſit iſtam confuſionem prorſus ad nihilum redigere, res ita poterit proponi, vt poſito $A B = - \frac{3}{14}$ pro η tantus

tus capiatur valor, quam circumſtantiae permittunt, etiamſi is maior ſit futurus limite hic praeſcripto. His obſeruatis tandem prior confuſio ad nihilum redigatur, id quod fit ope huius aequationis

$$0 = \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu''}{\mu'} \cdot \frac{\lambda''}{A^3 B^3 P Q}$$

ex qua numerus λ'' definiri conueniet ſumtis $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$.

Coroll. 1.

87. Vtcunque igitur interuallum ηa aſſumatur, haec microſcopia ſemper iſto defectu laborabunt, vt tertia lens fiat nimis parua, ſcilicet fere quintuplo minor, quam ſi lente ſimplici vteremur. Quare cum paruitas lentis maiores multiplicationes impediuiſſet, hic caſus multo minus erit aptus maioribus multiplicationibus producendis.

Coroll. 2.

88. Deinde etiam limes praeſcriptus pro η nimis paruum praebet valorem, quam vt in praxi locum habere poſſit, etiamſi littera B arbitrio noſtro permittatur; valor enim ex illo limite deductus $\eta = \frac{9}{28(7B^2 - 3B + 10)}$ maximum adipiſcitur valorem, ſi capiatur $B = \frac{3}{14}$, qui propterea erit $\eta = \frac{9}{271}$ ſeu proxime $\eta = \frac{1}{30}$ qui manifeſto nimis eſt paruus, quam vt in praxi admitti poſſit.

Scho-

Scholion.

89. Parum igitur fructus haec microſcopiorum ſpecies pollicetur, etiamſi vtramque confuſionem ad nihilum redigere liceat, cum vtcunque litterae A et B definiantur, tam ipſae lentes nimis prodeunt exiguae, quam lentium interualla nimis parua. Sin autem confuſionem a diuerſa refrangibilitate oriundam non curare velimus, egregia hinc microſcopia deducere licebit, inter quae ſequens potiſſimum ſpecies noſtram attentionem mereri videtur.

Statuatur ſcilicet $\mathfrak{A} = 1$, vt ſit $A = \infty$ ſumatur porro $B = 0$, ita, vt ſit $AB = -\vartheta$ hincque elementa noſtra ita definiantur:

$$P = 1;\ Q = \frac{\theta}{\theta - \eta} \text{ et } p = a;$$

$$q = \vartheta a. \text{ et } r = -(\vartheta - \eta) a,$$

vbi ϑ facile ita ſumi poteſt, vt hae diſtantiae focales non fiant nimis paruae atque η etiam noſtro arbitrio permittatur. Tum vero erit diſtantia $a = \frac{\theta}{\theta - \eta} \cdot \frac{h}{m}$. Nunc autem perinde erit ſiue omnes lentes ex eodem vitro ſiue ex diuerſo parentur; interim tamen ſi ϑ non multum a valore ſupra dato $\frac{3}{14}$ abludat, non parum lucri conſequemur, ſi tertiam lentem ex vitro chryſtallino paremus, dum binae anteriores ex vitro coronario conficiuntur, quippe quo facto altera confuſio ſaltim diminuetur; tum autem pro ipſa lentium conſtructione haec aequatio eſt reſoluenda:

$$0 = \lambda + \frac{\lambda'}{\theta^3} - \frac{0,8724}{0,9875} \cdot \frac{\lambda''(\theta - \eta)}{\theta^4}$$

vnde ſumtis $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ colligitur

$$\lambda'' = \frac{0,875}{0,8724} \cdot \frac{\theta^4}{\theta - \eta} \left(1 + \frac{1}{\theta^3}\right)$$

cuius ſolutionis exemplum afferre non pigebit:

Exemplum.

Sumatur $\eta = \frac{1}{5}$; et ſit $\vartheta = 1$; atque hinc habebimus

$$P = 1;\ Q = \frac{1}{1 - \eta} = \frac{5}{4};$$

$$p = a;\ q = a;\ r = -\frac{4}{5}a;$$

exiſtente $a = \frac{5}{4} \cdot \frac{h}{m}$. Tum vero aequatio reſoluenda pro hoc caſu dabit

$$\lambda'' = \frac{0,875}{0,8724} \cdot \frac{5}{2} = 2,8300;$$

ex quo pro vitro chryſtallino colligitur

$$\tau \sqrt{\lambda'' - 1} = 1,1870.$$

Vnde obtinetur ſequens

Conſtructio microſcopii trilenticularis.

I. Prima lens ex vitro coronario paratur, cuius diſtantia focalis cum ſit

$$p = a = \frac{5}{4} \cdot \frac{h}{m} = \frac{10}{m} \text{ dig.}$$

et numeri $\mathfrak{A} = 1$ et $\lambda = 1$. erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\varrho} = \frac{p}{0,2267} = 4,4111 \cdot p = \frac{44,11}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\sigma} = \frac{p}{1,6601} = 0,6024 \cdot p = \frac{6,02}{m} \text{ dig.}$$

II. Pro

II. Pro ſecunda lente etiam ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis eſt

$q = a = \frac{5}{4} \cdot \frac{b}{m} = \frac{10}{m}$ dig.

et numeri $\mathfrak{B} = 0$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma} = \frac{q}{1,6601} = 0,6024\, q = \frac{6,02}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{q}{\varrho} = \frac{q}{0,2267} = 4,4111\, q = \frac{44,11}{m}$ dig.

III. Pro tertia lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis eſt

$r = -\frac{4}{5} a = -\frac{b}{m} = -\frac{8}{m}$ dig.

et numeri $\mathfrak{C} = 1$ et $\lambda'' = 2,8300$ erit rad. faciei

ant. $= \frac{r}{\varrho + \tau\sqrt{(\lambda''-1)}} = \frac{r}{1,3284} = 0,75278 . r = -\frac{5,82}{m}$ dig.

poſter. $= \frac{r}{\sigma - \tau\sqrt{(\lambda''-1)}} = \frac{r}{0,3957} = 2,5272 . r = -\frac{20,21}{m}$ dig.

IV. His lentibus confectis interuallum inter binas ſtatuatur $= \frac{1}{5} a = \frac{2}{m}$ dig. et obiectum exponatur ad diſtantiam $a = \frac{10}{m}$ dig.

V. Cum confuſio prior ſit nulla, his lentibus tanta apertura tribui poteſt, quantam earum figura permittit, quare cum minimus radius ſit $\frac{5,82}{m}$ dig. ſtatuatur ſemidiameter aperturae $x = \frac{1,45}{m}$ dig. vnde pro claritate erit

$y = \frac{bx}{ma} = \frac{4}{5} x = \frac{1,16}{m}$ dig.

hincque menſura claritatis $= 20\, y = \frac{23,2}{m}$, denotante 1 claritatem plenam.

 Scho-

Scholion.

98. Si hanc ſpeciem cum iis, quas in praecedente capite inuenimus compararemus, haec ſpecies praerogatiuam meretur tam ratione diſtantiae obiecti, quippe quae hic eſt aliquanto maior, quam ob eam cauſſam, quod hic etiam altera confuſio non mediocriter diminuatur, quae ante ne in computum quidem eſt ducta. Verum ſi ad magnitudinem lentium attendamus, illae ſpecies, quae praecipue quatuor lentibus conſtant, longe anteferri merentur, cum ibi lentium diſtantiae focales multo ſint maiores ideoque ea microſcopia ad multo maiores multiplicationes accommodari poſſint, niſi forte nimia obiecti vicinitas obſtaret. Neque igitur opus eſſe cenſeo, hanc tractationem adhuc ad plures lentes extendere, cum vix maior perfectio in microſcopiis ſimplicibus exſpectari queat. Quare ſi quis maiores perfectiones deſideret, neceſſario ad microſcopia vere compoſita confugere debebit, quandoquidem hac compoſitione binis ſupra memoratis incommodis erit occurrendum. Primo ſcilicet vt non opus ſit obiecta tam prope admouere, deinde vt non tam exiguis lenticulis indigeamus, etiamſi multiplicationem maximam requiramus; in hoc enim microſcopia compoſita potiſſimum ſimplicibus antecellunt, vt eorum ope multiplicatio quantumuis magna produci queat.

SECTIO

SECTIO SECVNDA.

DE

MICROSCOPIIS

COMPOSITIS,

IN QVIBVS NVLLA IMAGO REALIS OCCVRRIT.

Problema I.

§. 99.

Datis tam multiplicatione m, quam distantia obiecti ante lentem obiectiuam microscopium ex duabus lentibus construere, quarum obiectiua sit conuexa, ocularis vero concaua.

Solutio.

Cum distantia obiecti a detur aeque ac multiplicatio m, casus duarum lentium statim praebet hanc aequationem $m = P.\frac{b}{a}$; vnde definitur $P = \frac{ma}{b}$; hinc distantiae focales ambarum lentium erunt $p = \mathfrak{A}\, a$; $q = -\frac{Ab}{m}$; vnde patet tam $\mathfrak{A}$, quam A esse debere positiua, ad quod sufficit, vt A sit positiuum. Interuallum vero lentium erit

$$= A\,a\left(1 - \frac{b}{ma}\right) = \frac{A}{m}(ma - b)$$

ex

ex quo perſpicuum eſt, eſſe debere $ma > b$ ſeu $m > \frac{b}{a}$; alioquin enim huiusmodi microſcopia locum habere non poſſent. Deinde pro ſpatio in obiectis conſpicuo habebimus eius ſemidiametrum

$$\zeta = a\Phi = \frac{q}{ma-b} \cdot a. b. \xi.$$

Si igitur ſumamus $\zeta = \frac{1}{4}$ et $q = 1$, qui eſt caſus, quo lens ocularis maximam aperturam admittit ideoque vtrinque aeque eſt concaua; tum ergo erit

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma-b}.$$

Quod vero ad locum oculi attinet, ex ſuperioribus, formulis generalibus colligimus

$$O = \frac{qb}{Ma} \cdot \frac{b}{m}; \text{ eſt vero } b = -\frac{\alpha}{P} = -\frac{Ab}{m};$$

$$\text{et } M = \frac{q}{ma-b} \cdot b \text{ ſicque fit } O = -\frac{Ab(ma-b)}{m^2 a};$$

quae diſtantia cum ſit negatiua, oculum lenti oculari immediate applicari oportet; vnde vt margo coloratus euaneſcat, ſatisfieri debet huic aequationi

$$0 = N(A+1)q,$$

quod cum fieri nequeat, perſpicuum eſt, marginem coloratum neutiquam tolli poſſe; multo minus ergo haec confuſio poſterior penitus tolli poterit; prior autem confuſio inſenſibilis reddetur ope huius aequationis

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) - \frac{\mu'\lambda'}{A^3 P}\right) = \frac{1}{k^3};$$

quae

quae ergo abit in hanc formam

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu'.b}{A^3 ma}\lambda'\right)=\frac{1}{k^3};$$

vbi cum lens ocularis debeat esse vtrinque aequaliter concaua, si pro ea vitri specie, ex qua lens ocularis conficitur, capiantur numeri respondentes ϱ', σ', et τ' erit $\lambda'=1+\left(\frac{\sigma'-\varrho'}{2\tau'}\right)^2$. Ex hac autem aequatione definiri debet semidiameter aperturae lentis obiectiuae x, erit scilicet

$$x\sqrt[3]{\left(\mu m\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu' b.\lambda'}{A^3.a}\right)}=\frac{1}{k}\sqrt[3]{a^2 b};$$

nisi forte hinc pro x prodeat valor maior, quam lentis figura permittit; hinc ergo casus vtilissimus foret, si fieri posset,

$$\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}=\frac{\mu'}{\mu}\cdot\frac{b\lambda'}{A^3.a.m},$$

ad quod idoneum valorem pro $\mathfrak{A}$ vel A quaeri oporteret, quod quidem pro non adeo magnis multiplicationibus fieri posset, at si multiplicatio m esset praegrandis, deberet

$$\lambda(1+A)^3+\nu A(A+1)$$

aequari fractioni valde paruae, quod cum $A>0$ fieri non potest. Quicquid autem sit inuento valore ipsius x gradus claritatis erit $y=\frac{bx}{ma}$ et mensura claritatis $=\frac{20bx}{ma}$; vnde eo magis curandum est, vt x non nimis paruum adipiscatur valorem.

Coroll. 1.

100. Hinc patet, vt x maiorem nanciſcatur valorem, plurimum conducere, vt litterae A paruus tribuatur valor; ſed hunc valorem nimis paruum aſſumere non licet quia tum lens ocularis nimis fieret parua, ita, vt A vix vnitate minus accipi conueniat.

Coroll. 2.

101. Cum formula $\lambda(1+A)^3 + \nu A(A+1)^2$ certe ſit vnitate maior, quia λ vnitate minus eſſe nequit, atque adeo vltra 8 exſurgere debeat, haec confuſio penitus tolli non poterit, niſi haec formula $\frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{b\lambda'}{ma}$ quoque 8 ſuperet, hoc eſt, niſi ob $\frac{\mu'}{\mu} = 1$ proxime, fuerit $\frac{b\lambda'}{ma} > 8$ ſeu $m < \frac{b\lambda'}{8a}$.

Coroll. 3.

102. Haec clariora fient, ſi poſito $b = 8$ dig. ſumamus $a = \frac{1}{4}$ dig. et cum ſit circiter $\lambda' = \frac{3}{2}$, limes modo inuentus daret $m < 6$; quae multiplicatio tam exigua ne huiusmodi quidem microſcopiis produci poteſt, quare nunc pro certo affirmare licet, iſtam confuſionem neutiquam tolli poſſe.

Exemplum I.

Si diſtantia obiecti debeat eſſe $\frac{1}{4}$ dig. et ambae lentes ex vitro communi $n = 1,55$ parentur; tum vero ſtatuatur $A = 1$, hincque $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}$ habebimus primo

mo distantias focales lentium

$$p = \tfrac{1}{2} a = \tfrac{1}{3} \text{ dig. et } q = -\tfrac{8}{m} \text{ dig.}$$

lentiumque interuallum

$$= \tfrac{1}{m} (\tfrac{1}{4} m - 8) = \tfrac{1}{4} - \tfrac{8}{m}.$$

Spatium vero in obiecto conspicuum erit $\zeta = \frac{2}{m - 32}$ dig. Denique si vt hactenus sumamus $k = 20$ postrema aequatio erit

$$x \sqrt[3]{\mu \cdot (8 \lambda m + 2 \nu m - 32 \lambda')} = \tfrac{1}{20} \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}}.$$

Hic autem, vt iam saepe vidimus, est $\lambda' = 1,6297$, praeterea vero cum sit $\lambda = 1$ et proxime

$$\mu = 1, \text{ inueniemus } x = \tfrac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{1}{16,9304 m - 104,3008}}.$$

Si ergo fuerit $m = 100$ fiet primo

$$p = \tfrac{1}{8} \text{ dig. et } q = -\tfrac{2}{25} \text{ dig.}$$

et lentium interuallum

$$= \tfrac{17}{100} \text{ dig. et } \zeta = \tfrac{1}{34} \text{ dig. tum vero}$$

$$x = 0,0043 \text{ dig. vnde fit}$$

$$y = \tfrac{32}{100} x = 0,0014 \text{ dig.}$$

et mensura claritatis 0,028, quae circiter triplo minor est, quam in microscopio fere simplici.

Exemplum II.

Maneant omnia, vti in exemplo praecedente, praeterquam quod litterae A valor multo maior tribuatur, vt videamus, quomodo confusio tum futura

 sit

ſit comparata. Statuatur ergo $A = 5$ fietque $\mathfrak{A} = \frac{5}{6}$ et diſtantiae focales erunt $p = \frac{5}{6} a$; $q = -5 \cdot \frac{b}{m}$, quia, vt ante, manet

$P = \frac{ma}{b}$ et lentium interuallum $= \frac{5}{m}(ma - b)$;

tum vero pro ſpatio conſpicuo erit $\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma - b}$, vt ante. Vt denique confuſio non ſentiatur, debet eſſe

$$x \sqrt[3]{\mu \left(\frac{216 \lambda m}{125} + \frac{6 \nu m}{25} - \frac{8 \lambda'}{125 . a} \right)} = \frac{1}{10} \sqrt[3]{a^2}.$$

Sumto igitur iterum $a = \frac{1}{4}$ dig.; $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1,6297$, ſiquidem ambae lentes ex vitro communi $n = 1,55$ conficiantur et poſito $\mu = 1$. habebitur

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{1}{3,568 m - 0,8344}}.$$

Si ergo fuerit $m = 100$, fiet $p = \frac{5}{24}$ dig. et $q = -\frac{1}{5}$ dig. et lentium interuallum $= \frac{17}{20}$ dig. et $\zeta = \frac{1}{34}$ dig. Tum vero

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{1}{355,966}} = 0,00705. \text{ dig.}$$

vnde fit $y = 0,00226$. dig. et menſura claritatis $= 0,0452$.

Scholion.

103. Si haec duo exempla inter ſe conferamus, ſequentia obſeruanda occurrent.

1°. Videmus, plurimum intereſſe, vt litterae A maior valor tribuatur, quia tum expreſſio pro confuſione multo fit minor, ita, vt litterae

tera x tum maiorem adipiſcatur valorem, ex quo ſimul maior claritas obtinetur; quo maior enim littera A accipitur, eo propius littera $\mathfrak{A}$ ad vnitatem accedit, ex quo primus terminus $\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}$ vix vnitatem ſuperabit, qui, dum erat $A = 1$, vltra 8 exſurgebat.

2°. Deinde etiam valorem ipſius A augendo lens obiectiua fiet maior, dum eius diſtantia focalis p ad diſtantiam obiecti a continuo propius accedit.

3°. Maximum autem commodum cernitur in lente oculari, quae hoc modo ad lubitum noſtrum augeri poterit, quantumuis magna fuerit multiplicatio. Fieri adeo poteſt, vt haec lens datam diſtantiam focalem adipiſcatur veluti vnius digiti; tum ſcilicet $A.\frac{b}{m}$ ponatur $= 1$ dig. et ob $b = 8$ dig. capi debebit $A = \frac{m}{8}$, tum quidem longitudo inſtrumenti maior euadet, ſcilicet $= \frac{1}{8}(ma - b)$ ſed vix vnquam ea tanta erit, vt non facile tolerari poſſit.

4°. In his quidem exemplis aſſumſimus diſtantiam obiecti $a = \frac{1}{4}$ dig. ſed nihil impedit, quominus hanc diſtantiam maiorem aſſumamus, quo ipſo vſus horum inſtrumentorum multo commodior redditur, dum praecipuum commodum, quod a microſcopiis compoſitis exſpe-

 ctamus;

ctamus; in eo eſt ſitum, vt non opus ſit obiecta tam prope ad inſtrumentum admouere, quia enim littera a arbitrio noſtro permittitur, eam tantam aſſumere licebit, quantam lubuerit.

5°. Verum quo maiorem hanc diſtantiam a accipiamus, fateri cogimur, claritatis gradum inde diminutum iri, quod quo clarius appareat, perpendamus, valorem litterae x reliquis litteris iisdem manentibus proportionalem eſſe formulae $\sqrt[3]{a^2}$ ſeu poteſtati $a^{\frac{2}{3}}$ ita, vt quo maior diſtantia obiecti ſtatuatur, etiam apertura lentis obiectiuae maior ſit proditura; quod in ſe ſpectatum pro non exiguo commodo eſt habendum; at pro gradu claritatis cum ſit y formulae $\frac{x}{a}$ proportionalis, claritas proportionalis fiet formulae $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$; ita, vt ea decreſcat in ratione ſubtriplicata diſtantiae obiecti a; verum haec ipſa diminutio non adeo eſt pertimeſcenda, dum ſi diſtantiam obiecti adeo octuplo maiorem accipiamus claritas tantum duplo fit minor, atque ex his perſpicuum eſt, quantopere microſcopia compoſita ſimplicibus antecellant, et quanta commoda ab iis exſpectari poſſint. Interim vero haec ſpecies microſcopiorum hic tractata adhuc

huc ingenti defectu laborat, quod a margine colorato liberari neutiquam poteft. Quocirca videamus, an vnam pluresue lentes infuper adiiciendo iftud vitium tolli queat.

Problema 2.

104. Inter lentes obiectiuam et ocularem praecedentis microfcopiorum fpeciei, nouam lentem ita inferere, vt margo coloratus ad nihilum redigatur.

Solutio.

Quoniam igitur hic tres habemus lentes earum diftantiae focales ita erunt expreffae

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}a;\ r = \frac{AB}{PQ}.a;$$

quarum cum prima debeat effe conuexa, erit $\mathfrak{A} > 0$ et cum tertia debeat effe concaua, erit $AB < 0$ ideoque altera litterarum A et B pofitiua, altera negatiua; de lente enim media nihil adhuc definiamus; interualla porro harum lentium erunt

prius $= Aa(1 - \frac{1}{P})$; et

pofterius $= -\frac{AB.a}{P}(1 - \frac{1}{Q})$;

vnde patet, effe debere $Q > 1$. Multiplicatio vero m dabit $PQ = \frac{ma}{b}$. Nunc autem id confideremus, quod nobis eft propofitum, fcilicet vt margo coloratus euanefcat; quoniam diftantia oculi O prodit negatiua,

gatiua, ſatisfieri oportet huic aequationi

$$0 = N(A + 1)B\mathfrak{r} - \tfrac{N'}{P}((B + 1)\mathfrak{r} + \mathfrak{q})$$

quem in finem ſpectetur ſpatium in obiecto conſpicuum, pro quo eſt

$$\zeta = a\Phi = \tfrac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{m a - b}\, a b \xi;$$

in qua ſi lens ocularis vtrinque fiat aequalis, vt maximam aperturam admittat, capi poterit $\mathfrak{r} = 1$; tum vero poſuimus

$$\tfrac{\mathfrak{q}+1}{m a - b} \cdot b = M, \text{ vt ſit } \zeta = M a \xi.$$

Nunc igitur primo videndum eſt, an ſi ambae lentes ex eodem vitro parentur, ſcopum obtinere queamus. Poſito igitur $N = N'$, aequatio pro margine nobis dabit $B = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{(A+1)P\mathfrak{r} - \mathfrak{r}}$, qui valor an cum conditione praeſcripta $A B < 0$ conſiſtere poſſit, videamus. Hunc in finem duos caſus perpendamus, alterum quo $A > 0$, alterum vero, quo non ſolum $A < 0$, ſed etiam $1 + A < 0$, vt ſcilicet prodeat $\mathfrak{A}$ poſitiuum. Priore caſu erit $P > 1$ ideoque in valore ipſius B denominator fit poſitiuus, ſicque B poſitivum habebit valorem, cum tamen ob $A B < 0$ negatiuum eſſe debeat; altero caſu, quo $A < 0$ debet eſſe $P < 1$. ideoque denominator $(A + 1)P - \mathfrak{r}$ fit negatiuus, etiamſi $A + 1$ non eſſet negatiuum, ita, vt valor ipſius B hoc caſu certo prodeat negatiuus, cum tamen ob $A B < 0$ deberet eſſe poſitiuus. At ſi

ſi lentes ex diuerſo vitro conficiantur, fieri poterit, vt margo coloratus penitus tollatur, idque dupl ci modo, quemadmodum in ſubiunctis caſibus oſtendemus. Poſtquam autem huic conditioni fuerit ſatisfactum, pro apertura lentis obiectiuae indeque pendente claritate ſequens habebitur aequatio:

$$\frac{mx^3}{a^2b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)-\frac{\mu'}{A^3P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3}+\frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)+\frac{\mu''\lambda''}{A^3B^3PQ}\right)=\frac{\mathfrak{r}}{k^{\mathfrak{r}}}$$

vbi tantum notandum eſt, vt lens ocularis maximam admittat aperturam valorem λ'' inde eſſe datum; pro binis reliquis λ et λ' commode vnitas aſſumitur ſicque pro quouis caſu problematis noſtri ſolutio facile inuenietur.

Coroll. 1.

105. Quod ergo hic diuerſo vitro vti oporteat, id intelligendum eſt tantum de lente prima et ſecunda, ad quas litterae N et N′ referuntur; pro tertia enim lente vitri ratio, ex quo conficitur, hic plane in computum non ingreditur, ita, vt perinde ſit ex quonam vitro haec lens conficiatur.

Coroll. 2.

106. Cum igitur pro margine colorato tollendo habeatur iſta aequatio

$$N(A+1)BP\mathfrak{r}=N'((B+1)\mathfrak{r}+\mathfrak{q})$$

hinc deduci debet valor litterae

$$B=\frac{N'(\mathfrak{q}+\mathfrak{r})}{N(A+1)P\mathfrak{r}-N'\mathfrak{r}};$$

vbi notetur, esse $r = 1$ et $q + r$ necessario maius nihilo, vt scilicet valor ipsius ζ prodeat positiuus; tum iste valor comparetur cum ea conditione, qua productum A B debet esse negatiuum, id quod fieri plane non posse, quamdiu litterae N et N′ sunt inter se aequales, iam ostendimus.

Coroll. 3.

107. Totum ergo negotium iam huc redit, quemadmodum hae duae conditiones impleri queant, dum litterae N et N′ diuersos obtinent valores, scilicet vt dato valore litterae A altera littera B talem sortiatur valorem, vt earum productum A B fiat negatiuum, vbi perpendendum est, formulam $A(P-1)$ semper positiuam esse debere, ita, vt sumto A positiuo sit $P > 1$; sumto autem A negatiuo, capi debeat $P < 1$.

Scholion.

108. Quoniam igitur duabus diuersis vitri speciebus vti cogimur, optandum sine dubio esset, vt hae duae species ratione refractionis maxime inter se differrent; cum autem aliae adhuc eiusmodi species non sint cognitae, praeter eas, circa quas Dollondus experimenta sua instituit, easdem quoque nos hic adhibere oportebit. Hactenus quidem litteris N et N′, quae his duabus speciebus conueniunt, rationem 7:10 tribuimus, quae illis experimentis maxime videtur

con-

conformis, etiamſi ea ſatis notabiliter a veritate aberrare poſſit. Quamobrem ob calculi commoditatem hanc rationem hic potius vt 2: 3 ſtatuamus, quippe quae ab illa minime differt et aliquanto maius diſcrimen inuoluit, neque enim hinc aliud eſt metuendum, ſi forte error non ſatis eſſet exiguus, niſi quod margo coloratus non penitus tolleretur; verum dummodo is multo minor euadat, quam vulgo vnicam vitri ſpeciem adhibendo fieri ſolet, contenti eſſe poterimus; quem in finem duos caſus hic accuratius examinare conueniet, alterum, quo littera A poſitiuum habet valorem; alterum vero, quo negatiuum, vt inde pateat, quanta commoda hinc in praxi exſpectari queant.

Euolutio primi caſus, quo litterae A valor poſitiuus tribuitur.

109. Hoc ergo caſu littera 𝔄 valorem quoque poſitiuum habebit et quidem vnitate minorem; tum vero conditio lentis ocularis concauae poſtulat, vt littera B obtineat valorem negatiuum. Praeterea ob $A > 0$ etiam eſſe debet $P > 1$, vt interuallum prius fiat poſitiuum. Nunc vero ob marginem coloratum tollendum valor litterae B ita exprimitur, vt ſit

$$B = \frac{N'(q + r)}{N(A + 1)Pr - N'r},$$

vbi igitur ob $q + r > 0$ denominator ſeu formula $N(A + 1)P - N'$ negatiuum habere debebit valo-

 rem;

rem; quod vt fieri possit, cum $(A+1)P$ certe sit vnitate maius, necesse est, vt fiat $N' > N$; ideoque vt lens obiectiua ex vitro coronario, secunda vero ex chrystallino conficiatur. Quare cum hinc prodeat

$$N : N' = 2 : 3 \text{ hincque sit } B = \frac{3(q+r)}{2(A+1)Pr-3r},$$

oportebit esse

$$2(A+1)P < 3; \text{ siue } P < \frac{3}{2(1+A)}.$$

Cum autem sit $P > 1$, manifestum est, litteram A tam paruam accipi debere, vt etiam nunc sit

$$\frac{3}{2(1+A)} > 1 \text{ ideoque } A+1 < \tfrac{3}{2};$$

hincque $A < \frac{1}{2}$ si enim esset $A = \frac{1}{2}$ capi deberet $P = 1$ primumque interuallum plane euanesceret, id quod praxis non patitur; vnde simul intelligitur, hanc litteram A tanto minorem, quam $\frac{1}{2}$ statui debere, vt etiam nunc interuallum duarum primarum lentium ad praxin reuocari possit. Constituta autem littera A littera P sumi debebit inter limites 1 et $\frac{3}{2(A+1)}$ modo autem vidimus, minori limiti vnitati aequalem capi non posse, at si maiori limiti sumeretur aequalis tum B fieret infinitum sicque longitudo instrumenti in infinitum extenderetur. Tam prope igitur P maiori limiti admoueri conueniet, vt quantitas AB adhuc in praxi locum habere possit. Tum vero adhuc superest, vt postremae aequationi satisfiat, qua apertura lentis obiectiuae definitur; circa quam aequationem

tionem ſequentia nunc annotaſſe iuuabit:

1°. Cum $A < \frac{1}{2}$; erit $\mathfrak{A} < \frac{1}{3}$; vnde ipſius λ coefficiens erit > 27. vnde enormis confuſio reſultaret, niſi ſequentibus terminis diminueretur.

2°. Verum cum pro ſecunda lente coefficiens ipſius λ' fiat maior, quam -8 ob $P = 1$ proxime et quia B ſemper fit numerus valde magnus, $\mathfrak{B}$ parum ab vnitate differt.

3°. Pro lente oculari coefficiens ipſius λ'' tam erit paruus, vt prae reliquis terminis quaſi euaneſcat; vnde adeo hoc commodi aſſequimur, vt tota haec confuſio prorſus ad nihilum redigi queat, debite ſcilicet definiendo litteras λ et λ'; quare hic caſus omnino meretur, vt aliquot exemplis illuſtretur.

Exemplum I.

Cum debeat eſſe $A < \frac{1}{2}$, ponamus $A = \frac{1}{3}$ fietque

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} \text{ et } \frac{3}{2(A+1)} = \frac{9}{8}$$

ita, vt P capi debeat intra limites 1 et $\frac{9}{8}$. Sit ergo

$$P = \frac{10}{9} \text{ et fiet } B = -\frac{11(q+r)}{r}.$$

Conſideremus nunc aequationem fundamentalem, quae eſt

$$\mathfrak{B}q = \frac{1}{9} \cdot \frac{q+r}{ma-b} \cdot b.$$

Ponatur autem breuitatis gratia $\frac{ma}{b} = 1 + \vartheta$, quandoquidem esse debet $ma > b$, vt haec microscopiorum species locum habere possit eritque $\mathfrak{B} = \frac{q+r}{9q\vartheta}$. Cum iam sit $\frac{1}{\mathfrak{B}} = 1 + \frac{1}{B}$ habebitur

$\frac{9q\vartheta}{q+r} = 1 - \frac{r}{81(q+r)}$ vnde elicitur

$q = \frac{80r}{729\vartheta - 81}$ sicque prodibit

$B = \frac{-729\vartheta+1}{9\vartheta-1}$ hincque $\mathfrak{B} = \frac{+729\vartheta-1}{720\vartheta}$;

existente $\vartheta = \frac{ma}{b} - 1$, siue multiplicatio $m = \frac{b(1+\vartheta)}{a}$. Tum vero ob $m = PQ\frac{b}{a}$ erit

$$Q = \frac{ma}{Pb} = \frac{9ma}{10b} = \frac{9}{10}(\vartheta + 1),$$

atque hinc elementa pro microscopii constructione erunt

1°. $A = \frac{1}{3}$. $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}$;

$B = -\frac{729\vartheta+1}{9\vartheta-1}$; $\mathfrak{B} = \frac{729\vartheta-1}{720\vartheta}$;

$P = \frac{10}{9}$; $Q = \frac{9}{10}(\vartheta + 1)$.

2°. Deinde distantiae focales lentium

$p = \frac{1}{4}\cdot a$; $q = \frac{-729\vartheta+1}{2400\vartheta}a$;

et $r = \frac{-729\vartheta+1}{(27\vartheta-3)(\vartheta+1)}\cdot a$.

3°. Lentium harum interualla erunt

prius $= \frac{1}{80}\cdot a$; posterius $= \frac{(729\vartheta-1)a}{80(\vartheta+1)}$.

4°. Prae-

4°. Praeterea ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{72\,\theta r - r}{(72\,\theta - 81)\theta} \cdot a\,\xi$$

quodſi iam hic ſumamus $r = 1$ et $\xi = \frac{1}{4}$ id quod licet ſi lens ocularis fiat vtrinque aequaliter concaua, erit $\zeta = \frac{72\,\theta - 1}{324\,\theta(9\,\theta - 1)} \cdot a.$

5°. Denique conſideretur haec aequatio

$$\frac{m x^3}{a^2 h}\left(\left(\mu(64\,\lambda + 12\,\nu) - \frac{243\,\mu'}{10}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right)\right.\right.$$
$$\left. + \frac{27\,\mu''\lambda''}{B^3(\theta + 1)}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi commode vſu venit, vt haec quantitas ad nihilum reuocari poſſit, quem in finem tertiam lentem vti primam ex vitro coronario fieri ponamus ſumique debebit

$$\lambda'' = 1{,}60006 \text{ et } \mu'' = \mu;$$

tum vero ſumatur $\lambda = 1$, at λ' ita, vt ſit

$$\frac{\mu'}{\mu} \cdot 24{,}3\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) = 64 + 12\,\nu + \frac{27 \cdot 1{,}60006}{B^3(1 + \theta)}$$
$$= 66{,}6352.$$

exiſtente $\frac{\mu'}{\mu} = \frac{0{,}8724}{0{,}9875}$;

$$\nu = 0{,}2196 \text{ et } \nu' = 0{,}2529.$$

Praeterea vero notetur pro maioribus multiplicationibus, quando ſcilicet ϑ fit numerus ſatis modicus, fieri proxime $B = -81$ et $\mathfrak{B} = +\frac{81}{80}$;

vnde

vnde colligitur

$$0,96341.\lambda' = 0,00308 + \frac{\mu}{\mu'}.\frac{66,6351}{24,5}$$

hincque $\lambda' = 3,22503.$

et $\tau\sqrt{(\lambda'-1)} = 1,3089.$

vnde cum huius lentis diſtantia focalis ſit

$$q = -\tfrac{729}{2400}.a = -\tfrac{243}{800}.a \text{ et } \mathfrak{B} = \tfrac{81}{80},$$

erit huius lentis

rad. anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) + \tau\sqrt{\lambda'-1}} = \frac{q}{1,4423} = 0,69334.q$

rad. poſter. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) - \tau\sqrt{\lambda'-1}} = \frac{q}{0,2818} = 3,5486.q$

Pro prima autem lente, cuius diſtantia focalis eſt $p = \frac{1}{4}a$, et numeri $\mathfrak{A} = \frac{1}{4}$ et $\lambda = 1$, ex vitro coronario facienda erit radius

fac. anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma-\varrho)} = \frac{p}{1,3017} = 0,76823.p$

fac. poſter. $= \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma-\varrho)} = \frac{p}{0,5851} = 1,7091.p$

atque hinc conficitur ſequens

Conſtructio huiusmodi microſcopiorum.

110. Poſita diſtantia obiecti $= a$ et multiplicatione $m = (1+\vartheta)\frac{h}{a}$ erit

I. Pro lente obiectiua
ex vitro coronario facienda

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,1921.a \\ \text{poſter.} = 0,4273.a \end{cases}$

cuius

cuius diſtantia focalis $p = \frac{1}{4} a$

ſemidiameter aperturae $x = 0,0480.\, a$

et interuallum ad lentem ſecundam erit $= \frac{1}{30}.\, a$

II. Pro lente ſecunda

ex vitro chryſtallino facienda

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2106.\, a \\ \text{poſter.} = -1,0779.\, a \end{cases}$

cuius diſtantia focalis eſt $q = -\frac{243}{800}.\, a = 0,3037.\, a.$

ſemidiameter aperturae $x = 0,0526.\, a$

ſeu indefinitus relinquitur, quia maior eſt ſemidiametro aperturae primae lentis.

et interuallum ad lentem tertiam $= 24,3.\, \frac{\theta}{\theta + 1}\, a.$

III. Pro lente tertia

ex vitro coronario paranda

cuius diſtantia focalis

$r = -\frac{729}{27(\theta + 1)}.\, a = -\frac{27}{\theta + 1}.\, a,$ erit

radius faciei vtriusque $= -\frac{28,62}{\theta + 1}.\, a$

cui lenti oculum immediate applicari oportet.

IV. Spatium in obiecto cernetur,

cuius ſemidiameter $\zeta = \frac{1}{4\theta}.\, a.$

V. Denique cum ſit $x = 0,0480.a$ erit

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{x}{\theta + 1} = \frac{0,0480}{\theta + 1}.a$$

hincque menſura claritatis $20y = \frac{0,960}{\theta + 1}.a$

ſi ſcilicet diſtantia a in digitis exprimatur, quae menſura etiam ita exprimitur

$$0,960.\frac{b}{m} = \frac{7,68}{m}.$$

Coroll. 1.

111. Duae lentes priores cum earum interuallo, plane non pendent a multiplicatione propoſita ideoque pro omnibus multiplicationibus eaedem retineri poſſunt, ita, vt tantum opus ſit pro qualibet multiplicatione aliam lentem ocularem adhibere, cuius diſtantia focalis loco $\vartheta + 1$ ſcripto valore $\frac{ma}{b}$ erit

$$r = -27.\frac{b}{m} = -\frac{216}{m} \text{ dig.}$$

ita, vt haec lens nunquam fiat nimis parua.

Coroll. 2.

112. Vtcunque autem multiplicatio varietur, interuallum lentium ſecundae et tertiae parum admodum mutatur, praecipue in maioribus multiplicationibus, cum hoc interuallum ſit

$$= 24,3.\frac{\theta}{\theta + 1}a = 24,3.(a - \frac{b}{m});$$

ita, vt tota inſtrumenti longitudo vix ſit mutanda, ac ſi diſtantia obiecti a capiatur 1 digiti, longitudo inſtrumenti erit circiter duorum pedum.

Scho-

Scholion.

113. Quod hic diſtantia obiecti arbitrio noſtro permittatur, id ſine dubio tamquam inſigne commodum eſt ſpectandum, cum hoc modo maximum vitium microſcopiorum ſimplicium, quod in nimia vicinitate obiecti conſiſtit feliciſſimo ſucceſſu euitetur, quoniam quantumuis hac diſtantia aucta ne menſura quidem claritatis diminuitur, aeque parum ac ſpatium in obiecto conſpicuum. Interim tamen contra hanc ſpeciem obiici poterit primo quod duae lentes priores nimis inter ſe propinquae eſſe debeant; quod tamen vix vllam attentionem meretur, cum adhuc hoc interuallum in praxi facile obſeruari poſſit, niſi diſtantia obiecti a nimis parua ſtatuatur; quod autem nulla ratio ſuadet; altera vero obiectio maioris eſt momenti, quod ſi diſtantia a maior vno digito accipiatur, longitudo huius inſtrumenti duos adeo pedes iam ſuperet, quae merito incommoda videri poteſt. Verum mox oſtendemus, quomodo et huic incommodo facile occurri poſſit. Prouti autem hanc ſpeciem litteris A et P definiendis conſtituimus; id inprimis obiici poteſt, quod ſi diuerſitas numerorum N et N′ tantillo minor fuerit, quam in ratione 2 : 3, vti hic aſſumſimus, tum determinationes vlteriores locum omnino habere non poſſe, ſi enim loco huius rationis ſubſtituamus eam, quam ſupra ex ipſis Dollondi experimentis concluſimus, ſcilicet vti 7 : 10, vt, foret $B = \frac{10(q+r)}{7(A+1)Pr - 10r}$ tum ſumto $A = \frac{1}{3}$ et $P = \frac{10}{9}$;

 deno-

denominator 7. $(A+1)P-10$ fieret $=\frac{280}{27}-10$ ideoque non amplius negatiuus, vt natura rei postulat; multo igitur minus haec positio locum habere posset, si discrimen vitri ratione dispersionis adhuc esset minus, quod quidem non parum probabile videtur. Quamobrem ne hinc quicquam sit pertimescendum litteras A et P ita assumi conueniet, vt formula $(1+A)P$ multo minorem obtineat valorem, quam casu exempli allati, pro littera scilicet A fractio sumi debebit, multo minor, quam $\frac{1}{3}$; tum vero valor ipsius P tam parum vnitatem superet, quam lentium proximitas permittit, cui conditioni in sequenti exemplo satisfaciemus.

Exempl. II.

Sumamus igitur hic $A=\frac{1}{5}$ fietque $\mathfrak{A}=\frac{1}{6}$ et $p=\frac{1}{6}a$. Interuallum autem primae et secundae lentis $=\frac{1}{5}(1-\frac{1}{P})a$; quod vt parti quasi septimae ipsius p aequetur, sumi debet $P=\frac{42}{37}=\frac{8}{7}$ seu $\frac{9}{8}$ circiter sumamus igitur $P=\frac{9}{8}$ et quia etiam hic vti in praecedente exemplo littera $\mathfrak{q}$ vehementer sit parua prae littera $\mathfrak{r}$ ea neglecta erit $B=\frac{N'}{N(1+A)P-N'}$ et sumto $N:N'=7:10$ erit substitutis his valoribus $B=-\frac{200}{11}$ siue $B=-18$, qui valor adhuc maior prodiisset, si dispersionis discrimen adhuc minus fuisset. Cum igitur satis sit verisimile hoc discrimen adhuc esse minus; a scopo vix aberrabimus, si statuamus $B=-25$ et si vllus error hinc resultaret, is in eo consisteret,

vt

vt margo coloratus non perfecte tolleretur, quod cum ne ſperari quidem poſſit, contentos nos eſſe oportet, ſi eum tantum ſatis paruum reddiderimus, id quod hoc modo certo obtinebimus; ſumto autem $\mathfrak{B} = -25$ erit $\mathfrak{B} = \frac{25}{24}$ hincque ex aequatione fundamentali

$$\mathfrak{q} = \frac{3b\mathfrak{r}}{25ma - 28b} \text{ hincque } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{25ma\mathfrak{r} - 25b\mathfrak{r}}{25ma - 28b};$$

vnde colligitur ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{25\mathfrak{r}}{25ma - 28b} \cdot ba\xi;$$

quare ſi ſumatur $\xi = \frac{1}{4}$ et $\mathfrak{r} = 1$, quo caſu requiritur, vt lens ocularis ſit vtrinque aeque concaua, ac ſi ponamus, vt ante,

$$\frac{ma}{b} = 1 + \vartheta \text{ erit } \zeta = \frac{25}{100\theta - 12} \cdot a$$

reliqua autem elementa ſequenti modo ſe habebunt

$$A = \frac{1}{5}; \mathfrak{A} = \frac{1}{6}; B = -25; \mathfrak{B} = \frac{25}{24};$$

$$P = \frac{9}{8} \text{ et } Q = \frac{8}{9}(1 + \vartheta) = \frac{8ma}{9b}$$

hincque diſtantiae focales $p = \frac{1}{6}a$; $q = -\frac{5}{27} \cdot a$

$$\text{et } r = -\frac{5}{1+\theta} \cdot a = -\frac{5b}{m},$$

et lentium interualla

$$\text{I et II} = \frac{1}{45}a; \text{ et II et III} = \frac{40ma - 45b}{9m}.$$

Faciamus nunc, vt etiam confuſio ab apertura oriunda euaneſcat et cum prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino confici debeat, ſi tertia

etiam ex coronario paretur, vt ſit $\mu'' = \mu$, debet eſſe $\lambda'' = 1,60006$; tum vero pro lente prima capiatur $\lambda = 1$ habebitur iſta aequatio

$$\frac{\mu'}{\mu}\cdot\frac{5.3^8}{9}\left(\frac{24^3}{25^3}\lambda' - \frac{24.\nu'}{25^2}\right) = 6^3 + 30.\nu - \frac{1,60006.b}{5^3.ma}.$$

Eſt autem $\log.\frac{\mu}{\mu'} = 0,0538214$ ſeu

$$\frac{\mu'}{\mu}(98,304\lambda' - 4,2666.\nu')$$

$$= 216 + 30.\nu - 0,0128.\frac{b}{ma} \text{ ſeu}$$

$$98,304\lambda' = 253,034 - 0,0145.\frac{b}{ma};$$

vnde colligitur

$$\lambda' = 2,5740 - 0,00015\frac{b}{ma};$$

vbi poſtremum membrum tuto omitti poteſt ob $\frac{b}{ma}$ fractionem exiguam. Cum ergo ſit $\lambda' = 2,5740$ et $\lambda' - 1 = 1,5740$ erit $\tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,1009$; vnde cum huius ſecundae lentis diſtantia focalis ſit

$$q = -\tfrac{5}{27}a \text{ et numerus } \mathfrak{B} = \tfrac{25}{24},$$

erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{q}{1,1023} = 0,9072.q$$

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{q}{0,5418} = 1,8457.q$$

Pro prima autem lente, cuius diſtantia focalis

$$p = \tfrac{1}{6}a \text{ et } \mathfrak{A} = \tfrac{1}{6} \text{ et } \lambda = 1$$

vitrumque coronarium, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,4212} = 0,7036.p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,4658} = 2,1478.p.$$

Hinc

Hinc ergo conficitur ſequens

Conſtructio microſcopii compoſiti nullam confuſionem parientis.

114. Conſtituta pro lubitu diſtantia obiecti $= a$ habebimus

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda radium faciei

anter. $= 0,1173.a$

poſter. $= 0,3579.a$

cuius diſtantia focalis eſt $\frac{1}{6}a = 0,1666.a$

aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = 0,0293.a$

interuallum ad lentem ſecundam $= \frac{1}{45}a = 0,022.a.$

II. Pro ſecunda lente ex vitro chryſtallino facienda erit radius faciei

anter. $= -0,1680.a$

poſter. $= -0,3418.a$

cuius diſtantia focalis $= -\frac{5}{27}.a = 0,1852.a$

ſemidiameter aperturae $= 0,0420.a$

interuallum ad lentem tertiam erit

$$= \frac{40.m a - 45.b}{9m} = 4\tfrac{4}{9}a - \frac{5b}{m}.$$

III. Pro lente tertia oculari ex vitro coronario paranda erit

diſtantia focalis $= -\frac{5b}{m}$, hincque

radius

radius faciei vtriusque $= -5,\frac{3.b}{m}$.

fin autem ex vitro chryſtallino paretur, vtriusque faciei radius ſumatur $= -5,\frac{8.b}{m}$ huicque lenti oculus immediate adplicatur.

IV. Spatii autem in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{25}{100\theta - 12}.a. \text{ exiſtente } \vartheta = \frac{ma}{b} - 1.$$

V. Cum capere liceat $x = 0,0293.a$ erit $y = 0,0293.\frac{b}{m}$ et menſura claritatis $= 0,586.\frac{b}{m}$ poſitoque $b = 8$ dig. fiet ea $= \frac{4,688}{m}$.

Coroll. 1.

115. Ne igitur primas lentes nimis exiguas confici oporteat, conueniet diſtantiam obiecti a tanto maiorem aſſumi ac ſi ſtatuatur $a = 8$ dig. hae lentes ſatis commodam magnitudinem obtinerent et multiplicatio m. oſtenderet, quanto maius obiectum appareat per microſcopium, quam ſi idem obiectum in eadem diſtantia nudis oculis ſpectaremus.

Coroll. 2.

116. Deinde ſi ſumamus $a = 8$ dig. longitudo totius inſtrumenti fiet circiter $35\frac{1}{2}$ dig. quae vtique ſatis eſt magna ſed perpendi debet eam tantum eſſe

4½

$4\frac{1}{2}$ vicibus maiorem, quam diſtantiam obiecti, eaque ad dimidium reducetur ſumendo $a = 4$ dig.; quo caſu conſtructio lentium adhuc erit ſatis ad praxin accommodata, quin etiam diſtantia obiecti commode adhuc minor aſſumi poterit, ita, vt longitudo inſtrumenti ne pedem quidem integrum ſuperet.

Scholion.

117. Non parum paradoxon videbitur, quod diſtantia obiecti plane non ingrediatur in menſuram claritatis; nemo enim certe arbitrabitur, ſi diſtantia ad plures pedes augeretur, obiectum ſemper eadem claritate eſſe appariturum, idque pro eadem multiplicatione. Verum hic probe eſt obſeruandum, menſuram noſtram claritatis ad eum claritatis gradum referri, quo idem obiectum in loco, vbi actu eſt, nudo oculo cerneremus. Si enim haec menſura prodeat aequalis vnitati, intelligendum eſt, nos per inſtrumentum conſpicere obiectum eadem claritate, qua id in ea ipſa diſtantia nudo oculo eſſet appariturum; notum autem eſt, quo magis obiectum a nobis remouetur, in eadem ratione eius claritatem naturalem diminui; quare cum noſtra menſura ad claritatem naturalem referatur, quae ſcilicet in ipſo obiecto nudis oculis conſpicitur, manifeſtum eſt, quo magis idem obiectum remouemus, diſtantiam a augendo eo magis claritatem naturalem diminui ac tum noſtra menſura tantum indicat, quoties claritas per microſcopium viſa

 minor

minor ſit naturali atque ex hoc clare perſpicitur; claritatem viſam maxime diminui ſi diſtantiam obiecti a nimis magnam accipiamus, ita, vt pro vſu microſcopiorum vix conſultum ſit diſtantiam obiecti vltra aliquot digitos extendere. Simili modo iudicium de multiplicatione eſt intelligendum, quam hic ad diſtantiam $b = 8$ dig. referimus quodſi ergo v. c. obiectum diſtaret, 16 dig. id iam nudis oculis duplo minus appareret, quam in diſtantia 8 digitorum quare ſi obiectum dicatur 100 augeri, id ita eſt intelligendum, vt obiectum ducenties maius appareat, quam nudis oculis in eadem diſtantia.

Scholion 2.

118. Hinc igitur facile intelligitur, ſi diſtantiam obiecti ſatis magnam ſtatuamus, tum microſcopium tandem in teleſcopium eſſe abiturum, qui tranſitus eo magis attendi meretur, quo maius diſcrimen vulgo inter teleſcopia et microſcopia conſtituitur, quae quippe inſtrumenta vt plane heterogenea ſpectari ſolent. Operae igitur pretium erit, eiusmodi exemplum ſubiungere, de quo dubium erit, vtrum ad microſcopia an ad teleſcopia ſit referendum.

Exempl. III.

119. Sit diſtantia obiecti a tanta, vt ſumta pro $\mathfrak{A}$ ſatis exigua fractione productum $\mathfrak{A}a = p$ modicum

cum obtineat valorem ſeu ſit $\mathfrak{A} = \frac{p}{a}$ fractio valde parua hincque etiam $A = \frac{p}{a-p}$. His poſitis cum ſit

$$B = \frac{N'}{N(A+1)P - N'} = \frac{10}{7(1+A)P - 10};$$

ſumatur $P = \frac{9}{8}$ vt ante et ne A penitus negligamus, ponamus

$$(1 + A)P = \frac{8}{7} \text{ fietque } B = -5$$

ac ſi forte diſcrimen inter litteras N et N′ ſit minus, ac ne litteram $\mathfrak{q}$ penitus negligamus, ſumamus $B = -6$, vt ſit $\mathfrak{B} = \frac{6}{5}$ quoniam igitur loco litterarum a et A diſtantia focalis p in calculum introducitur, vt ſit ſiue $\mathfrak{A}\, a = p$ ſiue $A\, a = p$, erunt reliquae diſtantiae focales

$$q = -\tfrac{16}{15} \cdot p; \text{ et } r = -\tfrac{6\,b}{ma} \cdot p$$

Tum vero interuallum

$$\text{prius} = \tfrac{1}{9}\, p; \text{ poſter.} = \tfrac{16}{5}\, p\left(1 - \tfrac{9\,b}{8\,ma}\right)$$

Praeterea vero reperitur

$$\mathfrak{q} = \frac{5\,b\,\mathfrak{r}}{48\,ma - 53\,b} \text{ hinc } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{48\,ma\mathfrak{r} - 48\,b\mathfrak{r}}{48\,ma - 53\,b};$$

et ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{12}{48\,ma - 53\,b} \cdot a\,b$$

ideoque angulus

$$\frac{\zeta}{a} = \Phi = \frac{12\,b}{48\,ma - 53\,b},$$

quae fractio per 3437 multiplicata exprimet angulum Φ in minutis primis. Deinde ſemidiameter

 con-

confusionis, si ex vinculo denominator $\mathfrak{A}^3$ in factorem communem transferatur, ita se habebit:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{m x^3}{p^3} \left(\mu \lambda - \frac{8 \mu'}{9} \left(\frac{\lambda' . 5^3}{6^3} - \frac{5 \nu}{36} \right) - \frac{\mu'' \lambda'' . b}{6^3 . n a} \right)$$

qui ad nihilum reducetur sumendo

$$\frac{8}{9} \cdot \mu' . \left(\frac{5^3}{6^3} \lambda' - \frac{5 \nu}{36} \right) = \mu \lambda - \frac{\mu'' \lambda'' . b}{6^3 . m a};$$

vbi prima lens ex vitro coronario, secunda ex chrystallino confici debet, tertia vero etiam ex coronario paretur eritque $\lambda'' = 1,60006$ et $\mu'' = \mu$; tum vero capiatur $\lambda = 1$. ac reperietur

$$\lambda' = 0,24 \nu' + \frac{\mu}{\mu'} \left(1,944 - 0,0089 . \frac{b}{m a} \right) = 2,2611,$$

neglecto scilicet ob paruitatem membro vltimo, ex quo fit $\tau V (\lambda' - 1) = 0,98542$ vnde pro huius lentis constructione erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau \sqrt{\lambda - 1}} = \frac{q}{0,83835} = 1,1926 . q$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau \sqrt{\lambda - 1}} = \frac{q}{0,88536} = 1,1292 . q$$

Pro lente vero priore erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma} = 0,6024 . p$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho} = 4,4111 . p$$

atque hinc deducitur sequens

Constructio siue microscopii siue telescopii omnis confusionis expertis.

120. Hic distantia obiecti a tanta supponitur, vt

vt prae ea diſtantia focalis primae lentis p vehementer ſit parua et quaſi negligi queat

I. Tum ergo pro prima lente ex vitro coronario paranda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6024.p \\ \text{poſter.} = 4,4111\ p \end{cases}$

cuius diſtantia focalis $= p$.

aperturae ſemidiameter $x = 0,1506.p$.

diſtantia a lente ſecunda $= \frac{1}{9}p$.

II. Pro lente ſecunda ex vitro chryſtallino facienda erit radius faciei

anter. $= -1,2721.p$

poſter. $= -1,2045.p$

cuius diſtantia focalis $= -\frac{16}{15}p$

eique apertura tribui poteſt aliquanto maior, quam primae.

diſtantia vero ad lentem ocularem $= \frac{16}{3}p\left(1 - \frac{5b}{8ma}\right)$

III. Pro lente tertia ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis eſt $r = -\frac{6b}{ma}.p$, erit

radius faciei vtriusque $= -\frac{6,36.b}{ma}.p$,

cui oculum immediate adplicari oportet.

IV. Pro ſpatio conſpicuo iam inuenimus ſemidiametrum

$$\zeta = \frac{12}{48ma - 53.b} ab$$

ſeu angulum

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{12b}{48ma - 53b};$$

priore ſcilicet modo aeſtimatur, ſi inſtrumentum vt microſcopium ſpectetur; poſteriore vero, ſi vt teleſcopium.

V. Quia capere licet

$x = 0,1506.p$ erit $y = \frac{0,1506.b}{ma}.p$

et menſura claritatis $= \frac{3,012}{ma}.b.p$

ſi ſcilicet diſtantiae in digitis exprimantur, vnde patet, quo maius capiatur p, eo maiorem prodire claritatem, ſed memniſſe oportet, p valde paruum prae a eſſe debere.

VI. Longitudo denique totius inſtrumenti erit

$$5\tfrac{4}{9}p - 6\frac{b}{ma}.p.$$

Coroll. 1.

121. Quodſi hoc inſtrumentum tanquam microſcopium ſpectare velimus, primo quidem diſtantia a tam magna eſſe debet, vt eius exigua portio ſufficiat pro lente obiectiua conſtruenda; tum vero ſumi ſolet

ſolet $b = 8$ dig. ad quam diſtantiam multiplicatio m referri ſolet, atque ex multiplicatione hoc modo aeſtimata in calculum ingreditur $\frac{b}{ma}$. Sin autem vt teleſcopium ſpectare velimus et diſtantia a tam ſit magna, vt etiam valor p ſatis magnus accipi poſſit, tum ſumi ſolet $b = a$, nihilque aliud in formulis inventis mutandum occurrit, ita, vt totum diſcrimen in varia ratione multiplicationem aeſtimandi conſiſtat.

Coroll. 2.

122. Quo hoc clarius perſpiciatur, ſtatuamus $\frac{ma}{b} = \zeta$, vnde conſtructio plene determinatur, ac ſi inſtrumentum vt microſcopium ſpectetur, aeſtimari ſolet multiplicatio $m = \frac{b\zeta}{a} = \frac{8\zeta}{a}$ ſin autem vt teleſcopium ſpectetur, tum dicetur multiplicatio eſſe $m = \zeta$ ſicque totum diſcrimen ad diuerſitatem loquendi revocatur.

Coroll. 3.

123. Pro teleſcopiis menſura claritatis pro lubitu atque adeo vsque ad vnitatem ſeu claritatem plenam augeri poteſt; tantum enim opus eſt, vt capiatur $p = \frac{m}{3,912} = \frac{m}{4}$. Vulgo autem contenti eſſe ſolemus claritate $= \frac{2}{5}$ ita, vt tum ſumi debeat $p = \frac{2m}{15}$. Pro microſcopiis autem tantam claritatem obtinere non licet, quia enim ob $b = 8$ menſura claritatis fit $\frac{24}{m} \cdot \frac{p}{a}$ et fractio $\frac{p}{a}$ neceſſario valde eſt parua, quo maior

ior multiplicatio desideratur, eo minorem claritatem prodire necesse est.

Scholion.

124. En ergo praeter omnem exspectationem elegantem constructionem telescopii quod in ratione quacunque obiecta amplificat et cuius constructio sequenti modo se habebit:

Proposita scilicet multiplicatione m capiatur distantia focalis $p = \frac{2m}{15}$ dig. vt scilicet mensura claritatis prodeat $= \frac{2}{5}$.

Constructio Telescopii ab omni confusione liberi.

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,0803.\, m.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 0,5881.\, m.\ \text{dig.} \end{cases}$

distantia focalis $= \frac{2m}{15}$ dig.

aperturae semidiameter $x = 0,0201.\, m.$ dig. $= \frac{m}{50}$ dig.

interuallum ad lentem sequentem erit

$= \frac{2m}{135} = 0,01481.\, m.$ dig.

II. Pro lente secunda ex vitro chrystallino facienda erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,16961.\, m\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = -0,16060.\, m\ \text{dig.} \end{cases}$

cuius

cuius diſtantia focalis $q = -0,1422\, m$.
eique apertura tribuitur aliquanto maior, quam primae.
Interuallum ad lentem ſequentem

$$= (0,7111 .\, m - 0,8.)\ \text{dig.}$$

III. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt

$$= -\tfrac{4}{5}\ \text{dig.} = -0,8\ \text{dig.}$$

ſi ergo haec lens ex vitro coronario paretur, erit

radius faciei vtriusque $= -0,848$ dig.

ſin autem ex vitro communi, vbi $n = 1,55$; erit

radius faciei vtriusque $= -0,88$ dig.

ſin autem ex vitro chryſtallino; erit

radius faciei vtriusque $= -0,928$ dig.

cui oculus immediate adplicetur.

IV. Semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = \frac{12}{48m - 53};$$

in menſura angulorum autem erit

$$\Phi = \frac{41244}{48m - 53}\ \text{min.}$$

ſiue proxime $\frac{850}{m - 1}$ min.

V. Longitudo denique totius huius teleſcopii erit

$$= (0,7259 .\, m - 0,8)\ \text{dig.}$$

Hoc ergo teleſcopium non tam ob breuitatem eſt commendandum, quam ideo, quod conſtructio eius practi-

ca non tantis difficultatibus ſit inuoluta, quam multo breuiora, quae ſupra ſunt inuenta, propterea quod littera λ' non multum ab vnitate diſcrepat; quae ergo commendatio etiam pro microſcopiis huius generis valet.

Euolutio ſecundi caſus (conf. §. 108.) quo litterae A valor negatiuus tribuitur.

125. Hoc caſu an littera 𝔄 habitura ſit valorem poſitiuum an negatiuum, incertum eſt; at littera B nunc debet eſſe poſitiua et cum ob eandem rationem, vt caſu praecedente, littera q prae r = 1 vt euaneſcens ſpectari poſſit, erit

$$B = \frac{N'}{N(1+A)P - N'},$$

vbi debet eſſe $P < 1$ ſicque multo magis erit $(1+A)P < 1$, ex quo perſpicuum eſt, litteram N maiorem eſſe debere, quam N'. Quare primam lentem ex vitro chryſtallino, ſecundam vero ex coronario confici oportebit, vt ſit

$$N : N' = 10 : 7 \text{ ideoque } B = \frac{7}{10(1+A)P - 7};$$

vnde neceſſe eſt, vt ſit

$$P > \frac{7}{10(1+A)} \text{ ſimul vero } P < 1;$$

vnde ſequitur eſſe debere

$$7 < 10(1+A) \text{ ſeu } 1 + A > \tfrac{7}{10}.$$

Pona-

Ponamus ergo $A = -\alpha$, sumique debet $\alpha < \frac{1}{10}$ et quidem α notabiliter minus capi debet, quam $\frac{3}{13}$, quia alioquin P nimis parum ab vnitate deficere deberet et interuallum duarum priorum lentium prodiret nimis paruum. Cum autem α fractio sit satis exigua; fiet $\mathfrak{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ hincque distantia focalis primae lentis $p = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot a$. Interuallum vero binarum priorum lentium

$$= -\alpha a (1 - \tfrac{1}{P}) = \alpha a (\tfrac{1}{P} - 1)$$

quod parti siue septimae siue octauae distantiae $\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot a$ aequetur quod fit si sumetur $P = \frac{8}{9}$; ita, vt esse debeat $\alpha < \frac{17}{80}$ et ne tam anxie huic rationi 7 : 10 inhaereamus, si sumamus $\alpha = \frac{1}{6}$ fiet $B = \frac{189}{11} = 17$; Capiamus autem potius

$$\alpha = \tfrac{1}{7} \text{ fietque } B = \tfrac{441}{39} = 11 \cdot \tfrac{4}{13}.$$

Tuto igitur ponere poterimus $B = 12$, vt sit $\mathfrak{B} = \frac{12}{13}$; tum vero $A = -\frac{1}{7}$ et $\mathfrak{A} = -\frac{1}{6}$ hincque distantiae focales

$$p = -\tfrac{1}{6} a; \; q = \tfrac{27}{182} \cdot a \text{ et } r = -\tfrac{12}{7} \cdot \tfrac{b}{m};$$

deinde lentium interualla

$$\text{I et II} = \tfrac{1}{56} a.; \; \text{II et III} = \tfrac{27}{14} a - \tfrac{12 b}{7 m}.$$

Nunc vero ex aequatione fundamentali colligemus

$$\mathfrak{q} = -\frac{13 b}{108 ma - 95 \cdot b} \text{ hinc } \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{108 ma - 108 b}{108 ma - 95 b};$$

vnde deducitur ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{108}{108\,ma - 95\,b} \cdot a\,b\,\xi = \frac{27\,ab}{108\,ma - 95\,b},$$

ſumto ſcilicet

$$\mathfrak{r} = 1 \text{ et } \xi = \tfrac{1}{4}.$$

Expreſſio porro pro ſemidiametro confuſionis eſt

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) - \frac{\mu'}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{A^3 B^3 PQ}\right)$$

quae ad nihilum redigatur. Hunc in finem notetur, litteras μ et ν ad vitrum chryſtallinum, litteras vero μ' et ν' ad coronarium referri; tum vero capi poterit $\lambda' = 1$ ac ſi tertia lens etiam ex vitro coronario fiat vt ſit $\mu'' = \mu'$ ſumi debet $\lambda'' = 1,60006$ hincque definiri poterit numerus λ hoc modo

$$-\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} - \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} = -\frac{\mu'}{\mu A^3 P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{\mu . A^3 B^3 PQ}$$

ſiue

$$\lambda = 0,0491 + \frac{\mu''}{\mu}\left(\frac{343 . 2197}{192 . 1728} + \frac{343 . 13 . 0,2196}{192 . 144} - \frac{343 . 1,60006}{216 . 1728} \cdot \frac{b}{ma}\right)$$

quae euoluta praebet

$$\lambda = 0,0491 + 2,5709 + 0,0401$$

neglecto termino vltimo; ſeu

$$\lambda = 2,6601. \text{ vnde colligitur}$$

$$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,1306.$$

Hincque pro prima lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - 1,1306} = \frac{p}{0,6923} = 1,4444 . p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + 1,1306} = \frac{p}{1,0318} = 0.9692 . p.$$

Pro

Pro lente ſecunda autem ex vitro coronario paranda ob $\mathfrak{B} = \frac{12}{13}$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,3370} = 2,9673.\, q$

poſter. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,5498} = 0.6452.\, q$;

vnde habetur ſequens

Conſtructio microſcopiorum huius ſpeciei pro quauis multiplicatione m.

126. Conſtituta pro lubitu diſtantia obiecti $= a$ habebitur

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino facienda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -\frac{1}{6} a$.

erit radius faciei

anter. $= -0,2407.\, a$

poſter. $= -0,1615.\, a$

cuius aperturae ſemidiameter ſumi poterit

$x = 0,0404.\, a.$

niſi forte ſecunda lens minorem poſtulet.

Interuallum ad lentem ſecundam $= \frac{1}{56} a = 0,0178.\, a$

II. Pro ſecunda lente ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{27}{182}.\, a$,

erit radius faciei

anter. $= 0,4402.\,a$

poſter. $= 0,0957.\,a$

cuius aperturae ſemidiameter maior eſſe nequit, quam $0,0239.\,a$; cui ergo etiam pro prima lente valor ipſius x aequari debet.

Interuallum vero ad lentem tertiam erit

$$\tfrac{27}{14}a - \frac{12.b}{7.m} = 1,9285.\,a - \frac{12.b}{7.m}.$$

III. Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis eſt

$$r = -\tfrac{12}{7}.\frac{b}{m} = -\frac{56}{7.m}\text{ dig.} = -\frac{13,71}{m}\text{ dig.}$$

ſi ex vitro coronario paretur, erit

radius faciei vtriusque $= \frac{14,53}{m}$ dig.

ſin autem ex vitro communi $n = 1,55$ paretur, erit

radius vtriusque faciei $= \frac{15,08}{m}$ dig.

at ſi ex vitro chryſtallino paretur, erit

radius vtriusque faciei $= \frac{15,60}{m}$ dig.

IV. Spatii porro in obiecto conſpicui erit ſemidiameter

$$\zeta = \frac{27ab}{108ma - 95b} = \frac{54}{27ma - 190}\text{ dig.}$$

V. Cum

V. Cum autem hic ſit

$x = 0,0239 \cdot a$ erit $y = \frac{h.x}{m a} = \frac{0,1012}{m}$

hincque menſura claritatis erit $20\, y = \frac{3,824}{m}$.

Coroll. 1.

127. Ne ambae lentes priores fiant nimis parvae, diſtantia obiecti a neceſſario modicae magnitudinis ſtatui debet, veluti ſi nolimus, vt vllus radius faciei minor ſit parte decima digiti poſito minimo radio $0,0957 \cdot a = \frac{1}{10}$ fiet $a = \frac{1}{0,957}$ ſeu diſtantiam a minorem vno digito capi non conueniet.

Coroll. 2.

128. Si ergo ſumatur $a = 1\frac{1}{2}$ dig. quo caſu primae lentes adhuc commode parari poterunt, longitudo totius inſtrumenti fiet circiter 3 dig. et cum diſtantia focalis lentis tertiae ſit $-\frac{13,71}{m}$ dig. apparet, multiplicationem vix vltra 100 extendi poſſe, quia alioquin haec lens fieret nimis parua; quod exiguum eſt vitium.

Scholion.

129. Quodſi ingentes multiplicationes deſideremus, omnia haec microſcopia iſto laborant vitio, quod lens ocularis nimis exigua requiratur et inter ea, quae § 114. in Exempl. II. ſunt deſcripta, hac praerogativa

va gaudent, quod diſtantia focalis tertiae lentis ſit $-\frac{40}{m}$ dig. quae ergo ad multiplicationem $m = 400$ accommodari poterunt; at in primo exemplo quod ob nimis magnam inſtrumenti longitudinem reiiciendum videbatur, multiplicatio multo longius augeri poteſt, cum enim ibi diſtantia focalis tertiae lentis eſſet $-\frac{216}{m}$ dig. ea hoc lucrum nobis praeſtat, vt multiplicatio vltra 1000 poſſit augeri; ita, vt hoc lucro illud incommodum maxime compenſetur. Ex quo colligere licet ingentes multiplicationes huiusmodi microſcopiis produci non poſſe, niſi eorum longitudo valde fiat magna, ad quod neceſſe eſt, vt littera B valde magnum obtineat valorem, id quod quidem facillime praeſtatur in priore praecipue caſu, vbi neglecto q erat $B = \frac{10}{7(A+1)P - 10}$ hinc enim ſumto $A = \frac{1}{5}$ et $P = \frac{7}{6}$ prodit $B = -50$ ac ſi manente $A = \frac{1}{5}$ capiatur $P = \frac{33}{28}$ orietur $B = -100$, ita, vt tum foret diſtantia focalis tertiae lentis

$$r = -\frac{20.b}{m} = -\frac{160}{m}$$

ideoque multiplicatio longe vltra 1000 augeri poſſet. Tum autem longitudo inſtrumenti foret

$$-\frac{AB}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = 20 \text{ digit.}$$

quae quidem facile admitti poſſet. Verum hic perpendendum eſt, ſi litteris A et P iſti valores tribuantur, facile fieri poſſe, vt valor litterae B reuera non

ſolum

ſolum in infinitum vsque augeatur, ſed etiam poſitiuus euadat, ſi ſcilicet vera ratio numerorum N et N′ tantillo minor fuerit, quam 7 : 10. Quamobrem eo maiorem operam adhibeamus in microſcopiis duorum reliquorum generum euoluendis. Interim tamen etiam maximas multiplicationes ſequenti modo non incongrue producere licebit.

Problema 3.

130. Microſcopia huius generis conſtruere, quae ad maximas multiplicationes producendas ſint accommodata.

Solutio.

Cum totum negotium eo redeat, vt littera B praegrandem valorem nanciſcatur; id duplici modo obtineri poteſt, prouti vel prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino conficiatur vel vice verſa prima lens ex chryſtallino, ſecunda vero ex coronario. Hos ambos caſus ſeorſim pertractaſſe operae erit pretium.

Caſus I. quo prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino paratur.

Cum hoc caſu habeatur $B = \frac{10}{7(1+A)P-10}$; denominator hic prorſus ad nihilum redigatur, vt valor ipſius B infinitus euadat; tum enim facile intelligitur, praegrandem eius valorem ſcopo noſtro etiam eſſe ſatisfacturum, praecipue cum etiam caſu, quo vera ra-

 tio

tio numerorum N et N′ a ratione assumta 7 : 10 parumper discrepat, valor litterae B tantum valde magnus erit proditurus. Ponamus igitur $P = \frac{8}{7}$, quoniam ob necessarium binarum priorum lentium interuallum hic valor non commode minor statui potest, ac tum esse oportebit $A = \frac{1}{4}$, at si forte vti probabile videtur, discrimen refractionis non sit tantum, vti assumimus, conueniet A aliquanto minus assumi; statuamus ergo $A = \frac{1}{5}$, vt saltem valor ipsius B certe valde magnus sit prodicturus, ita, vt habeamus

$$A = \tfrac{1}{5};\ \mathfrak{A} = \tfrac{1}{6};$$

$$P = \tfrac{8}{7} \text{ et } Q = \frac{7ma}{8b} \text{ ob } PQ = \frac{ma}{b};$$

hincque erit

$$p = \tfrac{1}{6}a;\ q = -\tfrac{8\mathfrak{B}}{35}.a \text{ et } r = \tfrac{B}{5}.\frac{b}{m}.$$

Hic igitur curandum est, vt lens tertia non fiat nimis parua, etiamsi multiplicatio m maxima statuatur, quare sumamus multiplicationem esse debere $m = 1000$ et cum distantia obiecti a vix minor vno digito esse possit, ne primae lentes fiant nimis exiguae, sumamus $a = 1$ dig et cum sufficiat, statuisse $r = -\frac{1}{2}$ dig. ob $b = 8$ dig. fiet hinc $B = -\frac{625}{2}$, qui valor certe est satis magnus. Statuamus igitur porro $B = -300$, vt sit

$$\mathfrak{B} = \tfrac{300}{299} \text{ eritque } q = -\tfrac{480}{7.299}.a \text{ seu}$$

$$q = -\tfrac{480}{2093}.a \text{ et } r = -\frac{480}{m}.\text{ dig.}$$

Tum

Tum vero interualla lentium erunt

I et II $= \frac{1}{40} \cdot a$;

II et III $= 60 \left(\frac{7}{8} - \frac{b}{ma}\right) a = \left(\frac{105}{2} \cdot a - \frac{480}{m}\right)$ dig.

Circa ſpatium in obiecto conſpicuum nihil fere in praecedentibus formulis erit mutandum; inuenietur enim

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{7ab}{7ma - 8b} = \frac{14a}{7ma - 64} \cdot \text{dig.}$$

Pro apertura autem primae lentis definienda ſemidiametrum confuſionis ad nihilum redigamus ope huius aequationis:

$$0 = \mu (216 \lambda + 30 \nu) - \frac{7 \cdot 125}{8} \mu' (0,99 \lambda' - 0,0008)$$

Hinc ſi ſumamus $\lambda = 1$, erit

$$0,99 \lambda' = 0,0008 + \frac{\mu}{\mu'} \cdot 2,0351 = 2,3044;$$

adeoque

$\lambda' = 2,3276$; ex quo fit $\tau \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,0111$.

Vnde huius ſecundae lentis conſtructio erit:

radius ſcilicet faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + 1,0111} = \frac{q}{1,1477} = 0,8713 \cdot q$$

$$(9,9401715)$$

$$\text{poſter} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - 1,0111} = \frac{q}{0,5764} = 1,7349 \cdot q$$

$$(0,2392759)$$

Pro prima autem lente ex vitro coronario ob $\mathfrak{A} = \frac{1}{8}$ et $\lambda = 1$

 erit

erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,4212} = 0,7036.\,p.$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,4656} = 2,1478.\,p.$$

Casus posterior, quo prima lens ex vitro chrystallino, secunda ex coronario paratur.

Cum hoc casu sit $B = \frac{7}{10(1+A)P-7}$; denominator iterum ad nihilum redigatur et cum P debeat esse vnitate minus sumatur $P = \frac{7}{8}$ eritque $A = -\frac{1}{5}$; at ob rationem supra allegatam sumatur $A = -\frac{1}{6}$, vt sit $\mathfrak{A} = -\frac{1}{5}$ hincque distantiae focales

$$p = -\tfrac{1}{5}a;\; q = \tfrac{4\mathfrak{B}}{21}.\,a \text{ et } r = -\tfrac{B}{6}.\,\tfrac{b}{m}.$$

Hic iterum faciamus, vt pro multiplicatione $m = 1000$ prodeat circiter $r = -\frac{1}{2}$ dig. atque hinc prodibit $B = 375$. Sumamus igitur $B = 300$, vt ante fietque

$$\mathfrak{B} = \tfrac{300}{301} \text{ et ob } P = \tfrac{7}{8} \text{ erit } Q = \tfrac{8ma}{7b};$$

atque hinc distantiae focales

$$p = -\tfrac{1}{5}a;\; q = \tfrac{4}{21}.\,\tfrac{300}{301}.\,a;\; r = -50.\,\tfrac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium erunt

$$\text{I et II} = \tfrac{1}{42}a; \text{ atque}$$

$$\text{II et III} = 50\left(\tfrac{8}{7} - \tfrac{b}{ma}\right)a = \tfrac{400}{7}a - \tfrac{50b}{m}$$

$$= \left(57\tfrac{1}{7}a - \tfrac{400}{m}\right) \text{dig.}$$

Pro

Pro ſpatio autem in obiecto conſpicuo erit

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{8ab}{8ma - 7b} = \frac{2a}{ma - 7} \text{ dig.}$$

quod ſpatium aliquantillo minus eſt, quam caſu praecedente. Pro apertura denique primae lentis definienda ſemidiameter confuſionis iterum ad nihilum redigatur, quod fit hac aequatione:

$$\mu (125 \lambda - 30 \nu) = \mu' \cdot \frac{8 \cdot 216}{7} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}} \right)$$

ex qua ſumto $\lambda' = 1$. colligitur

$$125 \lambda = 7,587 + \frac{\mu'}{\mu} \cdot 246,857 \cdot 1,0107 = 290,007$$

hincque

$$\lambda = 2,3200; \text{ adeoque } \tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1,0082.$$

Pro prima igitur lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{p}{0,28602} = 3,4942 \cdot p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{p}{1,43775} = 0.6955 \cdot p$$

Pro ſecunda autem lente, cuius diſtantia focalis eſt q, et numeri $\mathfrak{B} = \frac{300}{301}$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,23155} = 4,3197 \cdot q$$

(0, 6354489)

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,65533} = 0,6041 \cdot q$$

(9, 7811232)

Quod ad reliqua momenta attinet, ea in ſequentibus conſtructionibus accuratius definiemus.

Conſtructio prioris microſcopii huius generis.

131. Poſita obiecti diſtantia $= a$, conſtructio ſequenti modo ſe habebit.

I. Pro prima lente ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis $p = \frac{1}{6} a$, erit radius faciei

anter. $= 0,1173 . a$; poſter. $= 0,3579 . a$.

Aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = 0,0293 . a$ et diſtantia ad lentem ſecundam $= \frac{1}{40} . a = 0,025 . a$

II. Pro ſecunda lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis $q = -\frac{480}{2093} . a$

erit radius faciei

anter. $= -0,1998 . a$
poſter. $= -0,3979 . a$

Eius aperturae ſemidiameter $x = 0,0499 . a$, qui cum ſit maior quam in prima lente, valor ille ipſius x valet et diſtantia ad lentem ocularem

$= 52\frac{1}{2} a - \frac{480}{m}$ dig.

III. Pro lente oculari, cuius diſtantia focalis eſt $r = -\frac{480}{m}$ dig. erit, ſi haec lens ex vitro coronario paretur,

radius faciei vtriusque $= -\frac{508,80}{m}$ dig.

ſin autem ex vitro chryſtallino conficiatur, erit

radius vtriusque faciei $= -\frac{556,80}{m}$ dig.

eius

eius aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = \frac{1}{m}$ dig. cui lenti oculus immediate eſt applicandus.

IV. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $\zeta = \frac{14.a}{7ma-64}$ dig.

V. Pro claritate cum ſit $x = 0,0293.a$ erit

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{0,2344}{m} \text{ dig.}$$

hincque menſura claritatis $= \frac{4,688}{m}$.

VI. Ne priores lentes nimis fiant paruae, diſtantia obiecti a vix infra digitum ſumi poſſe videtur, niſi forte artifex lenticulas adhuc minores exacte elaborare valeat; quo caſu diſtantia obiecti vno digito minor ſicque longitudo inſtrumenti contrahi poterit.

Conſtructio Microſcopii poſterioris huius generis.

132. Poſita iterum obiecti diſtantia $= a$, conſtructio ita ſe habebit

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino facienda, cuius diſtantia focalis $p = -\frac{1}{5}a$, erit radius faciei

anter. $= -0,6988.a$

poſter. $= -0,1391.a$

Eius

Eius aperturae ſemidiameter $x = 0,0348.a$ niſi lens ſecunda minorem aperturam poſtulet.

Interuallum ad lentem ſecundam $= \frac{1}{42} a$.

II. Pro lente ſecunda ex vitro coronario facienda, cuius diſtantia focalis eſt

$$q = \frac{4}{21} \cdot \frac{300}{301} \cdot a = \frac{400}{2107} a,$$

erit radius faciei

anter. $= 0,8201.a$

poſter. $= 0,1147.a$

Eius aperturae ſemidiameter $x = 0,02.86.a$ vnde etiam prioris lentis apertura maior accipi non poterit, ita, vt ſumi debeat $x = 0,0286.a$.

Diſtantia ad lentem ocularem

$$= 57\tfrac{1}{7} a - \frac{400}{m} \text{ dig.}$$

III. Pro lente oculari, cuius diſtantia focalis eſt $r = -\frac{400}{m}$ dig. ſi ea ex vitro coronario paretur;

radius vtriusque faciei eſſe debet $- \frac{424}{m}$ dig.

ſin autem ea ex vitro chryſtallino fiat, erit is

$$= -\frac{464}{m} \text{ dig.}$$

Eius aperturae ſemidiameter capi poterit $x = \frac{100}{m}$ dig. huicque lenti oculus immediate eſt applicandus.

IV. Pro ſpatio in obiecto conſpicuo reperimus eius ſemidiametrum $\zeta = \frac{2\alpha}{m\alpha - 7}$ dig.

V. Pro

V. Pro claritate cum hic ſit

$x = 0,0286.\, a$, erit $y = \frac{0,2288}{m}$.

et menſura claritatis $= \frac{4,576}{m}$.

VI. Cum hoc caſu lentes priores aliquanto ſint maiores, quam caſu praecedente reſpectu ſcilicet diſtantiae a; hoc caſu nihil impedit, quominus diſtantia a vno digito minor capiatur ſicque longitudo inſtrumenti facile ad praecedentem reuocabitur.

Scholion.

133. En ergo duas adhuc huiusmodi microſcopiorum ſpecies, quae ſupra allatis ideo longe ſunt anteferendae, quod etiam ad maximas multiplicationes accommodari queant. Ingens autem horum inſtrumentorum longitudo merito non parum incommoda videbitur; verum ſi artifici ſuccedat binarum lentium priorum elaboratio, pro diſtantia $a = \frac{1}{2}$ dig. longitudo duorum pedum facile tolerari poterit. Cum autem hic duplici vitro ſimus vſi, operae quoque pretium erit inueſtigare, quanta ſit futura altera confuſio, praeter marginem coloratum ex diuerſa refractione oriunda; quem in finem ſpectari debebit haec aequatio

$$0 = N \frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{N''}{P^2 Q^2} \cdot \frac{1}{r}$$

cuius vltimus terminus manifeſto euaneſcit prae prioribus; ita, vt haec conditio poſtulet,

$$0 = N. \frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2} \cdot \frac{1}{q}.$$

Cum nunc pro priore caſu ſit $N = 7$, $N' = 10$, $p = \frac{1}{6} a$ et $P = \frac{8}{7}$ et $q = - \frac{480}{2393} . a$ haec formula fiet $6 - \frac{14651}{3072}$ cuius poſterior terminus quia fere priorem tollit, manifeſtum eſt, hinc nullam plane confuſionem eſſe metuendam. Pro altero vero caſu, quo eſt $N = 10$, $N' = 7$, $P = \frac{7}{8}$; $p = - \frac{1}{5} a$; $q = \frac{400}{2107} a$ formula illa fiet $- 50 + \frac{1204}{25}$ cuius bina membra inter ſe tenent rationem $25 : 24$ hoc eſt tantum non rationem aequalitatis; ita, vt ſe mutuo deſtruere ſint cenſenda, hocque caſu altera confuſio adeo penitus quaſi euaneſcat, ſicque poſteriori caſu confuſio ex hoc fonte oriunda multo adhuc minor erit, quam caſu priori, ita, vt ob hanc potiſſimum cauſſam poſterior conditio priori anteferenda videatur.

SECTIO

SECTIO TERTIA.

DE

MICROSCOPIIS COMPOSITIS,

IN QVIBVS VNICA IMAGO REALIS OCCVRRIT;

QVO OMNIA MICROSCOPIA HVCVSQVE VSITATA SVNT REFERENDA.

CAPVT I.

DE MICROSCOPIIS SIMPLICIORIBVS HVIVS GENERIS.

Praemonitum.

§. 134.

Quoniam in hoc microſcopiorum genere obiecta ſitu inuerſo repraeſentantur; in formulis noſtris generalibus vbique loco m ſcribi debet $-m$ ac praeterea etiam litterae $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{t}$ etc. omnes negatiue ſumi debent.

Pro-

Problema I.

135. Microſcopium huius generis ſimpliciſſimum, quod tantum ex duabus lentibus conſtet, conſtruere eiusque qualitates deſcribere.

Solutio.

Cum ergo hic duae tantum lentes occurrant inque earum interuallo imago realis reperiatur, habebit littera P valorem negatiuum, qui ſit $= -k$, ita, vt pro multiplicatione habeatur $m = \frac{k.b}{a}$ ſeu $k = \frac{ma}{b}$, ſcilicet denotante a diſtantiam obiecti, α diſtantiam imaginis poſt lentem obiectiuam et b diſtantiam lentis ocularis poſt imaginem, erit quoque $k = \frac{\alpha}{b}$. Tum vero introducta littera $A = \frac{\alpha}{a}$; erit diſtantia focalis primae lentis $p = \mathfrak{A}\,a$ et ſecundae lentis

$$q = \frac{Aa}{k} = \frac{A.b}{m};$$

harumque lentium interuallum

$$= Aa(1 + \tfrac{1}{k}) = Aa(1 + \tfrac{b}{ma})$$

quod ergo vt ſit poſitiuum, numerus A debet eſſe poſitiuus ideoque etiam $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$ erit poſitiuus, ita, vt ambae lentes debeant eſſe conuexae. Deinde erit ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter

$$z = \frac{1}{ma+b} \cdot ab\,\xi$$

vbi

vbi ſumi ſolet $\xi = \frac{1}{4}$ et vt capi poſſit $q = 1$ lentem ocularem vtrinque aeque conuexam ſtatui conuenit, ita, vt habeatur

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{ab}{ma + b}.$$

Pro loco autem oculi inueniemus diſtantiam

$$O = \frac{b}{Ma} \cdot \frac{b}{m} = q\left(1 + \frac{b}{ma}\right) = \frac{Ab}{m}\left(1 + \frac{b}{ma}\right),$$

quoniam hoc caſu fit

$$M = \frac{b}{ma + b} \text{ ob } q = 1.;$$

quo cognito examinemus aequationem, qua margo coloratus deſtruitur, quae poſtulat, vt ſit

$$o = \frac{N'.q}{k}; \text{ ſeu } o = \frac{b}{ma},$$

quod cum fieri nequeat, euidens eſt, marginem coloratum hoc caſu tolli non poſſe. Quodſi ergo hunc marginem tolerare velimus, conſideremus etiam aequationem pro altera confuſione tollenda

$$\frac{mx^3}{a^2 b}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) + \frac{\mu'\lambda'}{A^3 k}\right) = \frac{1}{k^3}$$

quae ergo confuſio ad nihilum redigi nequit; vnde nulla ratio ſuadet, duas vitri ſpecies adhibere; cum autem lens ocularis debeat eſſe vtrinque aequaliter conuexa, ſumi debebit $\lambda' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2$ deinde pro priori lente ſumi conuenit $\lambda = 1$, quo tota confuſio minor reddatur hincque definiatur ſemidiameter aperturae primae lentis x; quo cognito erit $y = \frac{bx}{ma}$ et

men-

menſura claritatis $= 20\, y = \frac{20\, h\, x}{m\, a}$. Pro microſcopiis quidem ſumi ſolet $k = 20$. Verum hic nihil adhuc definiamus, cum ſine dubio praeſtaret, ſi valor ipſius k ad 50 vsque augeri poſſet, vti in teleſcopiis fecimus.

Coroll. 1.

136. Cum ſit $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$ ideoque vnitate minus manifeſtum eſt, quo magis $\mathfrak{A}$ ad vnitatem accedat, eo minorem fore confuſionem ideoque pro x eo maiorem valorem inuentum iri. Cum igitur hoc eueniat, ſi A ſit numerus magnus, hoc caſu inſuper alterum membrum in expreſſione pro confuſione fiet minimum.

Coroll. 2.

137. Cum igitur A adhuc arbitrio noſtro ſit permiſſa, eius valorem ſatis magnum aſſumi conueniet. Interim tamen longitudo inſtrumenti prohibet, ne litterae A valorem nimis magnum tribuamus; longitudo haec ſcilicet eſt ſpectanda, quae proxime erit A a; quocirca ex maxima longitudine, quam admittere voluerimus, littera A definiatur.

Coroll. 3.

138. Cum deinde etiam diſtantia obiecti a arbitrio noſtro relinquatur, ob rationem iam allatam non conueniet hanc diſtantiam nimis magnam ſtatuere, ſed

ſed potius praeſtabit, eam tam paruam aſſumere, quam circumſtantiae permittunt; videtur autem haec diſtantia a vix infra dimidium digitum commode diminui poſſe.

Scholion.

139. Quodſi ad has circumſtantias non attendamus, binae lentes pro lubitu aſſumi poterunt atque tum adeo earum interuallum definire licebit, vt datam multiplicationem producant, quod quo clarius reddatur, ſpectemus ambas diſtantias focales p et q tanquam datas vna cum multiplicatione m. Cum igitur ſit $q = \frac{Ab}{m}$; inueniemus ſtatim $A = \frac{mq}{b}$ hincque $\mathfrak{A} = \frac{mq}{mq+b}$. Deinde cum ſit $p = \mathfrak{A} a$; hinc elicimus diſtantiam obiecti

$$a = \frac{p}{\mathfrak{A}} = \frac{mq+b}{mq} \cdot p = \left(1 + \frac{b}{mq}\right) p.$$

Interuallum autem harum duarum lentium capi debebit

$$A a \left(1 + \frac{b}{ma}\right) = p + q + \frac{mpq}{b}.$$

Tum vero pro loco oculi erit

$$O = \frac{bq}{(mq+b)p}\left(p + q + \frac{mpq}{b}\right) \text{ et}$$

$$\zeta = \frac{1}{4} \cdot \frac{(mq+b)p}{m\left(p + q + \frac{mpq}{b}\right)}.$$

Denique cum A ſit numerus ſatis magnus, aperturam lentis obiectiuae tantam aſſumere licebit, vt ſit eius ſemidiameter

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{bp^2q}{\mu\lambda(mq+b)}}$$

vnde concluditur menſura claritatis

$$= \frac{20.bq}{k(mq+b)}\sqrt[3]{\frac{bq}{\mu\lambda(mq+b)p}}$$

vnde intelligitur claritatem fieri eo maiorem, quo minor capiatur diſtantia focalis primae lentis p et quo maior capiatur diſtantia ſecundae lentis q.

Exemplum.

140. Poſita diſtantia obiecti $= a$, quae ſiue ſit vnius digiti ſiue minor, arbitrio artificis relinquatur; ac ne pro maioribus multiplicationibus ſecunda lens fiat nimis parua, ſumamus $A = 40$ fietque interuallum lentium $= 40.a(1 + \frac{b}{ma})$ tum vero erit $\mathfrak{A} = \frac{40}{41}$; vnde pro apertura lentis obiectiuae habebimus hanc aequationem:

$$\frac{mx^3}{a^2b}\left(\mu\left(\frac{41^3}{40^3}\lambda + \frac{41\nu}{40^2}\right) + \frac{\mu'\lambda'.b}{40^3.ma}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi alterum membrum manifeſto prae priori reiici poteſt. Sumamus igitur $\lambda = 1$ et cum

$$\mu.\left(\frac{41^3}{40^3} + \frac{41.\nu}{40^2}\right)$$

ſit proxime $= 1$ erit

$x =$

$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{m}}$ hincque $y = \frac{b}{km}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$

et menſura claritatis $= \frac{20 b}{k m}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$.

Quodſi ergo nunc vt in microſcopiis fere fieri ſolet, ſumatur $k = 20$, erit menſura claritatis $= \frac{b}{m}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$; ita, vt claritas decreſcat in ratione $m^{\frac{4}{3}}$, cum in microſcopiis ſimplicibus tantum decreuerit in ratione m. Denique pro loco oculi erit diſtantia

$$O = \frac{40 b}{m}\left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Scholion.

141. Diminutio claritatis, quae hoc caſu prodiit, parum negotium turbaret, ſi modo diſtantia obiecti a ſatis parua caperetur; verum praecipuum vitium, quo haec microſcopia laborant, in hoc conſiſtit, quod obiecta inſigni margine colorato cincta ſint adparitura. Quare ante omnia erit curandum, vt iſta microſcopia ab hoc vitio liberentur, id quod alio modo praeſtari nequit, niſi inſuper lentem introducendo, ita, vt huiusmodi microſcopia ad minimum tribus lentibus conſtare debeant, et quoniam vitri diverſitas hic parum ſubſidii adferre poteſt; primo quidem omnes has lentes ex eodem vitro parari aſſumamus. Tum vero duos caſus hic examini ſubiici conueniet; alterum quo noua iſta lens ante imagi-

 nem

nem realem, alterum vero, quo post eam collocatur; quos duos casus in sequentibus problematibus fusius pertractemus.

Problema 2.

142. Microscopium compositum ita ex tribus lentibus conficere, vt margo coloratus euanescat et lens media ante imaginem realem cadat.

Solutio.

Hoc ergo casu cum habeantur tres lentes litterarum P et Q prior P positiuum retinebit valorem; posterior vero Q negatiua statui debebit. Ponatur igitur $Q = -k$ vt sit multiplicatio $m = Pk.\frac{b}{a}$ ideoque $Pk = \frac{ma}{b}$; vnde distantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;\ r = -\frac{AB}{Pk}.a = -AB.\frac{b}{m}.$$

Deinde interualla lentium

$$\text{I et II} = Aa\left(1 - \tfrac{1}{P}\right);$$
$$\text{II et III} = -\tfrac{AB}{P}.a\left(1 + \tfrac{1}{k}\right)$$

quae vt ambo fiant positiua, primo $A\left(1 - \frac{1}{P}\right)$ debet esse positiuum; deinde etiam $-AB > 0$ siue AB quantitas negatiua; ita, vt si A fuerit numerus positiuus, tum debeat esse $P > 1$ et $B < 0$; sin autem sit $A < 0$; tum esse debeat $P < 1$ et $B > 0$. Nunc consideremus spatium in obiecto conspicuum, cuius semi-

ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b} \cdot ab\xi = Ma\xi,$$

ita, vt ſit $M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b} \cdot b$ vbi ſumi poterit $\mathfrak{r} = 1$, ſi quidem lens ocularis vtrinque fiat aequalis. Pro $\mathfrak{q}$ autem habetur iſta aequatio $-\mathfrak{B}\,\mathfrak{q} = (P-1)M$. Deinde pro loco oculi fiat diſtantia $O = \frac{\mathfrak{r}r}{Ma} \cdot \frac{b}{m}$ quae vt fiat poſitiua, neceſſe eſt, vt r ſit quantitas poſitiva, ideoque A B quantitas negatiua, vt iam notauimus. Tum autem margo coloratus deſtruetur, ſi fuerit

$$o = \frac{\mathfrak{q}}{P} + \frac{\mathfrak{r}}{PQ} = \frac{\mathfrak{q}}{P} - \frac{\mathfrak{r}}{PK};$$

adeoque

$$k = \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{q}} = \frac{1}{\mathfrak{q}} \text{ ob } \mathfrak{r} = 1. \text{ ſeu } \mathfrak{q} = \frac{1}{k}.$$

Hic igitur praeter exſpectationem nouus modus ſe offert iſta microſcopia multo magis perficiendi atque adeo campum viſionis duplicandi, id quod fit, ſi litterae $\mathfrak{q}$ valor vnitati aequalis perinde ac litterae $\mathfrak{r}$ tribuatur, ad quod neceſſe eſt, vt tam ſecunda, quam tertia lens fiant vtrinque aeque conuexae; quamobrem ponamus $k = 1$, vt fiat $\mathfrak{q} = \mathfrak{r} = 1$; hincque

$$\zeta = \frac{2}{ma+b}\, ab\xi = \frac{1}{4} \cdot \frac{2ab}{ma+b}.$$

Tum vero erit $P = \frac{ma}{b}$; vnde quia $P > 1$ erit $A > o$; et $\mathfrak{A} > o$ et $\mathfrak{A} < 1$. ideoque $B < o$. Fiet autem

$$-\mathfrak{B} = \left(\frac{ma-b}{b}\right) M = \frac{2(ma-b)}{ma+b} \text{ ob } M = \frac{2}{ma+b} \cdot b;$$

 ex

ex quo ob $\frac{ma}{b}$ numerum praemagnum erit proxime $\mathfrak{B} = -2$ et $B = -\frac{2}{3}$ plane, vt requiritur. Tuto autem ſtatuere poterimus $\mathfrak{B} = -2$, etſi enim tum q aliquanto minor vnitate prodeat; ideoque margo coloratus non perfecte tollatur, manente ſcilicet $k = 1$; tamen defectus prior in campo viſionis vix erit ſenſibilis, praecipue pro magnis multiplicationibus, deinde iam ſaepius annotauimus non opus eſſe, vt margo coloratus penitus deſtruatur, quoniam locus oculi, ad quem refertur, non exiguam patitur latitudinem. Pro loco oculi vero nunc habebimus $O = \frac{r(ma+b)}{2ma}$.

Cum igitur nunc ſit

$$\mathfrak{B} = -2,\ B = -\tfrac{2}{3}.\ P = \frac{ma}{b} \text{ et } k = 1;$$

littera vero A ita arbitrio noſtro permittatur, vt tantum poſitiua accipi debeat; diſtantiae focales lentium ita ſe habebunt:

$$p = \mathfrak{A}\,a;\ q = \frac{2A.b}{m};\ r = \tfrac{2}{3}.\frac{Ab}{m} = \tfrac{1}{3}q$$

et diſtantia oculi

$$O = \frac{A(ma+b)b}{3m^2.a} = \frac{A\left(1+\frac{b}{ma}\right)b}{3m}$$

ideoque proxime

$$O = \frac{Ab}{3m} = \tfrac{1}{2}r.$$

Interualla autem lentium nunc reperiuntur

$$\text{I et II} = Aa\left(1-\frac{b}{ma}\right);\ \text{II et III} = \tfrac{4}{3}.\frac{Ab}{m};$$

ſicque

ſicque tota longitudo

$$= \mathrm{A}\,a + \frac{2\mathrm{A}b}{3m}, \text{ exiſtente } \zeta = \frac{1}{4}.\frac{2ab}{ma+b}.$$

Nihil igitur aliud reſtat, niſi vt aperturam primae lentis definiamus ex hac aequatione

$$\frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} + \frac{b}{\mathrm{A}^3 ma}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu'}{4}\right) + \frac{27\lambda''.b}{8\mathrm{A}^3 ma}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vbi notandum eſt, quia ambae poſteriores lentes debent eſſe vtrinque aequaliter conuexae, fore

$$\lambda' = 1 + \left(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau}\right)^2.(1-2\mathfrak{B})^2 = 1 + 25.\left(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau}\right)^2$$

$$\text{et } \lambda'' = 1 + \left(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau}\right)^2.$$

At pro λ vnitatem ſumi conuenit; tum ergo ob $\mathfrak{A} = \frac{p}{a}$ haec aequatio commode ita transformabitur

$$\frac{\mu m.ax^3}{p^3 b}\left(1 + \frac{\mathfrak{A}^2.\nu}{\mathrm{A}} + \frac{\mathfrak{A}^3.b}{\mathrm{A}^3.ma}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu'}{4}\right) + \frac{27\mathfrak{A}^3.b.\lambda''}{8\mathrm{A}^3.ma}\right) = \frac{1}{k^3}$$

Ponamus nunc breuitatis gratia

$$1 + \frac{\mathfrak{A}^2.\nu}{\mathrm{A}} + \frac{\mathfrak{A}^3.b}{\mathrm{A}^3.ma}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu'}{4}\right) + \frac{27.\mathfrak{A}^3 b\lambda''}{8\mathrm{A}^3 ma} = \Lambda$$

cuius valor vnitatem non niſi parum ſuperabit, dummodo pro A numerus modicus aſſumatur. Quare cum μ ſemper ſit numerus ab vnitate parum deficiens, ita, vt ſumi poſſit $\mu\Lambda = 1$ quocirca habebimus $x = \frac{p}{k}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}$, vbi pro k ſumi poteſt 20 vel potius numerus adhuc maior, quo obiecta diſtinctius repraeſententur. Tum vero erit menſura claritatis

$$= \frac{20pb}{kma}\sqrt[3]{\frac{b}{ma}}.$$

Coroll.

Coroll. 1.

143. Cum adhuc littera A arbitrio nostro sit relicta; eam tantam assumi conueniet, vt distantia focalis r non fiat nimis exigua, etiam pro maximis multiplicationibus; scilicet vt pro multiplicatione $m = 1000$ distantia focalis lentis ocularis non infra $\frac{1}{2}$ dig. capi debeat, oportebit sumere $A > 100$; vnde erit $\mathfrak{A} = \frac{100}{101}$.

Coroll. 2.

144. Neutiquam vero consultum erit, litterae $\mathfrak{A}$ multo maiorem valorem tribuere, quia tum longitudo instrumenti nimium excresceret; si enim posito $A = 100$, distantia obiecti a vnius tantum digiti sumeretur, longitudo instrumenti octo pedes esset superatura; quare si velimus statuere $A = 100$, necesse erit, vt distantia obiecti a ad dimidium digitum vel etiam $\frac{1}{4}$ dig. reducatur.

Coroll. 3.

145. At si distantia $a = \frac{1}{4}$ dig. nimis parua videatur, praestabit vtique assumere $A = 50$ quo casu lens ocularis etiamsi millies multiplicemus, tamen vix infra $\frac{1}{4}$ dig. sit reducenda quae magnitudo in praxi facile admitti potest, cum talis lens aperturam adhuc patiatur pupilla maiorem.

Coroll. 4.

146. At ſi tantum ſumatur $A = 50$; tum erit $\mathfrak{A} = \frac{50}{51}$ ita, vt diſtantia focalis lentis obiectiuae p tantillo minor accipi debeat, quam diſtantia obiecti a, quam pro circumſtantiis commode $= \frac{1}{2}$ dig. ſumere licebit. Praeterea vero valor litterae A multo propius ad vnitatem reuocabitur, dum bina poſteriora membra huius litterae plane pro euaneſcentibus haberi poterunt.

Scholion.

147. Haec microſcopiorum ſpecies pleraque inſtrumenta, quae hodie ſub titulo microſcopiorum compoſitorum circumferuntur, in ſe complectitur, quae igitur pro eo melioribus ſunt habenda, quo minus a conſtructione hic praeſcripta diſcrepant. Praecipua autem proprietas in hoc conſiſtit, quod diſtantia focalis lentis mediae triplo maior ſit, quam lentis ocularis haeque lentes ita diſponantur, vt imago realis media interiaceat inter binas lentes oculares, ſiue, quod eodem redit, vt interuallum harum duarum lentium duplo maius ſit, quam diſtantia focalis poſtremae lentis. Quo igitur conſtructionem horum microſcopiorum clarius ob oculos ponamus, primo conſideremus lentem obiectiuam, quae tantum a diſtantia obiecti a, quam pro lubitu aſſumere licet, pendet, cuius conſtructio ſi ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$, paretur, ita ſe habet:

Constructio lentis obiectiuae pro data distantia obiecti a ex vitro communi paranda:

Radius faciei

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{0,2194} = 4,5579 \cdot p.$

poster. $= \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{1,5987} = 0,6255 \cdot p.$

vnde deducitur sequens

Constructio huiusmodi microscopiorum ex tribus lentibus compositorum.

Pro quauis multiplicatione.

148. Singulae hae lentes ex vitro communi, cuius refractio est $n = 1,55$ parentur et posita obiecti distantia $= a$, quam commode $= \frac{1}{2}$ dig. assumere licebit, erit

I. Pro lente prima, cuius distantia focalis est $p = \frac{50}{51} \cdot a$, sumatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,4668 \cdot a \\ \text{poster.} = 0,6130 \cdot a \end{cases}$

eius aperturae semidiameter statuatur

$$x = \frac{0,0980 \cdot a}{\sqrt[3]{m\, a}}.$$

et distantia ad lentem secundam $= 50 \cdot a - \frac{400}{m}$ dig.

II. Pro secunda lente, cuius distantia focalis est $q = \frac{800}{m}$ dig. sumatur

radius

radius vtriusque faciei $= \frac{180}{m}$ dig.

Aperturae femidiameter $= \frac{200}{m}$ dig.

et diftantia ad lentem tertiam $= \frac{533}{m}$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius diftantia focalis $r = \frac{267}{m}$ dig. erit

radius faciei vtriusque $= \frac{203}{m}$ dig.

eius aperturae femidiameter $= \frac{67}{m}$ dig.

et diftantia ad oculum $= \frac{133}{m}$ dig.

IV. Spatii in obiecto confpicui femidiameter erit $\zeta = \frac{4a}{ma+8}$ dig.

et inftrumenti longitudo $= 50.a + \frac{267}{m}$ dig.

atque menfura claritatis

$$= \frac{16}{m\sqrt[3]{ma}}.$$

Notari hic meretur primam lentem tantum a diftantia obiecti a pendere eamque pro omni multiplicatione retineri poffe; duas vero pofteriores lentes tantum a multiplicatione pendere easdemque pro omni diftantia obiecti a locum habere poffe; vnde tantum pro variis aliquot multiplicationis gradibus praecipuis duas has lentes conftrui conueniet; veluti tabella fubiuncta indicabit:

m	Distantia focalis. lentis II.	lentis III.	Distantia II. et III.	Oculi.
50	16 dig.	5,33 dig.	10,67 dig.	2,67 dig.
100	8	2,67	5,33	1,33
200	4	1,33	2,67	0,67
300	2,66	0,89	1,77	0,44
400	2,	0,67	1,33	0,33
500	1,40	0,53	1,07	0,27
600	1,33	0,44	0,88	0,22
800	1,	0,33	0,67	0,17
1000	0,8	0,27	0,53	0,13

Interim tamen deinceps ostendemus, quemadmodum etiam iisdem ternis lentibus retentis microscopia ad omnes multiplicationes accommodata construi possint.

Scholion 2.

149. Formulae, ex quibus hanc microscopiorum constructionem deduximus, ita sunt generales, vt etiam ad telescopia accommodari queant. Cum enim tum sit $a = \infty$, et $\mathfrak{A}\, a$ distantiam focalem lentis obiectiuae denotet, euidens est statui debere $\mathfrak{A} = 0$ ideoque etiam $A = 0$; ita tamen, vt sit $\mathfrak{A}\, a = p$ quare ob $b = a$, erunt distantiae focales duarum reliquarum lentium

$$q = -\frac{\mathfrak{B} p}{P} \text{ et } r = -\frac{Bp}{Pk} = -\frac{Bp}{m};$$

siue

ſiue ob

$$\mathfrak{B} = -2 \text{ et } B = -\tfrac{2}{3} \text{ erit}$$

$$q = +\tfrac{2p}{m} \text{ et } r = +\tfrac{2p}{3m} = \tfrac{1}{3}q$$

lentium porro interualla

$$\text{I et II} = p(1 - \tfrac{1}{m})$$

$$\text{II et III} = \tfrac{4p}{3m} = 2r;$$

et diſtantia oculi

$$O = \tfrac{p(m+1)}{3m^2} = \tfrac{m+1}{2m} r;$$

vnde longitudo teleſcopii tota

$$= p(1 + \tfrac{2}{3m} + \tfrac{1}{3m^2}).$$

Tum vero ſemidiameter campi viſionis

$$\tfrac{\zeta}{a} = \Phi = \tfrac{1}{4} \tfrac{r_2}{m+1}.$$

Denique pro apertura determinanda habebitur

$$x = \tfrac{p}{k} \sqrt[3]{\tfrac{1}{m}} \text{ hincque } y = \tfrac{p}{km} \sqrt[3]{\tfrac{1}{m}}$$

et menſura claritatis $= \tfrac{20p}{km} \sqrt[3]{\tfrac{1}{m}}$.

Praeterea vero hic notaſſe iuuabit primo ſemidiametrum imaginis realis, qui cum in genere ſit $= AB\zeta$, erit is $= -\tfrac{p}{3(m+1)}$; quodſi enim in hoc loco diaphragma inſeratur, eius foramen hinc determinari debet; deinde cum ſit ſemidiameter penicillorum radioſorum in oculum ingredientium $= y = \tfrac{p}{km} \sqrt[3]{\tfrac{1}{m}}$

quoniam in loco oculi operculum ſtatui ſolet foraminulo pertuſum, eius ſemidiameter hinc determinabitur. Nihil autem impedit, quominus hoc foraminulum maius ſtatuatur. Cum vero in teleſcopiis detur

$$x = my, \text{ erit } p = kmy\sqrt[3]{m}.$$

Hinc igitur ſi vitro communi vtamur, cuius refractio eſt $n = 1,55$ ſequens naſcitur:

Conſtructio Teleſcopii aſtronomici.

tribus lentibus inſtructi

I. Pro prima lente, obiectiua, cuius diſtantia focalis eſt $p = kmy\sqrt[3]{m}$ ideoque datur,

erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{1,6274} = 0,6145.p$

poſter. $= \frac{p}{0,1907} = 5,2438.p$

eius aperturae ſemidiameter $x = my$

et diſtantia ad lentem ſecundam $= p(1 - \frac{1}{m})$.

II. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{2p}{m}$ erit

radius vtriusque faciei $= \frac{11}{10}q = \frac{11.p}{5.m}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}q$

et diſtantia ad lentem ocularem $= \frac{4p}{3m} = \frac{2}{3}q = 2r$.

III.

III. Pro lente oculari, cuius diſtantia focalis eſt

$r = \frac{2p}{3m} = \frac{1}{3}q$ erit

radius vtriusque faciei $= \frac{11}{10}r = \frac{11p}{15.m} = \frac{11}{30}q$;

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}r$

et diſtantia ad oculum $= \frac{m+1}{2m}.r.$

IV. Longitudo ergo huius teleſcopii erit

$$p\left(1 + \frac{2}{3m} + \frac{1}{3m^2}\right)$$

et campi apparentis ſemidiameter

$$\Phi = \frac{1}{4}.\frac{2}{m+1} = \frac{1718}{m+1} \text{ minut.}$$

V. Si in loco imaginis realis, quae in medio puncto inter binas poſteriores lentes exiſtit, diaphragma conſtitui debeat, eius ſemidiameter eſſe oportet $= - \frac{p}{3(m+1)}$.

Problema 3.

150. Datis tribus lentibus conuexis, quarum tertiae diſtantia focalis triplo ſit minor, quam ſecundae, ex iis microſcopium componere, quod ad omnes multiplicationes producendas ſit aptum.

Solutio.

Sit primae lentis, quae locum obiectiuae occupat, diſtantia focalis $= p$; ſecundae lentis $= q$ et tertiae

tiae lentis $= r = \frac{1}{3} q$ quae omnes tres diſtantiae ſint poſitiuae et datae, vna cum multiplicatione $= m$ quare ſi formulas in ſuperiore problemate inuentas contemplemur, ex binis poſterioribus lentibus ſtatim colligimus

$$A = \frac{mq}{2b} \text{ ideoque } \mathfrak{A} = \frac{mq}{mq + 2b}.$$

Porro ex prima lente innoteſcet diſtantia obiecti

$$a = \frac{mq + 2b}{mq} . p = p \left(1 + \frac{2b}{mq}\right).$$

Hinc noſtrae lentes ſequentia inter ſe interualla tenere debebunt:

$$\text{I et II } \frac{(mq + 2b)p - bq}{2b} = p - \frac{1}{2} q + \frac{mpq}{2b};$$

$$\text{II et III} = 2r. = \frac{2}{3} q.$$

Deinde vt hae lentes tam eundem campum producant, quem ſupra aſſignauimus, quam etiam eandem claritatem; circa has tres lentes datas inſuper requiritur:

I. Vt lens prima propemodum ſit plano conuexa, eiusque facies plana obiecto obuertatur, vel adhuc magis praeſtabit, ſi radius anterior ſexies vel ſepties circiter maior ſit, quam poſterior.

II. Vt binae reliquae lentes vtrinque ſint aequaliter conuexae.

Tum vero ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $\zeta = \frac{b}{2m} . \frac{mq + 2b}{(mq + 2b)p + bq} . p$

pro

pro quo requiritur, vt oculi a lente oculari diſtantia ſit

$$= \frac{1}{2} r \left(1 + \frac{bq}{(mq+2b)p}\right) = \frac{1}{2} r \text{ proxime.}$$

Praeterea vero pro apertura lentis obiectiua eius ſemidiameter reperitur

$$x = \frac{p}{k} \sqrt[3]{\frac{bq}{(mq+2b)p}}, \text{ vbi notetur}$$

quo magis k numerum 20 ſuperare accipiatur, eo minorem fore confuſionem, atque ſic inuento x menſura claritatis erit

$$\frac{20b}{ma} \cdot x = \frac{20bq \cdot x}{(mq+2b)p}.$$

Pro diaphragmate in loco imaginis realis conſtituendo erit radius foraminis

$$\frac{2}{3} A \zeta = \frac{1}{2} r \cdot \frac{(mq+2b)p}{(mq+2b)p+bq}.$$

Coroll. 1.

151. Quod primo ad diſtantiam obiecti attinet, ea ſemper erit aliquanto maior quam diſtantia focalis lentis obiectiuae idque eo magis, quo minor fuerit multiplicatio. Sin autem multiplicatio adeo fiat infinita, ſumi debebit haec diſtantia $a = p$.

Coroll. 2.

152. Interuallum vero lentium primae et ſecundae potiſſimum a multiplicatione m pendet, ita, vt pro multiplicatione infinita hoc interuallum adeo

infinitum ſit capiendum. Ne igitur pro maioribus multiplicationibus hoc interuallum nimis prodeat magnum; hoc incommodum euitabitur, ſi quantitates p et q tam paruae accipiantur, quam circumſtantiae in praxi obſeruandae permittunt.

Coroll. 3.

153. Cum loco x valore ſubſtituto ſit menſura claritatis

$$= \frac{20bq}{(mq+2b)k} \sqrt[3]{\frac{bq}{(mq+2b)p}}$$

intelligimus, claritatem eo fore maiorem, quo minor fuerit diſtantia focalis p; quam tamen tantam eſſe conuenit, vt diſtantia obiecti a, quae ipſi proxime eſt aequalis, non fiat nimis exigua; praeterea vero etiam claritas proportionalis eſt iſti formulae

$$\left(\frac{q}{mq+2b}\right)^{\frac{4}{3}}$$

quae circumſtantia ſuadet pro q valorem non nimis exiguum.

Exemplum.

154. Sumamus tres lentes datas ita eſſe comparatas, vt ſit:

1°. Lentis primae diſtantia focalis $p = \frac{1}{2}$ dig. eaque propemodum plano conuexa eiusque facies planior obiecto obuertatur. Sic enim diſtantia obiecti non nimis parua erit cenſenda.

2°. Se-

2°. Secundae autem lentis, quae vtrinque ſit aequaliter conuexa, diſtantia focalis ſit $q = 1$ dig. vt aperturam admittat cuius ſemidiameter $x = \frac{1}{4}$ dig.

3°. Tertiae vero lentis ocularis itidem vtrinque aequaliter conuexae ſit diſtantia focalis $r = \frac{1}{3}$ dig. vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{12}$ dig. ſiue diameter $= \frac{1}{6}$ dig.

His igitur datis momenta conſtructionis ita ſunt comparata, vt quaedam neutiquam a multiplicatione pendeant; reliqua vero pro qualibet multiplicatione ſeorſim definiri debeant. Prioris generis ſunt:

1°. Diſtantia tertiae lentis a ſecunda, quae conſtanter erit $\frac{2}{3}$ dig. pro oculis ſcilicet valentibus, ita, vt lens ocularis ab imagine reali diſtet interuallo $= \frac{1}{3}$ dig. ſcilicet ſuae diſtantiae focali aequali. In gratiam autem myopum et presbytarum conueniet hoc interuallum mutabile reddi ope cochleae, qua lens ocularis circiter parte quadrageſima digiti vel propius admoueri vel longius remoueri poſſit.

2°. Diſtantia oculi a lente oculari itidem cenſeri poteſt conſtanter $= \frac{1}{2} r = \frac{1}{6}$ dig. etiamſi enim revera ea pauliſper a multiplicatione pendeat et aliquantillo maior eſſe debeat; tamen locus oculi tantae praeciſionis non eſt capax.

Momenta autem pro varia multiplicatione variabilia ſunt ſequentia:

 1°. Di-

1°. Diſtantia obiecti a lente obiectiua, quae hoc caſu erit $a = (\frac{1}{2} + \frac{8}{m})$ dig. ſumto ſcilicet $b = 8$ dig. ita, vt haec diſtantia ſemper ſuperet $\frac{1}{2}$ dig.

2°. Maxime autem a multiplicatione pendet interuallum lentium primae et ſecundae, quod ſi indicetur littera L; erit $L = \frac{m}{32}$ dig. ita, vt pro multiplicatione $m = 320$ L tantum fiat decem digitorum et ſi ad duos pedes augeatur, iam multiplicationi $m = 768$ inſeruiat ad quam mutationem producendam euidens eſt, tubo ductitio eſſe opus.

3°. Inprimis quoque a multiplicatione pendet apertura primae lentis, cuius ſemidiameter erit

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{2}{m + 16}} \text{ dig.}$$

vbi ſumſimus $k = 20$. Perſpicuum autem eſt, ſi valorem ipſius x minorem ſtatuamus, confuſionem in ratione triplicata diminutum iri.

4°. Quodſi in loco imaginis realis ſeu in diſtantia $= \frac{1}{3}$ dig. poſt lentem mediam diaphragma velimus collocare, eius foraminis apertura eſſe debebit

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{m + 16}{m + 32} \text{ dig.}$$

quare ſi multiplicatio ſit valde magna hic ſemidiameter erit $\frac{1}{6}$ dig. eiusque ergo diameter $= \frac{1}{3}$ dig.; quae menſura etiam minoribus multiplicationibus inſeruire poteſt, ita, vt diaphragma mutare non ſit opus.

5°. Quod

5°. Quod ad foraminulum attinet, cui oculus est adplicandus, si necesse videatur, eius semidiametrum ipsi y aequalem statuere, reperietur is $= \frac{16x}{m+16}$. qui ergo pro casu $m = 112$ prodiret $= \frac{1}{840}$ dig. Quoniam vero tantillum foraminulum quasi sensus effugeret, sufficiet praecepisse, hoc foraminulum quam minimum fieri.

Hoc autem microscopio constructo quemadmodum hic est descriptum eius ope in obiecto spatiolum conspicietur, cuius semidiameter erit

$$z = \frac{4}{m} \cdot \frac{m+16}{m+32} \text{ dig.}$$

qui ergo pro maioribus multiplicationibus erit $z = \frac{4}{m}$ dig. quod spatium certe satis est notabile. Denique vero mensura claritatis, qua obiecta cernentur, erit

$$\frac{320x}{m+16} = \frac{160}{m+16} \sqrt[3]{\frac{r}{m+16}},$$

cuius quadrato proprie loquendo ipsa claritas censenda est proportionalis. Quodsi ergo obiectum a sole collustretur et nos multiplicationem eo vsque augere velimus, vt ipsa claritas centies millies adeo fiat minor (quandoquidem tum adhuc duplo maior erit, quam si obiectum a plena Luna illustraretur) hoc eueniet, pro multiplicatione $m = 700$; quae multiplicatio tanta est, vt vix vnquam maior desideretur.

Problema 4.

155. Microſcopium compoſitum ita ex tribus lentibus conficere, vt margo coloratus euaneſcat et lens media poſt imaginem realem cadat.

Solutio.

Hoc ergo caſu cum tres habeantur lentes, litterarum P et Q prior P negatiuum habebit valorem, poſteriore Q manente poſitiua. Sit igitur $P = -k$, vt ſit multiplicatio

$$m = kQ.\frac{b}{a} \text{ ſeu } kQ = \frac{ma}{b};$$

vnde diſtantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = + \frac{A\mathfrak{B}}{k}a; \; r = -\frac{ABb}{m};$$

et lentium interualla

$$\text{I et II} = Aa(1 + \tfrac{1}{k});$$

$$\text{II et III} = \frac{AB}{k}a(1 - \tfrac{1}{Q})$$

vnde patet, eſſe debere $A > 0$, ideoque etiam $\mathfrak{A} > 0$ et $\mathfrak{A} < 1$; tum vero etiam $B(Q-1) > 0$, ita, vt ſi B ſit > 0, tum eſſe debeat $Q > 1$. ſin autem $B < 0$, tum $Q < 1$. Nunc conſideretur ſpatium conſpicuum, cuius ſemidiameter eſt

$$\zeta = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b}.ab\xi, \text{ ita, vt poſito}$$

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma+b}.b \text{ fiat } \zeta = Ma\xi.$$

vbi ſumi poteſt $\mathfrak{r} = 1$, ſiquidem lens ocularis ſit vtrinque aequalis; et $\mathfrak{q}$ vnitatem non ſuperet, ſiue nega-

negatiue siue positiue. Pro q autem habebitur haec aequatio: $\mathfrak{B}q = (k + 1)M$. Deinde pro loco oculi fiet distantia $O = \frac{tr}{M\alpha} \cdot \frac{b}{m}$ quae vt sit positiua, debet esse $r > 0$ seu $AB < 0$ adeoque B negatiuum et $Q < 1$. Hinc igitur pro margine colorato tollendo habebitur ista aequatio:

$$0 = \frac{q}{P} + \frac{1}{PQ} = \frac{q}{k} + \frac{1}{kQ}$$

vnde colligitur $q = -\frac{1}{Q}$; quare cum sit $Q < 1$, prodiret q non solum negatiuum, sed etiam vnitate maius quod cum sit absurdum, euidens est, hoc casu marginem coloratum tolli plane non posse; neque ergo opus est, vt hunc casum vlterius prosequamur.

Scholion.

156. Hoc igitur casu reiecto istud caput, in quo simpliciora huius generis microscopia sumus contemplati, finiemus et quemadmodum haec microscopia ad maiorem perfectionis gradum euehi queant, indagabimus, praecipuum autem incommodum, quo haec telescopia etiamnum laborant, in hoc consistit, quod pro maioribus multiplicationibus claritas nimis fiat exigua, cuius rei ratio manifesto sita est in paruitate aperturae x, quae autem maiorem valorem accipere non potest, nisi ipsa expressio pro semidiametro confusionis inuenta minorem valorem adipiscatur, id quod duplici modo obtinere poterimus; priore scilicet dum loco lentis obiectiuae simplicis duae

duae vel tres vel etiam quatuor lentes conuexae substituuntur, quippe quo modo id lucramur, vt hae lentes maiores distantias focales consequantur, quam lens simplex atque etiam maiorem aperturam adipiscantur. Deinde vero si etiam lentibus concauis vti velimus, expressio illa pro semidiametro confusionis adeo ad nihilum redigi poterit, ita, vt aperturae primae lentis alii limites non praescribantur, nisi quos ipsa lentis figura postulat. Deinde vero etiam si diversas vitri species adhibeamus, adeo effici poterit, vt etiam altera confusio a diversa refractione oriunda penitus tollatur, in quo etsi summus perfectionis gradus consistere videtur; tamen id adhuc incommodi se immiscet, quod lentes illae loco obiectiuae substituendae multo fiant minores, quod cum priore modo secus eueniat, vtique operae erit pretium, hos ambos modos percurrere. Denique vero etsi campus visionis hic est satis notabilis, tamen vt argumentum hoc plene absoluamus, etiam monstrabimus, quomodo hunc campum adhuc magis atque adeo ad lubitum amplificari conueniat.

CAPVT

CAPVT II.

DE VLTERIORI HORVM MICROSCOPIORVM PERFECTIONE, DVM IIS MAIOR CLARITATIS GRADVS DVAS PLVRESVE LENTES CONVEXAS LOCO OBIECTIVAE SVBSTITVENDO COMPARATVR.

Problema I.

§. 157.

Loco lentis obiectiuae eiusmodi duas lentes convexas proxime ſibi iunctas ſubſtituere, vt binis reliquis lentibus ſecundum praecepta in ſuperiore capite data conſtitutis, maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes ſint conſiderandae, quarum binae priores minimo interuallo ſint ſeiunctae; tertia vero ante imaginem realem cadat, littera P minime ab vnitate diſcrepabit, Q vero adhuc erit poſitiua; tertia vero R negatiua; quam ob cauſſam

 ſtatua-

ſtatuamus $R = -k$ vnde diſtantiae focales harum lentium erunt

$$p = \mathfrak{A} a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}.a}{P};$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.a;\ \text{et}\ s = \frac{ABC.a}{PQk}.$$

Cum vero ſit

$$PQk = \frac{ma}{b}\ \text{erit}\ s = ABC.\frac{b}{m}.$$

Interualla autem lentium erunt

$$\text{I et II} = Aa(1 - \tfrac{1}{P});$$

$$\text{II et III} = -\frac{AB}{P}a(1 - \tfrac{1}{Q});$$

$$\text{III et IV} = \frac{ABC}{PQ}a(1 + \tfrac{1}{k}).$$

Cum autem omnes lentes ſint conuexae erit

$$1^\circ.\ \mathfrak{A} > 0;\ 2^\circ.\ -A\mathfrak{B} > 0;$$

$$3^\circ.\ AB\mathfrak{C} > 0\ \text{et}\ 4^\circ.\ ABC > 0.$$

ideoque etiam $\frac{C}{\mathfrak{C}} > 0$ ſeu $1 + C > 0$.

Ratione interuallorum autem tenendum eſt, quia primum debet eſſe minimum, litteram P parum ab vnitate diſcrepare, ita, vt ſi hoc interuallum ponatur $= \eta a$ futurum ſit $P = \frac{A}{A-\eta}$, exiſtente η fractione ſatis parua. Deinde debet eſſe $-AB(Q-1) > 0$ et $ABC > 0$. Conſideremus nunc ſpatium in obiecto conſpicuum cuius ſemidiameter eſt

$$\zeta = \frac{q+r+s}{ma+b}.ab\xi;$$

vbi

vbi q tam erit paruum, vt reiici poſſit; deinde vero tam r, quam s vnitati aequales ſumi poterunt, ſiquidem binae poſtremae lentes vtrinque aequaliter convexae conficiantur. Hoc enim modo maximus campus viſionis obtinebitur, vti in capite praecedente eſt oſtenſum. Ponamus igitur

$$M = \frac{2b}{ma + b} \text{ fietque } \zeta = M.\, a\,\xi;$$

vnde pro loco oculi habebitur

$$O = \frac{s}{Ma} \cdot \frac{b}{m},$$

quae vt iam aſſumſimus eſt poſitiua, ex quo pro tollendo margine colorato reperitur haec aequatio

$$o = \frac{q}{P} + \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR};$$

cum autem ſit

$$q = o. \text{ et } r = s = 1 \text{ et } R = -k;$$

habebitur

$$o = 1 - \frac{1}{R}; \text{ ſeu } k = 1,$$

vt ante; ita, vt iam ſit $PQ = \frac{ma}{b}$ et quia proxime $P = 1$ fiet proxime $Q = \frac{ma}{b}$ ſiue pro maioribus multiplicationibus erit Q valde magnum; his notatis aequationes fundamentales erunt:

$$1^{\circ}. \; -\mathfrak{B}\, q = (P - 1)\, M;$$

$$2^{\circ}. \; -\mathfrak{C}\, r = (PQ - 1)\, M - q;$$

quarum prior non amplius in computum venit, quoniam tam q, quam P − 1 ſunt valde parua, altera

vero dat

$$\mathfrak{C} = -\left(\frac{ma}{b} - 1\right) M = -2\left(\frac{ma-b}{ma+b}\right);$$

vnde pro maioribus multiplicationibus concluditur

$$\mathfrak{C} = -2 \text{ et } C = -\tfrac{2}{3},$$

quibus valoribus tuto vti licebit, etiamsi enim vel campus visionis parumper diminueretur vel etiam margo coloratus non perfecte tolleretur, id neutiquam turbare debet. Quare cum hactenus inuenerimus,

$$k = 1,\ PQ = \frac{ma}{b} \text{ et } \mathfrak{C} = -2;\ C = -\tfrac{2}{3};$$

prodeunt distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P};$$

$$r = -2.AB.\frac{b}{m} \text{ et } s = -\tfrac{2}{3}.AB.\frac{b}{m},$$

ita, vt sit $s = \frac{1}{3}r$ et nunc apparet, AB esse debere negatiuum. Interualla autem ita exprimentur

$$I^{mum} = Aa\left(1 - \tfrac{1}{P}\right) = \eta a; \text{ existente } P = \frac{A}{A-\eta}.$$

$$II^{dum} = -\frac{AB}{P}.a\left(1 - \tfrac{1}{Q}\right)$$

quod ob $AB < 0$ per se fit positiuum.

$$III^{tium} = -\tfrac{4}{3}AB.\frac{b}{m} = 2.s$$

atque distantia oculi

$$O = \frac{s}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{s.(ma+b)}{2ma} = \tfrac{1}{2}s \text{ proxime.}$$

Tandem superest consideranda aequatio pro apertura x determinanda, quae est:

$\frac{1}{k^r} =$

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 . b}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{b}{A^3 B^3 . ma}\left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) - \frac{27 b \lambda'''}{8 A^3 B^3 ma} .\right)$$

Statuatur breuitatis gratia

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{b}{A^3 B^3 ma}\left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) - \frac{27 . b . \lambda'''}{8 A^3 B^3 ma}$$

vt ſit

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{\mu m \Lambda}} = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{b}{\mu m a \Lambda}}$$

quae expreſſio vt eo maior prodeat, quam caſu praecedente, efficiendum eſt, vt valor Λ quantum fieri poteſt infra vnitatem deprimatur, ad quod primo littera $\lambda = \lambda' = 1$ capiatur; pro duabus poſterioribus autem lentibus, quia vtrinque aequaliter conuexae eſſe debent, litterae λ'' et λ''' ita iam definiuntur, vt ſit

$$\lambda'' = 1 + 2 s . \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 \text{ et } \lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2$$

tantum igitur reſtant definiendae litterae A et B; quia propemodum eſt $P = 1$. At circa litteras A et B iam praeſcribitur, eſſe 1°. $\mathfrak{A} > 0$. et 2°. $AB < 0$ pariter ac $A\mathfrak{B} < 0$. ita, vt ſit $\frac{B}{\mathfrak{B}} > 0$ ſeu $1 + B > 0$. Quamobrem omnia illa membra pro Λ erunt poſitiua ita, vt eius valor ad nihilum redigi nequeat, ſed tantum ad minimum ſit reuocandus. Pro primo quidem termino is eo minor reddetur, quo maior capiatur $\mathfrak{A}$, quia autem tum A fit negatiuum, littera

B fiet positiua ideoque $\mathfrak{B} \lessgtr 1$, ex quo secundum membrum solum iterum fit maius vnitate. Simili modo si $\mathfrak{B}$ statuatur numerus magnus, fiet B negatiuum et A capi debebit positiuum; vnde $\mathfrak{A}$ fiet vnitate minus, ita, vt nunc primus terminus solus vnitatem sit superaturus. Deinde vero etiam inprimis cauendum est, ne productum illud negatiuum A B fiat nimis paruum, quoniam alioquin distantiae focales r et s quasi euanescerent, ex quo necesse est, vt formula $- A B$ non infra certum valorem deprimatur. Statuamus igitur $A B = - \vartheta$, ita, vt ϑ denotet limitem illum pro hoc producto obseruandum, qui cum vt quantitas constans spectari queat, dum litterae A et B pro variabilibus habentur, erit $\frac{dB}{B} = - \frac{dA}{A}$. His ergo notatis expressio litteram A definiens erit

$$\Lambda = \frac{1}{\mathfrak{A}^3} + \frac{v}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 \mathfrak{B}^3 P} - \frac{v}{A^3 B \mathfrak{B} P}$$
$$+ \frac{b}{\theta^3 . m a} \left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3v}{4} \right) + \frac{27 b \lambda'''}{8 \theta^3 m a}$$

in qua posteriora membra sunt constantia vnde ad minimum eius valorem inueniendum tantum opus erit priora membra differentiari vbi quidem $P = 1$. Hunc in finem notetur esse

$$\frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A}; \text{ et } \frac{1}{\mathfrak{B}} = 1 + \frac{1}{B}$$

hincque

$$\frac{d\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}^2} = \frac{dA}{A^2} \text{ et } \frac{d\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}^2} = \frac{dB}{B^2} = - \frac{dA}{AB}$$

ex

ex quo aequatio differentialis prodibit

$$0 = -\frac{3B}{\mathfrak{A}^2} + \frac{3B}{A^2\mathfrak{B}^3} - \frac{3}{A^2\mathfrak{B}^2}$$
$$-\nu\left(\frac{B}{A} + \frac{B}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{A^2\mathfrak{B}} + \frac{1}{A^2B}\right)$$

quae per B diuisa dat

$$0 = 3\left(\frac{1}{A^2\mathfrak{B}^3} - \frac{1}{\mathfrak{A}^2} - \frac{1}{A^2\mathfrak{B}^2 B}\right)$$
$$-\nu\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{2}{A^2\mathfrak{B}B} + \frac{1}{A^2B^2}\right)$$

atque hinc elisis litteris germanicis elicietur

$$0 = 3\cdot\left(\frac{1}{AB} - 1\right)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1}{AB}\right)$$
$$+\nu\left(\frac{1}{A^2B^2} + \frac{2}{A^2B} - \frac{2}{A} - 1\right)$$

quae ergo reducitur ad hos factores

$$0 = (3+\nu)\left(\frac{1}{AB} - 1\right)\left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1}{AB}\right)$$

ex qua cum ob $AB = -\vartheta$ secundus factor euanescere nequeat, factor tertius praebet

$$B = -\frac{1}{A+2} \text{ et } \mathfrak{B} = -\frac{1}{A+1};$$

siue etiam ambae litterae per ϑ sequenti modo definientur

$$B = \frac{\theta - 1}{2} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{\theta - 1}{\theta + 1}, \text{ deinde}$$
$$A = -\frac{2\theta}{\theta - 1} \text{ et } \mathfrak{A} = +\frac{2\theta}{\theta + 1}.$$

Ex his autem valoribus concludimus fore

$$A = \frac{(\theta+1)^3}{8\theta^3}\left(1 + \frac{1}{P}\right) - \frac{\nu(\theta^2 - 1)}{4\theta^2}\left(1 - \frac{1}{\theta P}\right)$$
$$+\frac{b}{\theta^3 ma}\left(\frac{\lambda''}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27 b\lambda'''}{8\theta^3 ma}$$

vbi

vbi ϑ plerumque erit numerus valde magnus vt etiam pro maioribus multiplicationibus diſtantia focalis s non fiat nimis exigua. Hinc igitur erit ſatis exacte $\Lambda = \frac{1}{4}(1 - \nu)$ et cum propemodum ſit $\nu = \frac{1}{5}$, erit $\Lambda = \frac{1}{5}$, ita vt tuto ſumi poſſit $\mu\,\Lambda = \frac{1}{5}$; vnde obtinebitur

$$x = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{5\,b}{ma}},$$

qui valor eum, quem in capite praecedente habuimus ſuperat in ratione $\sqrt[3]{5} : 1$ ſeu proxime vt $17 : 10$. Quare etiam claritas in eadem ratione hic maior obtinetur.

Coroll. I.

158. Per numerum igitur ϑ diſtantiae focales ſequenti modo exprimuntur:

$$p = \mathfrak{A}\,a = \frac{2\theta}{\theta + 1}\cdot a;\quad q = \frac{2\theta}{(\theta + 1)P}\cdot a;$$

$$r = 2\,\vartheta.\frac{b}{m} \text{ et } s = \frac{2}{3}\,\vartheta.\frac{b}{m};$$

ita, vt ſit proxime $q = p$ et exacte $s = \frac{1}{3}r$. tum vero lentium interualla

$$\mathrm{I}^{mum} = -\frac{2\theta}{\theta - 1}.\left(1 - \frac{1}{P}\right)a = \eta\,a \text{ ideoque}$$

$$P = \frac{2\theta}{2\theta + \eta(\theta - 1)} \text{ adeoque } P < 1.$$

$$\mathrm{II}^{dum} = \vartheta\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}\right)a = \frac{\theta a}{P} - \frac{\theta b}{m}.$$

$$\mathrm{III}^{tium} = \frac{4}{3}\,\vartheta.\frac{b}{m} = 2\,s.$$

Coroll.

Coroll. 2.

159. Quoniam interuallum binarum lentium sibi proximarum conuenientissime ex earum distantia focali definitur, ponamus esse $\eta a = \zeta p$ hinc definietur

$$P = \frac{(\theta+1)}{(\theta+1)+\zeta(\theta-1)}$$

quare cum sit ϑ numerus valde magnus, fiet $P = \frac{1}{1+\zeta}$; quare si capiatur $\zeta = \frac{1}{10}$ fiet $P = \frac{10}{11}$ qui valor ad praxin satis videtur accommodatus, cum hoc interuallum adhuc exiguam mutationem permittat. Quod ad campum visionis attinet, spatii in obiecto conspicui semidiameter erit

$$\zeta = \frac{2ab}{ma+b}. \xi = \frac{1}{2}. \frac{ab}{ma+b};$$

idem scilicet est, vti in problemate II^{do} cap. praecedentis atque etiam distantia oculi perinde hic determinatur.

Scholion.

En ergo iam insignem perfectionem eorum microscopiorum, quae in capite praecedente euoluimus, cum claritas hic inuenta iam notabiliter maior sit, quam ibi idque in ratione 12 : 7 et quia reuera claritas secundum rationem duplicatam sentitur; hic triplo maior est censenda. Quocirca in his microscopiis multiplicatio multo longius proferri poterit, quam in praecedentibus antequam obscuritas fiat intolerabilis. Hinc si velimus vt pro multiplicatione $m = 1000$

 distan-

diſtantia focalis lentis ocularis non minor fiat, quam $\frac{1}{4}$ dig. oportebit aſſumere $\vartheta = 47$, ita, vt ſumto $\vartheta = 50$ non ſit metuendum, vt lente oculari nimis exigua opus habeamus. Hunc igitur caſum in ſequenti exemplo euoluiſſe operae pretium videtur.

Exemplum.

Statuamus igitur $\vartheta = 50$ ſumtoque $b = 8$ dig. et, vt modo notauimus, $P = \frac{10}{11}$, pro data obiecti diſtantia $= a$ nanciſcimur ſequentes diſtantias focales

$$p = \frac{100}{51} a; \; q = \frac{110}{51} a; \; r = \frac{800}{m} \text{ dig. et } s = \frac{800}{3m} \text{ dig.}$$

Lentiumque interualla

$$I^{mum} = \frac{10}{49} . a; \; II^{dum} = 55\,a - \frac{400}{m} \text{ dig.}$$

$$\text{et } III^{tium} = \frac{1600}{3m} \text{ dig.}$$

et diſtantia oculi

$$= \frac{400}{3m} (1 + \frac{8}{ma}) \text{ dig.}$$

Quoniam porro eſt $\mathfrak{A} = \frac{100}{51}$ et $\mathfrak{B} = \frac{49}{51}$ ob $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ conſtructio lentium duarum priorum, ſi quidem ex vitro communi conficiantur, ita ſe habebit:

I. Pro lente prima erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = -\frac{p}{1,1896} = -0,84062\,p$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{3,0077} = 0,33248.\,p$$

II. Pro

II. Pro ſecunda lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,2482} = 4,0291.\, q$$

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,5699} = 0,6370.\, q$$

His notatis euoluamus valorem litterae Λ, qui erit $\Lambda = 0,221$; qui per $\mu = 0,9381$ multiplicatus dabit $\mu\Lambda = 0,2073$. qui ergo a ſupra aſſumto $\frac{1}{5}$ vix differt, hinc ergo colligimus pro apertura lentis obiectiuae

$$x = \frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{40}{ma}} = \frac{0,17099.\,a}{\sqrt[3]{ma}}$$

ex quo valore prodit menſura claritatis

$$= \frac{160}{ma}.\, x = \frac{27,2584}{m.\sqrt[3]{ma}}$$

denique pro campo viſionis erit $\zeta = \frac{4a}{ma+8}$ dig. ac ſi tandem in loco imaginis realis velimus diaphragma conſtituere, foraminis eius ſemidiameter debet eſſe

$$= \text{A B. C.}\,\zeta = \frac{133.\,a}{ma+8}\ \text{dig.}$$

vnde conficitur ſequens

Conſtructio huiusmodi microſcopiorum ex quatuor lentibus compoſitorum pro quauis multiplicatione.

160. Singulae hae lentes ex vitro communi, cuius refractio eſt $n = 1,55$ parentur et poſita ob-

 iecti

iecti diſtantia $= a$, quam iterum $= \frac{1}{2}$ dig. aſſumi licebit, erit

I. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis eſt $p = \frac{100}{51}. a$, erit radius faciei

anter. $= -1,6482. a$

poſter $= 0,6520. a$

eius aperturae ſemidiameter

$$x = \frac{0,17099}{\sqrt[3]{m a}}. a$$

et diſtantia ad lentem ſecundam

$= \frac{10}{49}. a = 0,2040. a.$

II. Pro lente ſecunda, cuius diſtantia focalis $q = \frac{110}{51}. a$ erit radius faciei

anter. $= 8,6926. a.$

poſter. $= 1,3739. a.$

cuius aperturae ſemidiameter aliquanto maior, quam praecedentis.

et diſtantia ad lentem tertiam

$= 55. a - \frac{400}{m}$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt

$r = \frac{800}{m}$ dig.

erit radius faciei vtriusque $= \frac{880}{m}$ dig.

Aper-

Aperturae ſemidiameter $= \frac{200}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem quartam

$$= \frac{1600}{3m} \text{ dig.} = \frac{533}{m} \text{ dig.}$$

IV. Pro lente quarta, cuius diſtantia focalis $= \frac{800}{3m}$ dig.
erit radius vtriusque faciei $= \frac{283}{m}$ dig.
eius aperturae ſemidiameter $= \frac{67}{m}$ dig.
et diſtantia ad oculum $= \frac{133}{m}$ dig.

V. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit

$$\zeta = \frac{4a}{ma+8} \text{ dig.}$$

et inſtrumenti longitudo $= 55,2040.\, a + \frac{267}{m}$ dig.
et menſura claritatis

$$= \frac{27,258}{m\sqrt[3]{ma}}$$

vbi obſeruandum eſt, vt ſupra §. . . . duas priores lentes pro omni multiplicatione, duas vero poſteriores pro qualibet obiecti diſtantia retineri poſſe, pro quibus eadem inſeruiet tabula, quam ibi adiecimus.

Scholion.

161. Eaedem formulae, quas hic inuenimus, etiam ad teleſcopia transferri poſſunt, vbi cum ſit $a = \infty$ et $b = a$, ne lentes in infinitum creſcant, debet

bet eſſe $\vartheta = 0$, ita tamen, vt ϑa fiat quantitas finita, ſcilicet cum ſit

$$p = \frac{2\theta}{\theta+1} . a, \text{ erit } \vartheta a = \frac{p}{2}$$

ſicque reliquae diſtantiae focales erunt

$$q = \frac{p}{P};\ r = \frac{p}{m} \text{ et } s = \frac{p}{3m};$$

deinde lentium interualla

$$I^{mum} = (1 - \tfrac{1}{P})p.$$
$$II^{dum} = \frac{p}{2P} - \frac{p}{2m};$$
$$III^{tium} = \frac{2p}{3m}.$$

Quod nunc ad litteram P attinet, formula ſupra data hic locum habebit

$$P = \frac{\theta+1}{\theta+1+\zeta(\theta-1)} \text{ quae hic dat } P = \frac{1}{1-\zeta};$$

quia autem hic de Teleſcopiis agitur, ſumi poterit $\zeta = \frac{1}{25}$, ita, vt ſit $P = \frac{25}{24}$; tum vero erit diſtantia oculi

$$O = \frac{s(m+1)}{2m} = \tfrac{1}{2} s(1 + \tfrac{1}{m})$$

ita, vt tota longitudo fiat

$$= p(1 - \frac{1}{2P} + \frac{1}{3m} + \frac{1}{6m^2})$$

ac porro ſemidiameter campi apparentis

$$\frac{\zeta}{a} = \Phi = \tfrac{1}{2} . \frac{1}{m+1} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Nunc etiam conſideretur aequatio poſtrema ex ſemidia-

diametro confusionis deducta, in qua membrum vinculis inclusum per $8\,\vartheta^3$ multiplicetur, factor vero communis per idem dividatur et habebitur

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{p^3}\left(1 + \frac{1}{P} - \frac{2\,\nu}{P} + \frac{1}{m}(\lambda'' - 6\,\nu) + \frac{27\,\lambda'''}{m}\right)$$

vbi cum pro vitro communi sit $\nu = 0,2326$ si statuatur $P = \frac{25}{24}$ et termini per m diuisi negligantur ob $\mu = 1$ proxime, fiet proxime

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3} \cdot \frac{3}{2} \text{ vnde colligitur } p = k x \sqrt[3]{\tfrac{3}{2} \cdot m}$$

vnde cum claritatis gradus y dari soleat vt sit $x = m y$; tum vero assumatur $k y = 1$. siquidem statuatur $y = \frac{1}{50}$ dig. et $k = 50$, vti supra est factum, habebitur

$$p = m \sqrt[3]{\tfrac{3}{2}\, m}.\ \text{dig. siue } p = \tfrac{8}{7}\, m. \sqrt[3]{m}.$$

Cognito autem P erit $q = \frac{24}{25} . p$. Sumsimus autem hic $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$ et cum sit $\mathfrak{A} = 0$ et $\mathfrak{B} = -1$ constructio harum lentium pro vitro communi, vbi $n = 1,55$, erit

I. Pro lente prima radius faciei
anter. $= \frac{p}{\sigma} = 0,6145 . p$
poster. $\frac{p}{\varrho} = 5,2438 . p.$

II. Pro lente secunda autem erit radius faciei
anter. $= \frac{q}{\sigma + (\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0641} = 0,3264 . q$
poster. $= \frac{q}{\varrho - (\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2460} = -0,8026 . q$

hinc

hinc ergo obtinetur ſequens

Conſtructio Teleſcopii aſtronomici ex quatuor lentibus compoſiti pro vitro communi $n = 1,55$.

162. Singula momenta pro conſtructione pro more recepto ita in ordinem rediguntur; ſcilicet propoſita multiplicatione m definiatur inde

$$p = \tfrac{8}{7}m.\sqrt[3]{m}.$$

I. Pro prima lente, cuius diſtantia focalis $= p$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter} = 0,6145.p \\ \text{poſter.} = 5,2438.p \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{m}{50}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſequentem erit

$$= \tfrac{1}{25}.p = 0,04p.$$

II. Pro lente ſecunda, cuius diſtantia focalis eſt $\frac{24}{85}.p$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,3134.p \\ \text{poſter.} = -0,7705.p. \end{cases}$

apertura non definitur, dummodo ſit maior praecedente et diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{12}{85}p - \frac{p}{2m}$.

III. Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{p}{m}$ erit

radius

radius vtriusque faciei $= 1, 1. \frac{p}{m}$
eius aperturae femidiameter $= \frac{p}{4m}$
et diftantia ad lentem quartam $= \frac{2p}{3m}$.

IV. Pro quarta lente, cuius diftantia focalis $= \frac{p}{3m}$ erit
radius vtriusque faciei $= 1, 1. \frac{p}{3m}$
eius aperturae femidiameter $= \frac{p}{12.m}$
et diftantia ad oculum $O = \frac{p}{6m}(1 + \frac{1}{m})$.

V. Tota ergo longitudo erit
$$= p\left(\frac{13}{25} + \frac{1}{3m} + \frac{1}{6m^2}\right)$$
et femidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{1718}{m+1}$ min.

VI. Si in loco imaginis realis, quae inter binas pofteriores lentes medium interiacet, diaphragma fit conftituendum, eius foraminis radius erit
$$= A\,B\,C.\,\zeta = \frac{p}{6(m+1)}.$$

Problema 2.

165. Iisdem quaternis lentibus retentis microfcopium conficere, quod ad omnes multipicationes producendas fit accommodatum.

Solutio.

Sint harum lentium diſtantiae focales p, q, r et s, quae vti ex problemate praecedente perſpicitur, ita debent eſſe comparatae, vt ſit primo $s = \frac{1}{3} r$; tum vero $q = \frac{11}{10} p$; deinde etiam recordandum eſt, ambas poſteriores lentes vtrinque eſſe debere aeque conuexas, de figura vero priorum mox videbimus. Formulas ergo ſupra inuentas conſiderando erit

1°. $\vartheta = \frac{mr}{2b}$; vnde cum ſit $p = \frac{2\theta}{\theta + 1} \cdot a$

hinc colligemus

$$a = \frac{\theta + 1}{2\theta} \cdot p. = \frac{(mr + 2b)}{2mr} p;$$

quae ergo etiam a multiplicatione pendet, ita, vt pro qualibet multiplicatione diſtantiam obiecti variari oporteat;

2°. lentium interualla ita ſe habebunt:

$I^{mum} = \frac{1}{10} p.$

$II^{dum} = \frac{11.mr + 18.b}{40.b} \cdot p - \frac{1}{2} r.$

ob $P = \frac{10(mr + 2b)}{11.mr + 18.b}$ ſeu

II^{dum} interuallum $= \frac{11.mrp}{40.b} + \frac{9}{20} p - \frac{1}{2} r.$

$III^{tium} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} r = \frac{2}{3} r.$

atque diſtantia oculi

$$O = s\left(\frac{1}{2} + \frac{br}{(mr + 2b)p}\right)$$

ſeu

ſeu O proxime $= \frac{1}{2} s$. ſicque pro varia multiplicatione tantum ſecundum interuallum fiet mutabile.

Porro vero erit ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{(mr + 2b)bp}{m(mr + 2b)p + 2mbr}$$

vnde ſi m ſit numerus praemagnus, fiet $\zeta = \frac{b}{2m}$. Vt nunc figuram duarum priorum lentium definiamus, pro quibus ſupra ſumſimus $\lambda = 1$ et $\lambda' = 1$; perpendere oportet litteras

$$\mathfrak{A} = \frac{2mr}{mr + 2b} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{mr - 2b}{mr + 2b}.$$

Quia autem earum figura pro varia multiplicatione mutari non poteſt atque pro rei natura ſufficit figuram tantum proxime definiuiſſe, conſideremus m vt numerum praemagnum ſumamusque $\mathfrak{A} = 2$ et $\mathfrak{B} = 1$. Poſſumus etiam ſuperioribus valoribus vti, vbi erat $\vartheta = 50$, quippe qui valor certe multiplicationi magnae reſpondet; facile enim intelligitur tum eandem figuram tam maioribus, quam minoribus multiplicationibus ſatis exacte conuenire; quare ſi vitrum commune adhibeamus habebitur

pro lente prima

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,8406.p \\ \text{poſter.} = 0,3325.p \end{cases}$

et pro lente ſecunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,0291.q \\ \text{poſter.} = 0,6370.q \end{cases}$

 Deni-

Denique pro apertura primae lentis inuenimus eius semidiametrum

$$x = \frac{0,171.\, a}{\sqrt[3]{m\, a}}$$

indeque mensuram claritatis nacti sumus

$$= \frac{27,258}{m \sqrt[3]{m\, a}}$$

existente $a = \frac{mr + 2b}{2mr} .\, p. = \frac{1}{2} p$ proxime.

Exemplum.

166. 1) Sumamus pro harum lentium distantiis focalibus

$p = 1$. dig. $q = \frac{11}{10}$ dig. $r = 1$. dig. et $s = \frac{1}{3}$ dig.
quippe qui valores ad praxin maxime idonei videntur, ac si hae lentes ex vitro communi parentur, earum figura ita determinetur vt sit

2) I. Pro lente prima radius faciei
anter. $= -0,84$. dig.
poster. $= 0,33$. dig.

II. Pro secunda lente radius faciei
anter. $= 4,43$ dig.
poster. $= 0,70$ dig.

III. Pro tertia lente
radius faciei vtriusque $= 1,1$. dig.

IV. Pro

IV. Pro quarta lente

radius faciei vtriusque $= \frac{11}{30}$ dig.

3) quibus lentibus paratis prima et ſecunda ad interuallum $= \frac{1}{16}$ dig. firmentur, tertia vero et quarta ad interuallum $= \frac{2}{3}$ dig. ita tamen, vt pro indole oculi quarta lens tantillum mutari poſſit; ambo autem paria eiusmodi tubis inſerantur, qui pro lubitu ad maius minusue ſpatium diduci queant, quemadmodum multiplicatio poſtulat, ſiquidem interuallum inter ſecundam & tertiam lentem eſſe debet $(\frac{11.m}{320} - \frac{1}{20})$ dig.

4) Simili modo etiam diſtantia obiecti aliquantum erit variabilis & pro qualibet multiplicatione eſſe debet

$$a = \frac{m+16}{2m}. \text{ dig.} = (\tfrac{1}{2} + \tfrac{8}{m}) \text{ dig.}$$

Deinde vero locus oculi vt conſtans ſpectari poteſt, ita, vt ſit eius diſtantia $O = \frac{1}{6}$ dig.

5) Tertiae et quartae lenti tanta datur apertura, quantae ſunt capaces.

6) Primae autem lentis apertura maxime a multiplicatione pendet, cum ſit eius ſemidiameter

$$x = \frac{0,085}{\sqrt[3]{\frac{1}{2}m}};$$

vnde menſura claritatis prodit

$$\frac{27,26}{m\sqrt[3]{\frac{1}{2}m}}$$

 7) Cir-

7) Circa hoc microſcopium haud abs re fore arbitror, ſi pro aliquot praecipuis multiplicationibus valores momentorum variabilium, quae ſunt 1°. diſtantia obiecti $= a$; 2°. interuallum lentium ſecundae et tertiae, quod indicemus littera L. 3°. Semidiameter aperturae primae lentis x et 4°. menſura claritatis $= 20.y$, adiunxerimus; quem in finem ſequens tabella eſt adiecta:

m.	*a.*	*L.*	*x.*	*claritas.*
50	0,668	1,668	0,0291	0,1862
100	0,580	3,387	0,0231	0,0739
200	0,540	6,825	0,0183	0,0293
300	0,527	10,362	0,0160	0,0170
400	0,520	13,700	0,0145	0,0116
500	0,516	17,137	0,0135	0,0086
600	0,513	20,575	0,0127	0,0067
700	0,511	24,012	0,0120	0,0056
800	0,510	27,450	0,0115	0,0046
900	0,509	30,887	0,0110	0,0037
1000	0,508	34,325	0,0085	0,0027

Problema 3.

167. Loco lentis obiectiuae eiusmodi tres lentes conuexas proxime ſibi iunctas ſubſtituere, vt binis reliquis lentibus ſecundum praecepta in capite ſuperiore data conſtitutis maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Solutio.

Cum hic quinque lentes ſint conſiderandae et imago realis in quartum ſeu vltimum interuallum incidat, litterae P, Q, R erunt poſitiuae, ſequens vero S ponatur $= -k$ ita, vt ſit $PQRk = \frac{ma}{b}$. Hinc diſtantiae focales ſingularum lentium ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A}a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P};\; r = \frac{A.B.\mathfrak{C}.a}{PQ};$$

$$s = -\frac{ABC.\mathfrak{D}.a}{PQR} \text{ et } t = -ABCD.\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium ita ſe habebunt:

I. et II. $= Aa(1 - \frac{1}{P})$;

II. et III. $= -\frac{AB}{P}.a(1 - \frac{1}{Q})$;

III. et IV. $= \frac{ABC}{PQ}.a(1 - \frac{1}{R})$;

IV. et V. $= -\frac{ABCD.a}{PQR}(1 + \frac{1}{k})$;

quorum cum duo priora ſint valde parua, litterae P et Q quam minime ab vnitate recedere debent; quamobrem in expreſſione campi litterae $\mathfrak{q}$ et $\mathfrak{r}$ pro nihilo erunt habendae; poſteriores vero $\mathfrak{s}$ et $\mathfrak{t}$ vnitati aequales ſumuntur, ſiquidem binae poſtremae lentes vtrinque fiant aeque conuexae. Hinc ergo ſpatii in obiecto conſpicui fiet ſemidiameter $\zeta = \frac{2ab}{ma+b}.\xi$; at vero littera $M = \frac{2b}{ma+b}$, ex qua diſtantia oculi fit

$$O = \frac{t}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{1}{2}t(1 + \frac{b}{ma}) \text{ ſeu proxime } = \frac{1}{2}t.$$

Aequa-

Aequationum porro fundamentalium prima et fecunda omitti poffunt, quia ob litteras P et Q proxime $= 1$, litterae q et r fponte fiunt minimae; tertia vero dabit

$$-\mathfrak{D}\,\delta = (PQR - 1)\,M = -\mathfrak{D} = \frac{2(ma - bk)}{k(ma + b)},$$

vnde pro maioribus multiplicationibus fit $\mathfrak{D} = -\frac{2}{k}$; ex aequatione autem pro margine colorato, quae hoc cafu erit, $\frac{1}{PQR} - \frac{1}{PQRk} = 0$ colligimus, vt ante, $k = 1$ ita, vt fit $\mathfrak{D} = -2$; hincque $D = -\frac{2}{3}$; quibus inventis diftantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.\,a;\ r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}.\,a;$$

$$s = +2\,ABC.\frac{b}{m} \text{ et } t = +\tfrac{2}{3}.\,ABC.\frac{b}{m} = \tfrac{1}{3}\,s.$$

vnde fequitur

$$\mathfrak{A} > 0;\ A\mathfrak{B} < 0;\ AB\mathfrak{C} > 0 \text{ et } ABC > 0;$$

et interualla lentium

$$\text{I.} = A\,a\left(1 - \tfrac{1}{P}\right);$$

$$\text{II.} = -\frac{AB}{P}.\,a\left(1 - \tfrac{1}{Q}\right);$$

$$\text{III.} = \frac{ABC}{PQ}\,a\left(1 - \tfrac{1}{R}\right);$$

$$\text{IV.} = \tfrac{4}{3}.\,ABC.\frac{b}{m} = 2\,t.$$

Denique pro apertura primae lentis feu littera x definienda habetur ifta aequatio:

$\frac{1}{k^3} =$

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left\{\begin{array}{l}\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)\\ + \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)\\ + \frac{b}{8 A^3 B^3 C^3 . ma}(\lambda''' - 6\nu)\\ + \frac{27 . b . \lambda''''}{8 A^3 B^3 C^3 . ma})\end{array}\right.$$

in qua expreſſione numeri λ''' et λ'''' inde dantur, quod hae lentes debent eſſe vtrinque aeque conuexae; priores vero λ, λ' et λ'' habent coefficientes poſitiuos quia $A\mathfrak{B} < o$, quum ex hypotheſi omnes lentes ſunt conuexae. Quare cum totum negotium nunc eo redeat, vt huic expreſſioni valor minimus concilietur, primo his litteris λ, λ', λ'' tribuatur valor minimus, qui eſt vnitas; deinde vero litterae A B C ita definiri debent, vt haec expreſſio minimum adipiſcatur valorem; quem in finem ante omnia notari conuenit, ne binae vltimae lentes pro maioribus multiplicationibus nimis fiant exiguae, quantitatem A B C ſemper certum limitem ſuperare debere; quare cum ea poſitiua eſſe debeat, ſtatuamus $ABC = \vartheta$, ita, vt ϑ tanquam numerus datus ſpectari poſſit; ex quo bina vltima membra per ſe determinantur; reſtant igitur tantum tria membra priora, quibus quomodo minimus valor induci queat eſt inueſtigandum, vbi quidem pro litteris P et Q vnitatem ſcribere licebit. Cum autem iam ſupra huiusmodi inueſtigationes ſaepius expediuerimus, inde concludere poſſumus, a ſcopo nos minime eſſe aberraturos, ſi has tres formulas $\mathfrak{A}$, $-A\mathfrak{B}$,

 et

et A B 𝔈 inter ſe reddamus aequales, ita, vt diſtantiae focales p, q, r eatenus tantum a ratione aequalitatis recedant, quatenus litterae P et Q ab vnitate diſcrepant. Aequalitas autem primae et ſecundae harum expreſſionum dat

$$\mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1 \text{ ſeu } \mathfrak{B} = -\frac{1}{A+1};$$

vnde fit

$$B = \frac{\mathfrak{A} - 1}{2 - \mathfrak{A}} = -\frac{1}{2 + A}.$$

Aequalitas autem ſecundae et tertiae dabit

$$\mathfrak{C} = -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 = -\frac{1}{B+1};$$

quamobrem habebimus

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{A} - 2 = -\frac{A-2}{A+1} \text{ hincque } C = -\frac{A-2}{2A+3};$$

at vero debet eſſe $A\,B\,C = \vartheta$; vnde omnes hae litterae per ϑ ſequenti modo exprimentur

$$A = \frac{3\theta}{1-2\theta};\ B = -\frac{(1-2\theta)}{2-\theta} \text{ et } C = -\frac{(2-\theta)}{3};$$

atque hinc porro

$$\mathfrak{A} = \frac{3\theta}{1+\theta};\ \mathfrak{B} = -\frac{(1-2\theta)}{1+\theta} \text{ et } \mathfrak{C} = -\frac{(2-\theta)}{1+\theta};$$

quibus valoribus adhibitis aequatio noſtra vltima induet hanc formam:

$$\frac{z}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b}\left\{\begin{array}{l} \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3} + \frac{\nu.(1-2\theta)(1+\theta)}{9\theta^2} \\ + \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3 P}\left(1 - \frac{\nu.(1-2\theta)(2-\theta)}{(1+\theta)^2}\right) \\ + \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3.PQ}\left(1 - \frac{\nu.\tau.(2-\theta)}{(1+\theta)^2}\right) \\ + \frac{b}{6\theta^3 ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27.b.\lambda''''}{8\theta^3.ma} \end{array}\right.$$

Statua-

Statuamus nunc breuitatis gratia expreſſionem vncinulis incluſam =

$$A = \frac{(1+\theta)^3}{27\theta^3}\left(1 + \frac{1}{P} + \frac{1}{PQ}\right)$$
$$- \frac{\nu(1+\theta)}{27\theta^3}\left(3\,\vartheta(2\,\vartheta - 1) + \frac{(2\theta-1)(\theta-2)}{P} + \frac{3(2-\theta)}{PQ}\right)$$
$$+ \frac{b}{8\theta^3 ma}(\lambda''' - 6\,\nu) + \frac{27.b.\lambda''''}{8\theta^3.ma};$$

quae formula ſi ϑ fuerit numerus praemagnus et litterae P et Q vnitati aequales reputentur, praebet $A = \frac{3 - 8\nu}{27}$ qui valor vtique multo minor eſt, quam ſi lens obiectiua eſſet vel ſimplex vel etiam duplicata; vnde etiam x maiorem valorem ſortietur, qui erit

$$x = \frac{1}{k}\sqrt[3]{\frac{a^2 b}{\mu m A}}$$

et dabit ſemidiametrum aperturae lentis obiectiuae, dummodo is non fuerit maior, quam figura lentis permittit. Inuento autem x erit $y\ \frac{b}{ma}.x.$ et menſura claritatis $= \frac{20.b}{ma}.x.$

Coroll. I.

168. Hae formulae aeque patent ad teleſcopia atque ad microſcopia, hoc tantum diſcrimine intercedente, quod pro teleſcopiis, vbi $a = \infty$ et $b = a$, ſit ϑ infinite paruum; pro microſcopiis autem ϑ fiat numerus praemagnus.

Coroll. 2.

169. Pro microscopiis igitur erit proxime

$$\mathfrak{A} = 3;\ A = -\tfrac{1}{2};\ \mathfrak{B} = 2;\ B = -2;$$

$$\mathfrak{C} = 1, \text{ et } C = \infty;$$

seu numerus praemagnus; tum vero

$$A = \tfrac{1}{27}\left(1 + \tfrac{1}{P} + \tfrac{1}{PQ}\right) - \tfrac{\nu}{27}\left(6 + \tfrac{2}{P}\right).$$

Coroll. 3.

170. At si numeri huius praemagni θ rationem quoque habere velimus, habebimus adhuc propius

$$\mathfrak{A} = 3 - \tfrac{3}{\theta};\ A = -\tfrac{3}{2} - \tfrac{3}{4\theta};$$

$$\mathfrak{B} = 2 - \tfrac{3}{\theta};\ B = -2 - \tfrac{3}{\theta};$$

$$\mathfrak{C} = 1 - \tfrac{3}{\theta};\ C = \tfrac{\theta}{3} - 1;$$

tum vero etiam adcuratius erit

$$A = \tfrac{1}{27}\left(1 + \tfrac{1}{P} + \tfrac{1}{PQ}\right) + \tfrac{1}{9\theta}\left(1 + \tfrac{1}{P} + \tfrac{1}{PQ}\right)$$

$$- \tfrac{\nu}{27}\left(6 + \tfrac{2}{P}\right) - \tfrac{\nu}{9\theta}\left(1 - \tfrac{1}{P} - \tfrac{1}{PQ}\right).$$

Coroll. 4.

171. Quod nunc ad interualla lentium priorum attinet, si sumamus vtrumque eorum esse debere $= \zeta p = \zeta \mathfrak{A} a$ valoribus prioribus proxime veris adhibendis reperiemus

P =

$$P = \frac{1}{1+2\zeta} \text{ et } Q = \frac{1}{1+P\zeta} = \frac{1+2\zeta}{1+3\zeta};$$

vnde si statuamus

$$\zeta = \frac{1}{10}, \text{ erit } P = \frac{5}{6} \text{ et } Q = \frac{12}{13};$$

hincque

$$PQ = \frac{10}{13} \text{ et } \Lambda = \frac{7}{54} - \frac{14\nu}{45} + \frac{7}{18\theta} + \frac{\nu}{6\theta}.$$

Coroll. 5.

172. Cum autem valor ν a ratione vitri pendeat, notetur pro vitro coronario, quo est $n = 1,53$ esse propemodum $\nu = \frac{1}{3}$ et pro vitro chrystallino, quo $n = 1,58$, esse $\nu = \frac{1}{4}$ hinc ergo colligitur pro vitro coronario fore

$$\Lambda = \frac{91}{1350} + \frac{19}{25\theta}.$$

Pro vitro autem chrystallino erit

$$\Lambda = \frac{7}{135} + \frac{31}{72\theta};$$

ex quo perspicitur, plurimum praestare, si tres priores lentes ex vitro chrystallino parentur.

Scholion.

173. Quod nunc ad lentium constructionem attinet, quia pro tribus prioribus numeri λ, λ' et λ'' vnitati aequales sunt positi, vt scilicet singulae minimam confusionem producant, sufficiet litteris $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ valores proximos tribuisse, ita, vt tuto capere liceat $\mathfrak{A} = 3$, $\mathfrak{B} = 2$ et $\mathfrak{C} = 1$; vnde secundum praecepta

 gene-

generalia fingulae hae lentes pro diftantiis focalibus datis p, q, r conftrui poterunt, vbi notaffe iuuabit, effe

$$q = \frac{p}{P} = \frac{6}{5}p \text{ et } r = \frac{p}{PQ} = \frac{13}{10}.p;$$

licebit enim nunc diftantiam focalem p tanquam cognitam fpectare ex eaque diftantiam obiecti definire, quae erit

$$a = \frac{1+\theta}{3\theta}.p = \frac{1}{3}p\left(1 + \frac{1}{\theta}\right)$$

tum vero littera ϑ commodiffime definitur ex lente quarta, cuius diftantia focalis s fi itidem vt cognita fpectetur, erit $\vartheta = \frac{ms}{2b}$; ita, vt nunc habeatur

$$a = \frac{1}{3}p\left(1 + \frac{2b}{ms}\right).$$

Tum vero erit $t = \frac{1}{3}s$ et interuallum vltimum $= \frac{2}{3}s$. dum duo priora interualla funt per hypothefin $= \frac{1}{10}.p$. Tertium vero interuallum maxime a multiplicatione pendebit erit enim id

$$= \vartheta a\left(\frac{13}{10} - \frac{b}{ma}\right) = \frac{13msa}{20b} - \frac{1}{2}s$$

$$= \frac{13m.ps}{60b.} + \frac{13}{30}p - \frac{1}{2}s,$$

ex quo patet, quo maior multiplicatio defideretur, eo magis inftrumentum elongari debere; tum vero etiam apertura primae lentis inprimis a multiplicatione pendet; ex formula enim fupra inuenta cum fit proxime

$$\mu = 1,\ a = \frac{1}{3}p \text{ et } \Lambda = \frac{71}{135}$$

pro

pro vitro chryſtallino, ſi vt ſupra fecimus ſumamus $k = 20$, obtinebimus

$$x = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\frac{15 p^2}{7 \cdot m}} \text{ dig.} = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\frac{135 \cdot a^2}{7 \cdot m}} \text{ dig.}$$

quare ſi vt ſupra diſtantiam obiecti circiter dimidii digiti ſtatuamus vt ſit $p = \frac{3}{2}$ dig. fiet

$$x = \tfrac{1}{10} \sqrt[3]{\frac{135}{28 \cdot m}} \text{ dig.}$$

$$= \frac{0,1689}{\sqrt[3]{m}} \text{ dig.}$$

Porro autem pro claritate erit

$$y = \frac{8}{10m} \sqrt[3]{\frac{135}{7ma}}$$

et menſura claritatis

$$= \frac{16}{m} \cdot \sqrt[3]{\frac{135}{7ma}} \text{ et caſu } a = \tfrac{1}{2} \text{ dig.}$$

$$\text{erit ea } = \frac{54,048}{m \sqrt[3]{m}}.$$

Ex his igitur ſtatim poterimus eiusmodi microſcopium conficere, quod retentis iisdem lentibus ad omnes multiplicationes producendas ſit accommodatum; vtamur autem, vt hactenus, vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$, ita, vt valorem ipſius x aliquantillum imminui conueniat, vti cuique lubuerit, ac tum pro lente prima, cuius diſtantia focalis $= p$ et $\mathfrak{A} = 3$,

erit

erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{\sigma - 3(\sigma - \varrho)} = -\frac{p}{2,6827} = -0,3728.p$

poſter. $= \frac{p}{\varrho + 3(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{4,5008} = 0,2222.p$

quae ergo aperturam admittit, cuius ſemidiameter erit circiter $x = 0,055.p = \frac{1}{18}p$.

Pro ſecunda autem lente, cuius diſtantia focalis $q = \frac{6}{5}p$ erit radius faciei (ob $\mathfrak{B} = 2$)

anter. $= \frac{q}{\sigma - 2(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2460} = -0,8026\,q$

poſter. $= \frac{q}{\varrho + 2(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0641} = 0,3264\,q.$

Pro lente autem tertia, cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{13}{10}.p$ erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\varrho} = 5,2438.r$

poſter. $= \frac{r}{\sigma} = 0,6145.r$

Videtur autem hic commode ſumi poſſe $p = 1\frac{1}{2}$ dig. vt fiat circiter $a = \frac{1}{2}$ dig. tum vero $s = 1$ dig. vt fiat $t = \frac{1}{5}$ dig. vnde orietur ſequens

Conſtructio microſcopii ex quinque lentibus compoſiti ad omnes multiplicationes idonei.

174. Si omnes lentes ex vitro communi pro quo eſt $n = 1,55$ parentur, habebitur

I. Pro lente prima, cuius diſtantia focalis eſt $p = 1\frac{1}{2}$ dig.

radius

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,5592. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,3333. \text{ dig.} \end{cases}$

cuius femidiameter aperturae poffet effe $x = 0,0833$. dig. verum ob multiplicationem datam $= m$ fumi conueniet

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[3]{m}} \text{ dig.}$$

et diftantia ad lentem fecundam $= 0,15$ dig.

II. Pro lente fecunda, cuius diftantia focalis eft $q = \frac{8}{15}$ dig. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,4447. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,5875. \text{ dig.} \end{cases}$

apertura modo maior fit praecedente diftantia ad lentem tertiam $= 0,15$ dig.

III. Pro lente tertia, cuius diftantia focalis eft $r = \frac{39}{20}$ dig. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 10,2255. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 1,1983. \text{ dig.} \end{cases}$

de apertura idem tenendum, quod ante et diftantia ad lentem quartam erit

$$= \left(\frac{13.m}{320} + \frac{3}{20}\right) \text{ dig.}$$

IV. Pro quarta lente, cuius diftantia focalis eft $s = 1$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= 1,1$ dig.

aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}$ dig.

et diſtantia ad lentem quintam

$= \frac{2}{3}$ dig. $= 0, 67$. dig.

V. Pro quinta lente, cuius diſtantia focalis $= \frac{1}{3}$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= 0, 37$. dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{12}$ dig.

et diſtantia oculi $= \frac{1}{6}$ dig. $= 0, 17$ dig.

VI. Semidiameter ſpatii in obiecto conſpicui erit $\zeta = \frac{1}{2} \frac{ab}{ma + b}$ exiſtente diſtantia obiecti

$a = \frac{1}{3} p (1 + \frac{2b}{ms}) = \frac{1}{2} (1 + \frac{8}{m})$ dig.

VII. Cum ſit ſemidiameter aperturae lentis obiectiuae

$$x = \frac{0, 15}{\sqrt[3]{m}} \text{ dig.}$$

fiet hinc

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{2, 40}{m \sqrt[3]{m}};$$

et menſura claritatis

$$= \frac{48}{m \sqrt[3]{m}};$$

ita, vt ſi fuerit $m = 512$, menſura claritatis futura ſit $= \frac{3}{256} = \frac{1}{85}$, quae adhuc 34 vicibus maior eſt, quam claritas Lunae plenae.

VIII.

VIII. Subiungamus adhuc tabellam, in qua pro praecipuis multiplicationibus m exhibeantur

1°. diſtantia obiecti a lente obiectiua

$a = \frac{1}{2}(1 + \frac{8}{m})$ dig.

2°. interuallum lentium tertiae et quartae, quod ſit

$= l = (\frac{15.m}{320} + \frac{5}{20})$ dig.

3°. ſemidiameter aperturae lentis obiectiuae

$$x = \frac{0,15}{\sqrt[3]{m}}. \text{ et}$$

4°. claritas $= \dfrac{48}{m\sqrt[3]{m}}$.

m.	a.	l.	x.	*claritas*.
50	0,580	2,181	0,041	0,262
100	0,540	4,212	0,033	0,106
200	0,520	8,274	0,026	0,044
300	0,513	12,236	0,022	0,023
400	0,510	16,398	0,020	0,016
500	0,508	20,460	0,019	0,012
600	0,507	24,522	0,018	0,009
700	0 506	28,584	0,017	0,008
800	0,505	32,646	0,016	0,006
900	0,504½	36,708	0,016	0,005
1000	0,504	40,770	0,015	0,005

Scholion.

175. Cum formulae noſtrae inuentae aeque ad teleſcopia, ac microſcopia pateant, dum illo caſu ponitur $\vartheta = 0$ hoc vero $\vartheta =$ numero praemagno, operae pretium videtur adcuratius inueſtigare, cuiusmodi inſtrumenta ſint proditura, et ad quemnam vſum futura ſint accommodata, ſi litterae ϑ valor mediocris veluti 1 vel 2 tribuatur; hunc in finem ſumamus $\vartheta = 2$, vt ſit

$$s = \frac{4b}{m} \text{ et } t = \frac{4b}{3m} \text{ hincque } m = \frac{4b}{s}$$

tum vero ſequentes habebuntur valores:

$$\mathfrak{A} = 2;\ \mathfrak{B} = 1;\ \mathfrak{C} = 0.$$

ideoque

$$A = -2;\ B = \infty \text{ et } C = 0,$$

ita, tamen vt ſit

$$BC = -1 \text{ et } B\mathfrak{C} = -1.$$

ex quibus valoribus diſtantiae focales lentium priorum erunt

$$p = 2a;\ q = \frac{2a}{P};\ r = \frac{2a}{PQ};$$

et interualla

$$I^{mum} = -2a\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$II^{dum} = \infty\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

$$III^{tium} = \frac{2a}{PQ}\left(1 - \frac{1}{R}\right) = 2a\left(\frac{1}{PQ} - \frac{b}{ma}\right) \text{ et}$$

$$IV^{tum} = \frac{8b}{3m};$$

manen-

manente diſtantia oculi $O = \frac{1}{2} t$. Vt iam fiat primum interuallum $= \frac{1}{10} \cdot p$, ſumi debebit $P = \frac{10}{11}$ at Q ſemper debet eſſe $= 1$, quantumuis ſecundum interuallum accipiatur; conueniet autem primo aequale ſumi, ita, vt ſit $q = \frac{11}{5} . a$ et $r = \frac{11}{5} . a$ tertiumque interuallum $= 2 a (\frac{11}{10} - \frac{b}{ma})$ deinde vt ante erit

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab}{ma + b}.$$

Verum nunc obtinebimus

$$\Lambda = \frac{2}{5} - \frac{\nu}{4} + \frac{b}{64 . ma} (\lambda''' - 6 . \nu) + \frac{27 . b . \lambda''''}{64 . ma.}$$

qui valor pro caſu $\nu = \frac{1}{5}$ foret $\Lambda = \frac{7}{20}$ at pro caſu $\nu = \frac{1}{4}$ foret $\Lambda = \frac{27}{80}$ ſeu vtroque caſu proxime $\Lambda = \frac{1}{3}$ hinc ergo colligimus

$$x = \frac{1}{k} \sqrt[3]{\frac{3 a^2 b}{\mu m}}. \text{ ſeu}$$

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{3 a^2 b}{m}};$$

indeque porro

$$y = \frac{b}{20 m} \sqrt[3]{\frac{3 b}{ma}} \text{ et menſura claritatis } = b . \sqrt[3]{\frac{3 b}{ma}}.$$

His notatis, quae ad inſtrumenti conſtructionem pertinent, ſequentia obſeruentur

1°. Si caperetur $y = 1.$ dig. foret $m = 4 b.$ dig. ſeu $\frac{b}{m} = \frac{1}{4}$ dig. quem valorem ita interpretari oportet, quod inſtrumentum nobis obiecta m vicibus maiora repraeſentet, quam ſi ea in diſtantia b ſpectaremus vnde patet, obiecta nobis in eadem magnitudine re-

praesentari, quam si ea nudis oculis spectaremus in distantia $= \frac{h}{m}$, ex quo perspicuum est, instrumentum, de quo hic agitur, nobis obiecta eadem magnitudine esse repraesentaturum, quam si ea cerneremus in distantia $= \frac{1}{4}$ dig. sublata scilicet summa confusione, qua obiecta tam vicina nos adficerent.

2°. Si distantiam focalem s maiorem vel minorem vno digito assumeremus, multiplicatio etiam fieret vel minor vel maior; praxis autem minorem valorem pro s vix admittit, propterea quod $t = \frac{1}{3} s$; minorem vero multiplicationem nemo magnopere desiderabit; vnde iste valor $s = 1$ dig. nostro scopo maxime accommodatus videtur.

3°. Huiusmodi ergo instrumentum tum vsum praestare poterit, quando obiecta ita spectare optamus, quasi ea in distantia $= \frac{1}{4}$ dig. intueremur, vel, quod eodem redit, 32 vicibus maiora, quam si ea in distantia octo digitorum aspiceremus, sicque hoc instrumentum idem praestabit, quod microscopium tricies et bis multiplicans.

4°. Quia autem in microscopiis distantia obiecti admodum parua sumi solet, hoc instrumentum tum potissimum vsurpari poterit, quando ad obiecta non pro lubitu appropinquare licet, quamobrem, si distantia obiecti a aliquanto maior fuerit, quam in microsco-

crofcopiis admitti folet, videamus, quomodo noftrum inftrumentum tum futurum fit comparatum; ftatuamus igitur praeterea $a = 1$. ped. $= 12$. dig. manente $s = 1$ dig. et diftantiae focales lentium hoc modo determinabuntur

$p = 24$. dig. $q = 26, 4$ dig.

$r = 26, 4$ dig. $s = 1$ dig. et $t = \frac{1}{4}$ dig.

Deinde vero interualla

$I^{mum} = 2, 4$ dig.; $II^{dum} = 2, 4$ dig.

$III^{tium} = 25, 9$ dig. $IV^{tum} = 0, 67$ dig.

Aperturae vero primae lentis femidiameter nunc erit

$$x = \frac{1}{20} \sqrt[3]{\frac{3.144}{4}}. \text{ dig.} = \frac{1}{20}. \sqrt[3]{108} = 0, 237. \text{ dig.}$$

hincque menfura claritatis $= 0, 128$ ficque ipfa claritas 65 vicibus minor erit, quam fi idem obiectum nudis oculis afpicimus, quae fola circumftantia huiusmodi inftrumenta ab vfu practico excluderet, nifi longitudo eorum iam fatis effet incommoda, quin etiam fi propius ad obiecta accedere liceat, nihil impedit, quominus microfcopio ordinario vtamur, praecipue fi tam exigua multiplicatione contenti effe velimus; idem adeo praeftaret microfcopium fimplex diftantiae focalis $= \frac{1}{4}$ dig.

Scho-

Scholion.

176. Easdem igitur noſtras formulas nunc etiam ad teleſcopia adplicemus vbi eſt $a = \infty$ et ſumitur $b = a$; tum igitur capi oportet $\vartheta = 0$, ita tamen, vt ϑa fiat quantitas finita, cum igitur ſit

$$p = \frac{3\theta}{1+\theta} \cdot a = 3\vartheta a$$

ita, vt ſit $\vartheta a = \frac{1}{3} p$. vnde erit porro

$$q = \frac{p}{P} \text{ et } r = \frac{p}{PQ}, \text{ at } s = \frac{2p}{3m} \text{ et } t = \frac{2p}{9m};$$

tum vero interualla lentium

$$I^{mum} = p\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = \frac{p}{2P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right);$$

$$III^{tium} = \frac{p}{3}\left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{m}\right);$$

$$IV^{tum} = \frac{4p}{9m};$$

pro loco oculi manente $O = \frac{1}{2} t\left(1 + \frac{1}{m}\right)$. Faciamus nunc, duo priora interualla inter ſe aequalia, et quia lentes obiectiuae iam ſunt multo maiores ſtatuamus vtrumque $= \frac{1}{25} \cdot p$, et reperietur

$$P = \frac{25}{24} \text{ et } Q = \frac{12}{11}; \text{ hincque } PQ = \frac{25}{22};$$

vnde ſuperiores valores erunt

$$q = \frac{24}{25} \cdot p \text{ et } r = \frac{22}{25} \cdot p;$$

tertiumque interuallum

$$= \frac{1}{3} p\left(\frac{22}{25} - \frac{1}{m}\right) = \frac{22}{75} p - \frac{p}{3m}.$$

Pro

Pro campo porro apparente fiet eius femidiameter

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{2}{m+1} \cdot \xi = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{m+1} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Denique aequatio pro diftinctione vifionis erit

$$\frac{\mu m x^3}{p^3}\left(\frac{71}{25} - \frac{36}{5} \cdot \nu + \frac{27}{8m}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{729 \cdot \lambda''''}{8m}\right) = \frac{1}{k^3}.$$

Hic iam proponi folet gradus claritatis, quo obiecta repraefententur, qui fit $y = \frac{1}{50}$ dig. fumique debet $x = my = \frac{m}{50}$ dig. et capiatur etiam vt in libro fuperiore $k = 50$ quibus pofitis reperietur

$$p = m \sqrt[3]{\mu m \left(\frac{71}{25} - \frac{36}{5}\nu + \frac{27}{8m}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{729 \cdot \lambda''''}{8m}\right)}$$

vbi fi vitro communi vtamur, erit $\mu = 0,9381$ et $\nu = 0,2326$ at vero iam fumfimus $\lambda = \lambda' = \lambda''$ $= 1$, et quia binae poftremae lentes debent effe vtrinque aeque conuexae, effe oportet $\lambda'''' = 1,6298$ et $\lambda''' = 1 + 0,6298.(1 - 2\mathfrak{D})^2 = 16,745.$ ex quibus valoribus colligimus

$$p = m \cdot \sqrt[3]{(1,0931 \cdot m + 188)} \text{ dig.}$$

Problema 4.

177. Loco lentis obiectiuae eiusmodi quatuor lentes conuexas proxime fibi iunctas fubftituere, vt binis reliquis lentibus fecundum praecepta fuperiora conftitutis maior claritatis gradus obtineatur.

Solutio.

Cum hic fex habeantur lentes ideoque quinque interualla totidem quoque litterae P, Q, R, S, T in

 calcu-

calculum ſunt introducendae; quarum tres priores P, Q et R vnitati proxime ſunt aequales, quia quatuor priores lentes ſibi proxime iunctae ponuntur; vltima vero T debet eſſe negatiua ſiue $T = -k$, quia imago realis in vltimum interuallum incidit ſicque habebitur $PQRSk = \frac{ma}{b}$; deinde diſtantiae focales lentium nunc ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A}a; \quad q = -\frac{A\mathfrak{B}a}{P};$$

$$r = \frac{AB\mathfrak{C}.a}{PQ}; \quad s = -\frac{ABC\mathfrak{D}.a}{PQR};$$

$$t = \frac{ABCD\mathfrak{E}a}{PQRS} \text{ et } u = ABCDE.\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium ita ſe habent:

$$\text{I}^{mum} = Aa(1 - \tfrac{1}{P});$$

$$\text{II}^{dum} = -ABa(\tfrac{1}{P} - \tfrac{1}{PQ});$$

$$\text{III}^{tium}\ ABCa(\tfrac{1}{PQ} - \tfrac{1}{PQR});$$

$$\text{IV}^{tum} = -ABCD.a(\tfrac{1}{PQR} - \tfrac{1}{PQRS});$$

$$\text{V}^{tum} = ABCDE\,a(\tfrac{1}{PQRS} + \tfrac{b}{ma}).$$

Diſtantia vero oculi erit, vt ante,

$$O = \tfrac{1}{2}u(1 + \tfrac{b}{ma})$$

perinde ac ſpatii conſpicui ſemidiameter

$$\zeta = \tfrac{1}{2}.\frac{ab}{ma + b}.$$

Ob hunc ipſum vero campum, vt tantus euadat, oportet eſſe $\mathfrak{E} = -2$ hincque $E = -\frac{2}{3}$. Poſtea autem

vt margo coloratus euanefcat, debet effe $k = 1$. ita, vt fit $PQRS = \frac{ma}{b}$. Denique vt confufio ab apertura lentium oriunda prodeat minima, ex fuperioribus colligere licet, hoc fieri, fi iftae expreffiones quatuor

$$\mathfrak{A};\ -A\mathfrak{B};\ AB\mathfrak{C};\ -ABC\mathfrak{D};$$

inter fe aequales reddantur; vnde colligimus has determinationes:

$$1^{\circ}.\ \mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{A}}{A} = \mathfrak{A} - 1.$$

$$2^{\circ}.\ \mathfrak{C} = -\frac{\mathfrak{B}}{B} = \mathfrak{B} - 1 = \mathfrak{A} - 2.$$

$$3^{\circ}.\ \mathfrak{D} = -\frac{\mathfrak{C}}{C} = \mathfrak{C} - 1 = \mathfrak{A} - 3.$$

Deinde vero ponatur $-ABCD = \vartheta$, vt fiat quintae lentis diftantia focalis

$$t = +2\vartheta.\frac{b}{m},\ \text{fextaeque}$$

$$u = \frac{2}{3}\vartheta.\frac{b}{m} = \frac{1}{3}t\ \text{et}$$

interuallum quintum $= \frac{2}{3}t = 2u$.

Iam in hac aequatione affumta $ABCD = -\vartheta$ loco litterarum A, B, C, D introducantur litterae germanicae refpondentes, eritque

$$\frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{A}}.\frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}.\frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}.\frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}} = -\vartheta\ \text{fiue}$$

$$\vartheta = \frac{\mathfrak{A}}{1-\mathfrak{D}} = \frac{\mathfrak{A}}{4-\mathfrak{A}};$$

vnde per ϑ iftae litterae hoc modo definientur:

$$\mathfrak{A} = \frac{4\theta}{\theta+1};\ \mathfrak{B} = \frac{3\theta-1}{\theta+1};\ \mathfrak{C} = \frac{2\theta-2}{\theta-1}\ \text{et}\ \mathfrak{D} = \frac{\theta-3}{\theta+1};$$

$A = -\frac{4\theta}{3\theta - 1}$; $B = -\frac{(3\theta - 1)}{2\theta - 2}$;

$C = -\frac{(2\theta - 2)}{\theta - 3}$ et $D = \frac{\theta - 3}{4}$;

ex quibus valoribus primo distantiae focales ita definientur

$$p = \frac{4\theta . a}{\theta + 1}; \; q = \frac{-4\theta}{\theta + 1} . \frac{a}{P};$$

$$r = \frac{4\theta}{\theta + 1} . \frac{a}{PQ}; \; s = \frac{4\theta}{\theta + 1} . \frac{a}{PQR};$$

$$t = 2\vartheta . \frac{b}{m}; \text{ et } u = \frac{2}{3}\vartheta . \frac{b}{m};$$

similique modo lentium interualla

$$I^{mum} = -\frac{4\theta}{3\theta - 1} . a\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$II^{dum} = -\frac{4\theta}{2\theta - 2} a\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}\right)$$

$$III^{tium} = -\frac{4\theta}{\theta - 3} . a\left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{PQR}\right)$$

$$IV^{tum} = \vartheta . a\left(\frac{1}{PQR} - \frac{b}{ma}\right)$$

$$V^{tum} = \frac{2\theta}{3} . a . \frac{2b}{ma} = \frac{4}{3} . \vartheta . \frac{b}{m} = 2u.$$

Quodsi iam velimus, vt trium interuallorum priorum quodlibet fiat $= \zeta p = \frac{4\theta}{1 + \theta} \zeta a$. litterae P, Q, R et S sequenti modo determinabuntur:

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{(3\theta - 1)\zeta}{1 + \theta};$$

$$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{(5\theta - 3)\zeta}{1 + \theta};$$

$$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{(6\theta - 6)}{1 + \theta} . \zeta.$$

His

His praemiſſis aequatio pro dato diſtinctionis gradu obtinendo ſequenti forma exprimi poterit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b} \begin{cases} \frac{1}{\mathfrak{A}^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{P} + \frac{\lambda''}{PQ} + \frac{\lambda'''}{PQR}\right) \\ -\frac{\nu}{\mathfrak{A}^3}\left(\mathfrak{A}.(\mathfrak{A}-1) + \frac{\mathfrak{B}.\mathfrak{B}-1}{P} + \frac{\mathfrak{C}.\mathfrak{C}-1}{PQ} + \frac{\mathfrak{D}.\mathfrak{D}-1}{PQR}\right) \\ + \frac{b}{8\theta^3 ma}(\lambda'''' - 6\nu) + \frac{27.b.\lambda'''''}{8\theta^3.ma} \end{cases}$$

pro qua breuitatis gratia ponamus

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{a^2 b}.\Lambda;$$

ita, vt Λ denotet quantitatem illam vncinulis incluſam, pro qua notetur, litteris λ, λ', λ'' et λ''' valorem $= 1$ tribui conuenire, vt ſcilicet haec quantitas minima euadat et quia duae poſtremae lentes vtrinque debent eſſe aeque conuexae, erit

$$\lambda'''' = 1, + \left(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau}\right)^2 (1 - 2\mathfrak{E})^2$$

$$= 1 + 25\left(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau}\right)^2 \text{ et } \lambda''''' = 1 + \left(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau}\right)^2$$

Quantitas ergo Λ, ſi loco $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$ valores inuenti ſubſtituantur, ita exprimetur

$$\Lambda = \frac{(1+\theta)^3}{16\theta^3} - \frac{\nu(\theta+1)(5\theta^2-6\theta+5)}{16\theta^3}$$

$$+ \frac{(1+\theta)^2(7\theta-5)}{32\theta^3}.\zeta$$

$$- \frac{\nu(\theta-1)(7\theta^2-18\theta+23)}{16\theta^3}.\zeta$$

$$+ \frac{b}{8\theta^3.ma}(\lambda'''' - 6\nu)$$

$$+ \frac{27.b.\lambda'''''}{8\theta^3.ma}.$$

Atque in hoc negotio id potiſſimum intenditur, vt valor ipſius Λ vel plane ad nihilum redigatur vel

 ſaltim

ſaltim tam exiguus reddatur, vt ex hac aequatione numerus k multo maior prodeat, quam 20. etiamſi apertura primae lentis tanta accipiatur, quam eius figura permittit; tum autem hoc valore pro x aſſumto pro gradu claritatis habebitur $y = \frac{hx}{ma}$ et menſura claritatis fiet

$$= \frac{20 . hx}{ma} = \frac{160 . x}{ma}.$$

Coroll. 1.

178. Quoniam pro microſcopiis ϑ ſemper eſt numerus ſatis magnus, niſi forte multiplicatio exigua requiratur, quem caſum hic merito excludimus; bina poſtrema membra ipſius λ manifeſto tam ſunt parua, vt tuto negligi queant ſicque hic valor aeſtimari debebit ex prioribus tantum membris

$$\Lambda = \frac{(1+\theta)^3}{16\theta^3} - \frac{\nu(\theta+1)(5\theta^2-6\theta+5)}{16\theta^3}$$
$$+ \frac{(1+\theta)^2(7\theta-5)}{32\theta^3} . \zeta - \frac{\nu(\theta-1)(7\theta^2-18\theta+23)}{16\theta^3} . \zeta$$

Coroll. 2.

179. Cum autem ſit ϑ numerus praemagnus, haec expreſſio reducitur ad ſequentem formam proxime veram:

$$\Lambda = \frac{1}{16} - \frac{5}{16}\nu + \frac{7}{32}\zeta - \frac{7\nu}{16}\zeta.$$
$$+ \frac{3}{16\theta} + \frac{\nu}{16\theta} + \frac{5}{32\theta}\zeta + \frac{25\nu}{16\theta} . \zeta$$

quae expreſſio ſi nihilo eſſet aequalis verus valor ipſius Λ ſine dubio tam foret exiguus, vt litterae x maxi-

maximus valor, quem lentis figura permittit, tribui posset.

Coroll. 3.

180. Quoniam littera ν ab indole vitri pendet, cuius valor, prouti refractio ab $n = 1,50$ vsque ad 1,58 augetur, ab $\frac{1}{5}$ vsque ad $\frac{1}{4}$ crescit, sumto $\nu = \frac{1}{5}$ fiet

$$\Lambda = \tfrac{7}{85}\zeta + \tfrac{10}{16\theta}\cdot\zeta + \tfrac{1}{5\theta}$$

quae partes cum omnes sint positiuae, patet, si lentes ex tali vitro parentur, valorem Λ ad nihilum redigi non posse. Sin autem fuerit $\nu = \frac{1}{4}$, habebitur

$$\Lambda = -\tfrac{1}{64} + \tfrac{13}{64\cdot\theta} + \tfrac{7}{64}\cdot\zeta + \tfrac{43}{64\theta}\cdot\zeta$$

qui valor vtique nihilo aequalis esse poterit, quod scilicet eueniet casu $\vartheta = \infty$, si fuerit $\zeta = \frac{1}{7}$, qui valor ad praxin satis est accommodatus; at si sumamus $\vartheta = 50$; tum fiet $\Lambda = 0$, si fuerit $\zeta = \frac{37}{393}$ seu $\zeta = \frac{1}{11}$ quod etiam praxi maxime conuenit.

Coroll. 4.

181. Vt igitur valor ipsius Λ ad nihilum redigatur, vitro vti conueniet, maiorem refractionem producente, cuiusmodi est vitrum chrystallinum; pro quo $n = 1,58$ ac si forte praxis minus successerit, commode hic vsu venit, vt lentium priorum interuallis tantillum mutatis scopo intento satisfieri queat; quod remedium in praxi eo facilius adhibetur, quod in ipsa lentium constructione nulla mutatio exigitur.

Scho-

Scholion.

182. Quod ϑ ſemper ſit numerus ſatis magnus, ex ſupra traditis facile perſpicitur; cum enim penultimae lentis diſtantia focalis t vno digito minor ſtatui nequeat ob $h = 8$ dig. erit $\vartheta = \frac{m}{16}$ dig. quare cum multiplicatio m vix minor deſiderari ſoleat, quam 500 vel 480 habebitur hinc $\vartheta = 30$. dig. maximam autem multiplicationem, quam quidem ob defectum claritatis adhuc deſiderare poſſumus, aeſtimare licet $m = 960$ quo ergo caſu erit $\vartheta = 60$. dig. ita, vt valores ipſius ϑ intra 30 et 60 contenti ſint aeſtimandi. Hoc autem notato ſi priora membra formulae A fuerint $= 0$, facile intelligetur, poſteriora membra neutiquam eſſe turbatura; haec enim vltima membra certe adhuc minora erunt, quam $\frac{125}{\theta^3 . m}$; vnde ſi priora membra actu euaneſcant, prodibit aequatio

$$\frac{1}{k^3} < \frac{\mu m x^3}{a^2 . b} \cdot \frac{125}{\theta^3 . m} < \frac{125 \mu x^3}{a^2 b \theta^3}$$

ſiue ſumto $\vartheta = 30$ erit

$$k^3 > \frac{30^3 . a^2 b}{125 \mu x^3} \text{ ſiue } k > \frac{30}{x} \sqrt[3]{\frac{a^2 b}{125 \mu}}.$$

Nunc quod ad valorem ipſius x attinet, obſeruemus, ſi lens obiectiua eſſet ſimplex, ideoque eius diſtantia focalis $p = a$ proxime; tum ob eius figuram capi poſſe $x = \frac{1}{8} . a$ vel certe non maius etſi autem hic quatuor lentes conuexae in locum obiectiuae ſubſtituantur, quarum ſingularum diſtantiae focales ſunt

fere

fere quadruplo maiores, tamen quia primae facies anterior eſt concaua ideoque poſterioris faciei radius valde paruus, ea vix maiorem aperturam admittet, quam lens ſimplex; ita, vt etiam hoc caſu x maius capi nequeat, quam $\frac{1}{6}$. a. ſit ergo $x = \frac{1}{6}a$. et ſumto $a = \frac{1}{2}$ ſemper erit $k > 90$, quo valore indicatur inſignis gradus diſtinctionis, cum etiam pro optimis teleſcopiis hic valor non vltra 50 augeri ſoleat; ex quo concludere licet, non adeo neceſſarium eſſe, vt etiam priora membra ipſius A penitus euaneſcant, dummodo ea per m multiplicata non multum ſuperent poſteriora; tum autem priora membra fere penitus euaneſcere debebunt; at iis nihilo aequalibus poſitis valor numeri ζ ita in genere determinabitur, vt ſit

$$\zeta = \frac{-5\nu - 1 - \frac{(3+\nu)}{\theta} - \frac{(3+\nu)}{\theta^2} + \frac{5\nu - 1}{\theta^3}}{\frac{7}{2} - 7\nu + \frac{9+50\nu}{2\theta} - \frac{(3+82\nu)}{2\theta^2} - \frac{(5-46\nu)}{2\theta^3}}$$

vbi inprimis cauendum eſt, ne littera ζ nimis fiat parua, quam vt interuallum ζp commode in praxi locum habere queat, id quod obtinetur, dummodo ζ non notabiliter minor prodeat, quam $\frac{1}{20}$; quamobrem operae pretium erit inueſtigare, an etiam vitro communi ad hunc ſcopum vti liceat, quandoquidem iam vidimus, chryſtallinum ſatis eſſe idoneum, cum igitur pro vitro communi ſit $n = 1,55$ et $\nu = 0,2326$ fiet

$$\zeta = \frac{0,1630 - \frac{3,2326}{\theta} - \frac{8,2326}{\theta^2} + \frac{0,1630}{\theta}}{1,8718 + \frac{10,3150}{\theta} - \frac{11,0366}{\theta^2} + \frac{2,8498}{\theta^3}}$$

hic autem primum obſeruari conuenit ſi eſſet $\vartheta = \infty$, fore $\zeta = \frac{1}{11}$ circiter, qui valor vtique ad praxin maxime eſſet accommodatus, at ſi ſumamus $\vartheta = 30$, orietur $\zeta = \frac{1}{43}$, qui valor nimis eſt exiguus; vnde patet pro ϑ maiorem valorem accipi debere. Sumto autem $\vartheta = 50$ reperitur $\zeta = \frac{0,0971}{2,0340} = \frac{1}{23}$ proxime qui valor adhuc admitti commode poterit. Sumto autem $\vartheta = 60$ eruitur $\zeta = \frac{0,1082}{2,0407} = \frac{1}{18}$ qui valor praxi egregie conuenire videtur. Hunc igitur caſum ſequenti exemplo fuſius euoluamus:

Exempl. I.

183. Si omnes lentes ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$ conficiantur, ac ſumatur $\vartheta = 60$, vt microſcopium adeo ad multiplicationem $m = 1000$ adhiberi poſſit; momenta conſtructionis ſequenti modo ſe habebunt:

Primo ſcilicet habebimus

$$\mathfrak{A} = \frac{240}{61} = 4 - \frac{4}{61} = 4 - \frac{1}{15} \text{ proxime}$$

$$\mathfrak{B} = 3 - \frac{1}{15}; \ \mathfrak{C} = 2 - \frac{1}{25}; \ \mathfrak{D} = 1 - \frac{1}{15};$$

atque porro

$$\frac{1}{P} = 1 + (3 - \frac{1}{15})\zeta$$

et quia modo vidimus, ſumi debere $\zeta = \frac{1}{18}$ erit

$\frac{1}{P} =$

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{270} = 1,1629$$

$$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{5}{18} - \frac{2}{270} = 1,2703$$

$$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{90} = 1,3222$$

vnde diſtantiae focales lentium erunt

$$p = (4 - \tfrac{1}{15})\,a = 3,9333.\,a$$
$$(0,5947571)$$

$$q = \frac{p}{P} = 4,5740.\,a$$
$$(0,6602996)$$

$$r = \frac{p}{PQ} = 4,9965.\,a$$
$$(0,6986634)$$

$$s = \frac{p}{PQR} = 5,2006.\,a$$
$$(0,7160543)$$

Tum vero

$$t = \frac{960}{m}.\,\text{dig. et } u = \frac{320}{m}.\,\text{dig.}$$

Harum porro quatuor priorum lentium interuallum commune eſt $= \frac{1}{18}p = 0,2185.\,a.$

Quartum vero interuallum erit

$$= 79,332.\,a - \frac{480}{m}\,\text{dig.}$$

Quintum vero $= 2u = \frac{640}{m}$ dig.

et diſtantia oculi

$$O = \tfrac{1}{2}u = \frac{160}{m}\,\text{dig.}$$

 Nunc

Nunc igitur singularum lentium constructio est describenda:

I. Pro prima lente,

cuius distantia focalis est $p = 3,9333 \cdot a$ et numeri

$\lambda = 1; \mathfrak{A} = 4 - \frac{1}{15},$

erit radius

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = - \frac{p}{4,0236} = - 0,97756 . a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p}{5,8417} = 0,67332 . a$$

quae aperturam admittit, cuius semidiameter

$x = 0,16583 . a.$

II. Pro secunda lente,

cuius distantia focalis est $q = 4,5740 . a$

et numeri $\lambda = 1$ et $\mathfrak{B} = 3 - \frac{1}{15}$ erit radius

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = - \frac{q}{2,5869} = - 1,7682 . a$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{4,2056} = 1,0834 . a.$$

III. Pro lente tertia,

cuius distantia focalis est $r = 4,9965 . a$

et numeri $\lambda = 1$ et $\mathfrak{C} = \mathfrak{A} = 2$ erit radius

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = - \frac{r}{1,1502} = - 4,3440 . a$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{2,9883} = 1,6833 . a$$

IV. Pro

IV. Pro quarta lente,

cuius distantia focalis $s = 5,2006.a$ et numeri

$\lambda = 1$ et $\mathfrak{D} = \mathfrak{A} - 3$,

erit radius

$$\text{anter.} = \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho)} = + \frac{s}{0,2865} = 18,1522.a$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho)} = \frac{s}{1,5316} = 3,4034.a.$$

Hinc ergo deducitur sequens

Constructio microscopii ex sex lentibus compositi, refractione vitri existente $n = 1,55$.

184. Pro hoc microscopio sumitur m numerus praemagnus arbitrarius, quippe a quo tantum binae lentes posteriores pendent

I. Pro prima lente,

cuius distantia focalis $= 3,9333.a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,97756.a \\ \text{poster.} = 0,67332.a \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $= 0,16583.a$

et distantia ad lentem secundam $= 0,2185.a$.

II. Pro secunda lente,

cuius distantia focalis $q = 4,5740.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,7682.\,a \\ \text{pofter.} = 1,0384.\,a \end{cases}$

apertura et diftantia ad lentem fequentem funt, vt ante.

III. Pro tertia lente,

cuius diftantia focalis $r = 4,9965.\,a$, eft

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4,3440.\,a \\ \text{pofter.} = 1,6833.\,a \end{cases}$

apertura et diftantia ad lentem fequentem, vt ante.

IV. Pro lente quarta,

cuius diftantia focalis $s = 5,2006.\,a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 18,1522.\,a \\ \text{pofter.} = 3,4034.\,a \end{cases}$

apertura, vt ante;

diftantia ad lentem quintam vero erit

$= 79,332.\,a - \frac{480}{m}$ dig.

V. Pro quinta lente,

cuius diftantia focalis eft $t = \frac{560}{m}$ dig. capiatur

radius vtriusque faciei $= \frac{1056}{m}$ dig.

eius aperturae femidiameter $= \frac{240}{m}$ dig.

et diftantia ad lentem fextam $= \frac{640}{m}$ dig.

VI. Pro

VI. Pro lente ſexta,

cuius diſtantia focalis $u = \frac{320}{m}$ dig. erit

radius vtriusque faciei $= \frac{352}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{80}{m}$ dig.

et diſtantia Oculi $= \frac{160}{m}$ dig.

VII. Spatii in obiecto conſpicuì ſemidiameter erit $= \frac{4a}{ma + 8}$ dig. et menſura claritatis, qua obiecta repraeſentabuntur erit $= \frac{26,5328}{m}$ quae etiamſi multiplicatio ſtatuatur $m = 1000$, adhuc ſatis eſt magna.

VIII. Hoc tantum in hoc genere microſcopiorum diſplicebit forte, quod eorum longitudo, quippe quae fere aequalis eſt 80. a, tam ſit enormis ideoque minus commoda videbitur, ſed cum diſtantiam obiecti facile ad digiti dimidium vel adeo trientem diminuere liceat, nihil impedit, quominus haec microſcopia ad quosuis vſus adhiberi queant.

IX. Etiamſi hic quaelibet multiplicatio peculiares lentes quintam et ſextam poſtulat, tamen facile intelligitur, ſi huiusmodi inſtrumentum ad certam multiplicationem fuerit accommodatum; tum idem etiam tam pro maioribus, quam pro minoribus multiplicationibus optimo ſucceſſu adhiberi poſſe, dum ſcilicet eius longitudo ſiue minuitur ſiue augetur.

X. De-

X. Denique cum quatuor lentes priores maiores esse debeant, quam apertura primae lentis, artifici praecipi poterit, vt disci harum lentium in diametro contineant $\frac{2}{5}. a$; ita, vt si fuerit $a = \frac{1}{2}$ dig. diameter horum discorum sit $\frac{1}{5}$ dig.

Exempl. II.

185. Si omnes lentes ex vitro chrystallino parentur omnia momenta, quae ad constructionem microscopiorum pertinent, describere, ita, vt fiat $\Lambda = 0$ Cum hoc casu sit $n = 1,58$, erit $\nu = 0,2529$; vnde ex formula supra data colligemus

$$\zeta = \frac{0,2645 - \frac{3,2529}{\theta} - \frac{3,2529}{\theta^2} + \frac{0,2645}{\theta^3}}{+1,7297 + \frac{10,822}{\theta} - \frac{11,8689}{\theta^2} + \frac{3,2167}{\theta^3}}$$

iam si ϑ esset infinitum, foret $\zeta = \frac{0,2645}{1,7297} = \frac{1}{6}$ circiter Sin autem sumamus, vt ante, $\vartheta = 60$, prodibit $\zeta = \frac{0,2094}{1,9068} = \frac{1}{9}$ circiter vnde patet, si ipsi ζ minor valor tribuatur, tum Λ nacturum esse valorem negatiuum, quem commode in nostrum lucrum conuertere poterimus; cum enim tum ex aequatione principali pro hoc casu fiat

$$\Lambda = -\frac{0,2094 + 1,9068.\zeta}{16}$$

si ponamus; vt in exemplo praecedente,

$\zeta = \frac{1}{18}$, fiet $\Lambda = -0,0065$.

Cum

Cum autem pro prima lente ſumſerimus $\lambda = 1$, facile intelligitur, ſi huic λ maior valor tribuatur, fieri poſſe, vt haec expreſſio pro Λ penitus euaneſcat; hunc in finem ſtatuamus $\lambda = 1 + \omega$ et cum in computo confuſionis ex littera $\lambda = 1$ nata ſit formula $\frac{1}{\mathfrak{A}^3}$ nunc ex valore $\lambda = 1 + \omega$ naſcetur $\frac{1+\omega}{\mathfrak{A}^3}$, ita vt nunc valor Λ augmentum accipiat

$$= \frac{\omega}{\mathfrak{A}^3} = \frac{\omega(1+\theta)^3}{64.\theta^3} = 0,0164.\,\omega$$

ita, vt fiat

$$\Lambda = 0,0164.\,\omega - 0,0065.$$

Quare vt fiat $\Lambda = 0$, capi debebit $\omega = \frac{0,0065}{0,0164} = \frac{65}{164}$ ſicque pro prima lente ſtatui debebit $\lambda = 1 + \frac{65}{164}$, manentibus pro tribus lentibus ſequentibus $\lambda' = 1 = \lambda'' = \lambda'''$ quo effici poterit, vt prima lens aliquanto maioris aperturae capax reddatur. Cum igitur ſit, vt in exemplo praecedente, $\vartheta = 60$ et $\zeta = \frac{1}{18}$ tam diſtantiae focales, quam interualla eosdem quoque valores retinebunt, tantumque ſupereſt, vt ſingularum lentium conſtructio doceatur.

I. Pro prima autem lente,

cuius diſtantia focalis $p = 3,9333.\,a$

et numeri $\lambda = 1 + \omega$ et $\mathfrak{A} = 4 - \frac{1}{15}$, erit radius

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{\omega}} = \frac{p}{-4,0865 + 0,5524} = -1,1129.\,a$

poſter. $= \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{\omega}} = \frac{p}{5,8106 - 0,5524} = 0,7480.\,a$

 vnde

vnde haec lens aperturam admittit, cuius ſemidiameter $x = 0,1870. a$.

II. Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis eſt $q = 4,5740. a$. erit radius

anter. $= -\frac{q}{2,6452} = -1,7292. a$

poſter. $= \frac{q}{4,3693} = 1,0469. a$.

III. Pro tertia lente,

cuius diſtantia focalis $r = 4,9965. a$. erit radius

anter. $= -\frac{r}{1,2039} = -4,1503. a$

poſter. $= \frac{r}{2,9280} = 1,7065. a$

IV. Pro lente quarta,

cuius diſtantia focalis $s = 5,2006. a$ erit radius

anter. $= \frac{s}{0,2375} = 21,8973. a$

poſter. $= \frac{s}{1,4866} = 3,4983. a$.

Hinc ergo ſequitur

Conſtructio Microſcopii ex ſex lentibus compoſiti.

186. Conſtructis ex vitro chryſtallino, pro quo $n = 1,58$ quaternis lentibus prioribus, quemadmodum modo eſt praeceptum, pro data obiecti diſtantia $= a$ ſtatuantur interualla inter has lentes $= \frac{1}{18} p$ $= 0,2185. a$ et priori lenti tribuatur apertura, cuius

ius ſemidiameter $x = 0,1870.a$; et interuallum a quarta harum lentium vsque ad quintam

$$= 79,332.a - \frac{480}{m} \text{ dig.}$$

V. Pro quinta lente,

cuius diſtantia focalis $t = \frac{560}{m}$ dig.

et quam vna cum ſexta ex vitro communi conficere licebit, capiatur radius vtriusque faciei $= \frac{1056}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{240}{m}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſextam $= \frac{640}{m}$ dig.

VI. Pro lente ſexta,

cuius diſtantia focalis $u = \frac{320}{m}$ dig.

erit radius faciei vtriusque $= \frac{352}{m}$ dig.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{80}{m}$ dig.

et diſtantia oculi $= \frac{160}{m}$ dig.

VII. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $= \frac{4a}{ma+1}$ dig. at menſura claritatis fiet $= \frac{29,920.a}{m}$ ſatis notabiliter maior, quam in exemplo praecedente.

Ceterum eadem hic erunt obſeruanda, quae ſupra ſunt allata.

Corollarium.

187. His duobus microſcopiorum generibus inter ſe comparandis iſtud inſigne commodum conſequimur, quod ſi forte vitrum occurrat, cuius refractio medium quodpiam teneat inter refractiones $n = 1,55$ et $n = 1,58$, tum per regulam interpolationum conſtructio lentium facile definiri queat.

Scholion.

188. Accommodemus formulas, quas in hoc problemate inuenimus, etiam ad teleſcopia, quandoquidem hic determinationes aliquantum differentes induximus. Cum igitur ſit $a = \infty$ et $b = a$, debebit eſſe $\vartheta = 0$, ſed ita tamen, vt fiat $\vartheta a =$ quantitati finitae ponaturque $\vartheta a = l$; tum ergo fient elementa noſtra

$$\mathfrak{A} = 4\vartheta;\ \mathfrak{B} = -1;\ \mathfrak{C} = -2;$$
$$\mathfrak{D} = -3 \text{ et } \mathfrak{E} = -2,$$

hincque

$$A = 4\vartheta;\ B = -\tfrac{1}{2};\ \mathfrak{C} = -\tfrac{2}{3};$$
$$\mathfrak{D} = -\tfrac{3}{4} \text{ et } E = -\tfrac{2}{3}.$$

tum vero

$$\tfrac{1}{P} = 1 - \zeta;\ \tfrac{1}{PQ} = 1 - 3\zeta \text{ et } \tfrac{1}{PQR} = 1 - 6\zeta.$$

Quare diſtantiae focales lentium erunt

$$p = 4l;\ q = 4l(1 - \zeta);\ r = 4l(1 - 3\zeta);$$
$$s = 4l(1 - 6\zeta);\ t = \tfrac{2l}{m};\ \text{et } u = \tfrac{2}{3}.\tfrac{l}{m};$$

et

et lentium interualla

$$I^{mum} = II^{do} = III^{tio} = \zeta p = 4 \zeta l.$$

$$IV^{tum} = l(1 - 6\zeta) - \frac{l}{m}; \quad V^{tum} = \frac{4}{3} \cdot \frac{l}{m};$$

ac denique diſtantia oculi $O = \frac{1}{3} \frac{l}{m} (1 + \frac{1}{m})$.

Porro vero campi apparentis ſemidiameter

$$\Phi = \frac{\zeta}{a} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Denique aequatio pro ſufficiente diſtinctione comparanda erit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu m x^3}{l^3} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{16} - \frac{5}{32}\zeta - \frac{\nu}{16}(5 - 23\zeta) \\ + \frac{1}{8m}(\lambda'''' - 6.\nu) + \frac{27.\lambda'''''}{8.m} \end{array} \right.$$

vbi quidem ſumſimus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1$ tum vero numeri λ'''' et λ''''' inde ſumi debent, quod binae poſtremae lentes vtrinque debent eſſe aequaliter conuexae. Quodſi iam velimus, vt haec expreſſio penitus ad nihilum redigatur, poni oportebit

$$m(1 - \frac{5}{2}\zeta) - m\nu(5 - 23\zeta)$$
$$+ 2(\lambda'''' - 6\nu) + 54\lambda''''' = 0$$

Binas autem poſtremas lentes ſemper licebit ex vitro communi conſtruere, vbi eſt $m = 1,55$; tum autem erit $\lambda'''' = 16,74\frac{1}{2}$ et $\lambda''''' = 1,6298$ hincque bina membra poſtrema dabunt $118,7080$, ita, vt eſſe debeat

$$m(1 - \frac{5}{2}\zeta) - m\nu(5 - 23\zeta) + 118,7080 = 0.$$

 quodſi

quodſi iam etiam quatuor priores lentes ex eodem vitro communi parentur, ob $\nu = 0,2326$ reperietur

$$-0,1630.m + 2,8498.\zeta m + 118,7080 = 0$$

adeoque

$$\zeta = \frac{0,1630\,m - 118,7080}{2,8498.m} \text{ ſeu } \zeta = \frac{1630.m - 1187080}{28498.m}$$

hinc ergo pro ζ valor poſitiuus non prodit, niſi ſit

$$m > \frac{1187080}{1630} \text{ ſeu } m > 728 \text{ circiter;}$$

tanta vero multiplicatio vim teleſcopiorum longe ſuperat, ac tum quidem deberet eſſe $\zeta = 0$. cum tamen $\frac{1}{30}$ ſuperare debeat; quod incommodum etiam locum habet, ſi priores lentes ex vitro chryſtallino conficiantur, etſi fiat aliquanto minus. Ex quo perſpicuum eſt, formulas hic inuentas ad teleſcopia neutiquam tanto ſucceſſu applicari poſſe, quam ad microſcopia, vti modo oſtendimus.

CAPVT III.

CAPVT III.

DE SVMMA MICROSCOPIORVM HVIVS GENERIS PERFECTIONE, DVM OPE LENTIVM CONCAVARVM ET EX ALIA VITRI SPECIE CONFECTARVM OMNIS PLANE CONFVSIO AD NIHILVM REDIGITVR.

Problema I.

189.

Loco lentis obiectiuae duas lentes, quarum prior sit concaua, substituere, vt manentibus binis lentibus posterioribus confusio omnis tollatur.

Solutio.

Cum hic ergo quatuor habeantur lentes ideoque tria interualla litterarum P, Q, R vltima debet esse negatiua, ponatur ergo $R = -k$ et vt margo coloratus tollatur, ex supra traditis manifestum est, capi debera $k = 1$ ita, vt sit $PQ = \frac{ma}{b}$; deinde vt simul idem campus comparetur, qui ante, debet esse $\mathfrak{C} = -2$ et

et $\mathfrak{C} = -\frac{2}{3}$; vnde diſtantiae focales lentium erunt

$p = \mathfrak{A}a$; $q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a$;

$r = -2AB.\frac{b}{m}$ et $s = -\frac{2}{3}.AB.\frac{b}{m}$;

interualla vero lentium

$I^{mum} = Aa(1 - \frac{1}{P})$;

$II^{dum} = -\frac{ABa}{P} + AB.\frac{b}{m}$ et

$III^{tium} = -\frac{4}{3}.AB.\frac{b}{m} = 2s$.

et, vt ante, diſtantia oculi $O = \frac{1}{2}s(1 + \frac{b}{ma})$ quemadmodum etiam ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter manet $= \frac{1}{2}.\frac{ab}{ma+b}$; nunc autem cum prima lens debeat eſſe concaua, neceſſe eſt, ſit $\mathfrak{A} < 0$ ideoque et $A < 0$ quare oportebit eſſe $P < 1$. tum vero ob $AB < 0$, debet eſſe $B > 0$. ideoque etiam $\mathfrak{B}$ quantitas poſitiua. Ponamus iam, vt ante, quoniam duae priores lentes ſibi debent eſſe proximae, interuallum primum $= -\zeta.p$ fietque

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{\mathfrak{A}}{A}.\zeta = 1 + (1 - \mathfrak{A})\zeta.$$

Cum prima lens ſit concaua, ſit ea quoque ex vitro chryſtallino parata, dum reliquae ex vitro coronario factae eſſe ſumuntur; ita, vt nunc n denotet $1,58$ et $n' = 1,53 = n'' = n'''$, quibus reliquae litterae independentes conſentaneae eſſe debent. Quo poſito aequatio omnem confuſionem a diuerſa radiorum refrangibilitate oriundam tollens erit

$0 =$

$$o = N . \frac{1}{p} + \frac{N'}{P^2} . \frac{1}{q} + \frac{N'}{P^2 Q^2} . \frac{1}{r} + \frac{N'}{P^2 Q^2 R^2} \, \frac{1}{s} \text{ seu}$$

$$o = \frac{N}{N'} . \frac{1}{p} + \frac{1}{P^2 . q} + \frac{b^2}{m^2 a^2 . r} + \frac{b^2}{m^2 a^2 . s};$$

vbi duo posteriora membra manifesto reiici possunt et cum sit circiter $\frac{N}{N'} = \frac{10}{7}$ et $P = 1$ proxime, haec aequatio dabit

$$o = \frac{10}{7} . \frac{1}{\mathfrak{A}} - \frac{1}{A\mathfrak{B}}; \text{ adeoque } \mathfrak{B} = \frac{7}{10} . \frac{\mathfrak{A}}{A} = \frac{7}{10}(1 - \mathfrak{A})$$

$$\text{et } B = \frac{7(1 - \mathfrak{A})}{3 + 7\mathfrak{A}};$$

qui valor vt fiat positiuus, existente $\mathfrak{A} < o$, necesse est, vt $3 + 7 . \mathfrak{A}$ sit positiuum siue $- \mathfrak{A} < \frac{3}{7}$ si autem non sit $P = 1$, adcuratius habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{7}{10}(1 - \mathfrak{A})(1 + (1 - \mathfrak{A})\zeta)$$

vbi tantum notetur, esse debere $\mathfrak{B} < 1$. vt etiam B prodeat positiuum.

Ponatur igitur

$$(1 - \mathfrak{A})(1 + (1 - \mathfrak{A})\zeta) < \frac{10}{7} (1 - \mathfrak{A})^2 + \frac{1 - \mathfrak{A}}{\zeta} < \frac{10}{7\zeta}$$

et addito vtrinque $\frac{1}{4\zeta^2}$ oportebit esse

$$1 - \mathfrak{A} + \frac{1}{2\zeta} < \sqrt{\frac{10}{7\zeta} + \frac{1}{4\zeta^2}}.$$

Ne nunc binae priores lentes sibi nimium fiant vicinae, statuamus $\zeta = \frac{1}{7}$ capique debebit

$$1 - \mathfrak{A} < -\frac{7}{2} + \sqrt{10 + \frac{49}{4}} \text{ seu } 1 - \mathfrak{A} < 1,217.$$

Sumamus igitur

$$1 - \mathfrak{A} = 1,2 = \frac{6}{5} \text{ eritque } \mathfrak{A} = -\frac{1}{5} \text{ et } A = -\frac{1}{6};$$

 tum

tum vero ob $\zeta = \frac{1}{7}$ erit $\frac{1}{p} = \frac{41}{35}$ hincque

$$\mathfrak{B} = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{41}{35} = \frac{246}{250} = \frac{123}{125} \text{ et } B = \frac{123}{2} = 61\tfrac{1}{2};$$

vnde ſequitur $AB = -10\frac{1}{4}$, qui valor ſine dubio nimis eſt paruus, quia pro magnis multiplicationibus pro r nimis exiguum praeberet valorem; verum notandum eſt, ſi $1 - \mathfrak{A}$ tantillo maior caperetur quam $\frac{6}{5}$, vt diſcrimen in praxi ſentiri non poſſet; tum productum AB quantumuis magnum euadere poſſe ſi enim ponamus $1 - \mathfrak{A} = \frac{6}{5} + \omega$ inde elicitur

$$B = \frac{246 + 235\omega + 25\omega^2}{4 - 235\omega - 25\omega^2},$$

qui valor adeo infinitus euaderet, ſi tantum ſumeretur $\omega = \frac{1}{60}$ proxime quo pacto valores A, $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ vix ſenſibiliter mutarentur, ita, vt ſumtis hisce valoribus

$$\mathfrak{A} = -\tfrac{1}{5};\; A = -\tfrac{1}{6};\; \tfrac{1}{p} = \tfrac{41}{35} \text{ ob}$$

$$\zeta = \tfrac{1}{7} \text{ et } \mathfrak{B} = \tfrac{123}{125} = 1 - \tfrac{2}{125};$$

littera B adhuc vt indefinita ſpectari, atque ſine haeſitatione ita definiri poſſit, vt littera r idoneum valorem nanciſcatur. Quamobrem habebimus, vt ſequitur,

$$p = -\tfrac{1}{5}a;\; q = 0,19212.\,a;$$

$$r = \vartheta.\tfrac{b}{m} \text{ et } s = \tfrac{1}{5}r.$$

vbi ϑ pro lubitu aſſumi poteſt; deinde vero interualla erunt

$I^{mum} = -\frac{1}{7}p \mp \frac{1}{35}.a$

$II^{dum} = \frac{41.\theta.a}{70} - \frac{1}{2}\vartheta.\frac{b}{m}$

$III^{tium} = 2s.$

Nunc denique vt etiam confufio ab apertura lentium oriunda euanefcat fatisfieri debet huic aequationi:

$$0 = \frac{\mu}{\mu'}(\lambda + \nu\mathfrak{A}(1 - \mathfrak{A}) - \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{P}(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}))$$

Quodfi iam hic fumatur $\lambda' = 1$ ob

$\mu = 0,8724$; $\nu = 0,2529$;

$\mu' = 0,9875$; $\nu' = 0,2196$;

calculo facto reperietur

$\lambda = 2,4137 + 0,0607 = 2,4744$

vnde colligitur $\tau V(\lambda - 1) = 1,0655$; quare pro lente prima ex vitro chryftallino paranda, cuius diftantia focalis eft $p = -\frac{1}{5}.a$ et numeri $\mathfrak{A} = -\frac{1}{5}$ et $\lambda = 2,4744$ erit radius faciei

anter. $= \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau V(\lambda - 1)} = \frac{p}{1,8710 - 1,0655}$

pofter. $= \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau V(\lambda - 1)} = \frac{p}{-0,1469 + 1,0655}$

vnde fit radius

anter. $= \frac{p}{0,8055} = -0,2483.a$

pofter. $= \frac{p}{0,9186} = -0,2177.a$

quae ergo aperturae capax eft, cuius femidiameter $x = 0,0544.a$, nifi forte fecunda lens tantam aperturam non patiatur.

Pro secunda autem lente ex vitro coronario, cuius distantia focalis $q = 0,19212.a$ et numeri $\mathfrak{B} = \frac{123}{125}$ et $\lambda' = 1$, erit radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{0,2498} = 0,7697.a$

poster. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{1,6332} = 0,1176.a$

cuius ergo apertura maior esse nequit quam $x = 0.0294.a$. Hinc autem colligitur

$$y = \frac{bx}{ma} = \frac{0,2352}{m} \text{ dig.}$$

hincque mensura claritatis $= \frac{4,704}{m}$ quae ergo fere sexies minor est, quam in vltimo casu capitis praecedentis.

Hinc ergo colligitur sequens

Constructio huiusmodi microscopiorum ex quatuor lentibus compositorum.

190. Posita distantia obiecti ab instrumento $= a$ et multiplicatione $= m$ habebitur

I°. Pro prima lente concaua ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -\frac{1}{5}a$

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2483.a \\ \text{poster.} = -0,2177.a \end{cases}$

eius aperturae semidiameter ob rationes modo allegatas $x = 0,0294.a$

et distantia ad lentem secundam $= -\frac{1}{7}.p = 0,0286.a$.

II. Pro

II°. Pro ſecunda lente ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis eſt $q = 0,1921.a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,7697.a \\ \text{poſter.} = 0,1176.a \end{cases}$

apertura manet, vt ante.

Diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{41}{500}.\bar{m}ar - \frac{1}{2}r$

vbi r denotat diſtantiam focalem tertiae lentis, quam pro arbitrio aſſumere licet.

III°. Pro tertia autem lente, cuius diſtantia focalis $= r$, ſi ex vitro coronario paretur

radius faciei vtriusque $= 1,06.r$

perinde autem eſt, ex quanam vitri ſpecie haec lens atque etiam quarta parentur.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}r$

et diſtantia ad lentem quartam $= \frac{2}{3}r$.

IV°. Pro quarta lente, cuius diſtantia focalis eſt $s = \frac{1}{3}r$, capiatur

radius vtriusque faciei $= 1,06.s$

vel potius ſecundum indolem vitri, ex qua paratur.

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}.s$

et diſtantia ad oculum $= \frac{1}{2}s$.

V. Porro ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit, vt hactenus,

$$\zeta = \frac{1}{2}.\frac{ab}{ma+b} = \frac{4a}{ma+8}\ \text{dig.}$$

VI°. Claritatis autem, qua obiecta conſpicientur, menſura erit $= \frac{45704}{m}$.

Coroll. 1.

191. Hic manifeſtum eſt, ne duae priores lentes nimis fiant exiguae, quam vt ab artifice adcurate elaborari poſſint, neceſſario diſtantiam obiecti a multo maiorem ſtatui debere, quam hactenus. Videtur autem haec diſtantia a vix minor duobus digitis commode aſſumi poſſe, quod quidem in praxi pro lucro eſt habendum, praeſertim cum claritas ab hac diſtantia non pendeat.

Coroll. 2.

192. Sumta autem diſtantia $a = 2$ dig. interuallum ſecundum euadet $\frac{41}{285} m r - \frac{1}{2} r$ quare ſi ſumamus $r = 1$ dig. ſiqnidem ob $s = \frac{1}{3} r$. commode minus accipi nequit, pro multiplicatione $m = 280$ hoc interuallum erit $40 \frac{1}{2}$ dig. ſin autem multiplicatio deſideretur duplo maior $m = 560$, hoc interuallum fiet $= 81 \frac{1}{2}$ dig. atque adeo maius pro maioribus multiplicationibus; quae enormis longitudo ſine dubio maxime displicebit.

Scholion.

193. Quod haec microſcopia his incommodis ſint obnoxia, cauſſa in eo eſt ſita, quod diſtantiae focales priorum lentium nimis ſint exiguae, dum ſcilicet

licet p et q tantum parti circiter quintae ipſius a aequari debebant, cum in caſu poſtremo capitis praecedentis hae diſtantiae focales adeo quadruplo eſſent maiores, quam diſtantia a atque hinc etiam factum eſt, vt menſura claritatis hic tantum inuenta ſit $= \frac{45704}{m}$, cum ante eſſet $\frac{25592}{m}$ hoc eſt ſexies maior atque adeo ſecundum veritatem tricies ſexies maior. Quamobrem etiamſi artifex in conſtructione horum microſcopiorum omnem diligentiam et induſtriam adhibeat eique opus ex voto ſuccedat, tamen vehementer dubito, an haec microſcopia vllam praerogatiuam prae antecedentibus mereantur, quamuis hic etiam ſecunda confuſio a diuerſa refrangibilitate oriunda penitus ſit ſublata, quod in praecedente capite praeſtare non licuit. Hic quidem primam lentem ſumſimus concauam, ſecundam vero conuexam verum ex ſuperioribus ſatis liquet, nullum commodum exſpectari poſſe, ſi hae lentes inter ſe permutarentur, quin potius hic ordo iam ſupra anteferri in praxi debere eſt obſeruatus ideoque ſuperfluum foret, ſi iſtum caſum ſeorſim euoluere vellemus. Quamobrem nunc ſtatim loco lentis obiectiuae tres lentes ſubſtituamus; quarum vna ſit concaua binaeque reliquae conuexae et inquiramus praecipue, num hoc caſu diſtantia focalis harum lentium aliquanto maior fieri queat, quam caſu hic tractato? et num forte numerum lentium vlterius augendo maiora adhuc commoda ſperari queant.

Pro-

Problema 2.

194. Loco Lentis obiectiuae tres lentes sibi proxime iunctas substituere, quarum prima sit concaua et ex vitro chrystallino parata, binae autem reliquae conuexae ex vitro coronario, vt manentibus binis lentibus postremis omnis confusio ad nihilum redigatur.

Solutio.

Cum hic quatuor habeantur interualla, litterarum P, Q, R, S vltima erit negatiua, et margo coloratus tolletur, si fuerit $S = -1$. Binae vero primae litterae P et Q vnitati proxime erunt aequales; ita, vt sit $PQR = \frac{ma}{b}$. Quod ad reliquas litteras attinet, conditio campi postulat, vt sit $\mathfrak{D} = -2$ et $D = -\frac{2}{3}$ et cum prima lens sit concaua, erit $\mathfrak{A}$ negatiuum ideoque etiam A, ita tamen, vt sit $-A < 1$. Deinde ob $q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P} a$, quia haec lens debet esse conuexa, littera $\mathfrak{B}$ erit positiua et quia tertia lens, pro qua est $r = \frac{AB\mathfrak{C}}{PQ}. a$ etiam debet esse conuexa, esse debet $B\mathfrak{C} < 0$. et quia porro sit

$$s = + \frac{2ABC}{PQR}. a = 2ABC. \frac{b}{m},$$

ne haec lens pro maioribus multiplicationibus fiat nimis parua, productum A B C aequari debet numero praemagno positiuo, vnde concluditur, B C fore numerum magnum negatiuum. Cum autem sit etiam $B\mathfrak{C} < 0$ hicque numerus non possit esse praemagnus,

sequi-

ſequitur C eſſe debere numerum praemagnum hincque $\mathfrak{C}$ vnitati proxime aequale quamobrem B debet eſſe numerus negatiuus, hincque $\mathfrak{B} > 1$. Contra vero $\mathfrak{C} < 1$, ſed differentia exiſtente valde parua, vt prodeat C numerus praemagnus poſitiuus. His notatis conſideremus aequationem, qua confuſio poſterior penitus tollitur, quae erit

$$0 = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{P^2 . q} + \frac{1}{P^2 Q^2 . r} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2 . s} + \frac{1}{P^2 Q^2 R^2 . t}$$

vbi ob $PQR = \frac{ma}{b}$ bina poſtrema membra tuto reiicere licet, et cum litterae P et Q proxime vnitati aequentur habebimus hanc determinationem

$$0 = \frac{10}{7} \cdot \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r};$$

ita, vt ſit

$$\frac{1}{p} = -\frac{7}{10}\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right)$$

ſiue ſubſtitutis valoribus

$$\frac{A}{\mathfrak{A}} = -\frac{7}{10}\left(\frac{1}{B\mathfrak{C}} - \frac{1}{\mathfrak{B}}\right)$$

et quia proxime eſt $\mathfrak{C} = 1$ obtinebimus

$$1 + A = \frac{7}{10} \text{ adeoque } A = -\frac{3}{10} \text{ et } \mathfrak{A} = -\frac{3}{7};$$

Cum autem ſufficiat rem propemodum tantum definiviſſe, ſumamus $\mathfrak{A} = -\frac{1}{2}$ et ſtatuendo ambo priora interualla

$$= -\frac{1}{7}p = \frac{1}{14}a, \text{ fiet } \frac{1}{P} = \frac{17}{14} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{17}{14} - \frac{3}{14 . B},$$

hincque

$$p = -\frac{1}{2}a;\ q = +\frac{\mathfrak{B}}{2P}a;\ r = -\frac{B}{2PQ} \cdot a$$

qui valores fubftituti dabunt

$$0 = -\frac{20}{7} + \frac{3}{\mathfrak{B}P} - \frac{3}{BPQ}$$

$$0 = -\frac{20}{7} + \frac{51}{14\mathfrak{B}} - \frac{51}{14B} + \frac{9}{14B^2} \text{ feu}$$

$$0 = -\frac{20}{7} + \frac{51}{14} + \frac{9}{14B^2} \text{ ob}$$

$$\frac{1}{\mathfrak{B}} - \frac{1}{B} = 1. \text{ vel } 0 = \frac{11}{14} - \frac{9}{14B^2};$$

hinc ergo non enormiter aberrabitur, quicquid pro B accipiatur; quodfi autem aequationem ex deftructione alterius confufionis confideremus, patebit, non incongrue fumi poffe $\mathfrak{B} = 2$ ideoque $B = -2$, ita vt iam fit

$$\frac{1}{PQ} = \frac{37}{28};\ q = \frac{17}{21}.\ a \text{ et } r = \frac{37}{42}.\ a;$$

tum autem aequatio adhuc refoluenda erit

$$\lambda = \frac{3}{4}\nu + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{17.27}{14.8^2}.(\lambda' - 2\nu') + \frac{\mu'}{\mu}\frac{27.37.\lambda''}{2.8^2}$$

vbi poni poteft tam $\lambda' = 1$, quam $\lambda'' = 1$ et ob $\nu = 0,2529$ et $\nu' = 0,2196$ et $\frac{\mu'}{\mu} = \frac{9875}{8724}$ fiet

$$\lambda = 0,1897 + 0,3252 + 0,6322$$

adeoque $\lambda = 1,1471$; vnde colligitur

$$\tau.\sqrt{(\lambda - 1)} = 0,3365;\ \text{quare}$$

Pro prima lente chryftallina erit radius

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,9668} = -0,2542.\ a$$

$$\text{pofter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,2427} = +2,0602.\ a$$

Pro lente fecunda ex vitro coronario paranda erit radius

anter.

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma-\varrho)} = -\frac{q}{1,2067} = -0,6708.a$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma-\varrho)} = \frac{q}{3,0935} = 0,2617.a$$

Simili modo pro tertia lente radius

$$\text{anter.} = \frac{r}{\varrho} = \frac{r}{0,1167} = 3,8857.a$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\sigma} = \frac{r}{1,6601} = 0.5306.a$$

pro quarum lentium apertura sumi poterit $= 0,0625.a$ hincque sequitur

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi et omnis fere confusionis expertis.

195. Hic tres res pro lubitu assumi possunt

1°. distantia obiecti $= a$;

2°. multiplicatio $= m$;

3°. distantia focalis quartae lentis $= s$.

I. Pro prima lente chrystallina, cuius distantia focalis $p = -0,5000.a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2542.a \\ \text{poster.} = +2,0602.a \end{cases}$

aperturae semidiameter $x = 0,0625.a$; qui etiam in duabus sequentibus locum habet, et distantia ad sequentem $= \frac{1}{14}.a$.

II. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis $q = 0,8095.a$, capiatur

 radius

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,6708.\,a \\ \text{poſter.} = 0,2617.\,a \end{cases}$

diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{1}{14}.\,a$.

III. Pro tertia lente itidem coronaria, cuius diſtantia focalis $r = 0,8809.\,a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3,8857.\,a \\ \text{poſter.} = 0,5306.\,a \end{cases}$

eius diſtantia ad lentem quartam $= \frac{37.mas}{4+8} - \frac{1}{2}\,s$.

IV. Quartam lentem pro lubitu ex quouis vitri genere conſtruere licet, cuius diſtantia focalis $= s$; tum erit eius diſtantia ad lentem ocularem $= \frac{2}{3}\,s$.

V. Ipſius lentis ocularis diſtantia focalis erit $= \frac{1}{3}\,s$ eaque pariter vtrinque aeque conuexa et diſtantia ad oculum vsque $= \frac{1}{6}\,s$.

VI. Menſura claritatis erit $\frac{10}{m}$ et ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter $\zeta = \frac{4.a}{m\,a+8}$ dig.

Scholion.

196. Si caſum propoſitum ita immutemus, vt binae priores lentes ſint concauae et ex vitro chryſtallino factae; tum ſimili modo ſolutionem adornando omnia eodem modo definientur, niſi quod nunc ambae litterae 𝔅 et B debeant eſſe negatiuae, ac tum deſtructio alterius confuſionis dabit hanc aequationem

1 + A

$$1 + A = \tfrac{7}{10} + \tfrac{3}{10\,\mathfrak{B}} \text{ seu } A = -\tfrac{3}{10} + \tfrac{3}{10\,\mathfrak{B}}$$

vnde si sumatur $\mathfrak{B} = -2$ hincque $B = -\frac{2}{3}$, elicietur $A = -\frac{9}{20}$ ideoque $\mathfrak{A} = -\frac{9}{11}$, qui valores praebent distantias focales

$$p = -\tfrac{9}{11}\cdot a;\; q = -\tfrac{9}{10\,P}\cdot a;\; r = \tfrac{3}{10\,PQ}\cdot a$$

vbi est

$$\tfrac{1}{P} = 1 + \tfrac{20}{11}\cdot\zeta \text{ et } \tfrac{1}{PQ} = 1 + \tfrac{50}{11}\cdot\zeta$$

sumsimus autem $\mathfrak{C} = 1$ proxime, vt pro C numerus praemagnus prodeat et ponendo $ABC = \vartheta$ fiat $s = 2\,\vartheta\cdot\frac{h}{m}$ et vt ante $t = \frac{1}{3}\,s$ vltimumque interuallum $= 2\,t$. Duo priora vero interualla erunt per hypothesin $= -\frac{9}{11}\,\zeta\,a$. Interuallum vero tertium $= \vartheta\,a\,(\frac{1}{PQ} - \frac{h}{ma})$. Tum vero vt etiam prior confusio euanescat, sequenti aequationi satisfieri oportebit

$$0 = \lambda + \nu\,\mathfrak{A}\,(1 - \mathfrak{A}) - \tfrac{(1-\mathfrak{A})^3}{P}\left(\tfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \tfrac{\nu}{B\,\mathfrak{B}}\right)$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}\cdot\tfrac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3\,PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\,\mathfrak{C}}\right)$$

quae fit substitutis valoribus

$$0 = \lambda - \tfrac{180\cdot\nu}{121} + \tfrac{8000}{1331\,P}\left(\tfrac{\lambda'}{8} - \tfrac{3\,\nu}{4}\right)$$
$$- \tfrac{\mu'}{\mu}\cdot\tfrac{30^3}{11^3\,PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\,\mathfrak{C}}\right)$$

vnde sequitur

$$1331\cdot\lambda + \tfrac{1000\,\lambda'}{P} = 1980\,\nu + \tfrac{6000\,\nu}{P}$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}\cdot\tfrac{27000}{PQ}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu'}{C\,\mathfrak{C}}\right)$$

Si

Si igitur hic capiatur $\lambda'' = 1$ et ponatur $\lambda' = \lambda$, vt scilicet pro vtroque valor minimus reperiatur, habebitur ista aequatio:

$$\lambda\left(1331 + \frac{1000}{P}\right) = 1980.\,\nu + \frac{6000.\,\nu}{P}$$

$$+ \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{27000}{PQ}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

vnde facile patet valorem ipsius λ multo maiorem esse proditurum, quam 12, vnde constructio harum lentium admodum lubrica euaderet. Interim tamen hunc casum diligentius euoluamus, sumto $\zeta = \frac{11}{80}$; vt fiat $\frac{1}{P} = \frac{5}{4}$ et $\frac{1}{PQ} = \frac{13}{8}$, quibus positis aequatio nostra ad hos numeros reducetur:

$$2581.\,\lambda = 52888,492$$

ita, vt sit

$$\lambda = \frac{52888,5}{2581} = 20,492$$

vnde colligitur

$$\tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 3,8742. \text{ Hinc}$$

Pro prima lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{2,7620 - 3,8742}$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{1,0379 + 3,8742}$$

vnde fit radius

$$\text{anter.} = -\frac{p}{1,1122} = +0,7356.\,a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{2,8363} = -0,2885.\,a$$

Pro

Pro secunda lente radius faciei

anter. $= \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{q}{0,5911} = -2,1147.a$

poster. $= \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{q}{1,1330} = -1,1033.a$

Pro lente autem tertia ex vitro coronario erit radius faciei

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma-\varrho)} = \frac{r}{0,2338} = 2,0851.a$

poster. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma-\varrho)} = \frac{r}{1,6530} = 0,2949.a$

quae tres lentes cum communem circiter aperturam exigant, eius semidiameter sumi debebit $x = 0,0721.a$; ex quo fit $y = \frac{0,5768}{m}$ dig. hincque mensura claritatis $= \frac{11,536}{m}$ quae ergo fere triplo maior est, quam casu praecedentis problematis.

Hinc ergo deducitur sequens

Constructio microscopii ex quinque lentibus compositi.

197. Hic scilicet primo datur distantia obiecti $= a$; deinde multiplicatio $= m$ ac tertio distantia focalis quartae lentis $= s$; vnde fit $\vartheta = ABC = \frac{ms}{a}$

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -0,8182.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,7356.a \\ \text{poster.} = -0,2885.a \end{cases}$

eius

eius aperturae semidiameter $x = 0,0721.a$ qui et pro binis sequentibus valet.

et distantia ad secundam lentem $= 0,1125.a.$

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $q = -1,125.a,$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -2,1147.a \\ \text{poster.} = -1,1033.a \end{cases}$

eiusque distantia ad lentem tertiam, $= 0,1125.a.$

III. Pro lente tertia ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis $r = 0,4875.a.$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 2,0851.a \\ \text{poster.} = 0,2949.a \end{cases}$

eius distantia ad lentem quartam

$$= \vartheta a\left(\frac{15}{8} - \frac{h}{ma}\right) = \frac{15mas}{128} - \frac{1}{3}s.$$

IV. Quartam lentem ex quouis vitro pro lubitu construere licet, cuius distantia focalis sit $= s$; tum erit eius distantia ad lentem ocularem $= \frac{2}{3}s.$

V. Ipsius autem lentis ocularis erit distantia focalis $= \frac{1}{3}s.$ eiusque ad oculum distantia $= \frac{1}{6}s.$

VI. Mensura claritatis autem erit, vt vidimus, $\frac{11,536}{m}$; spatiique conspicui, vt hactenus, $\zeta = \frac{8a}{ma+8}$ dig.

Scho-

Scholion.

198. Quanquam autem haec microſcopia praecedentibus anteferenda videntur, tamen, vti iam innuimus, ea neutiquam commendare audemus, propterea quod eorum conſtructio ſummis difficultatibus eſt implicata, vt etiam a ſollertiſſimo artifice exſpectari nequeat; cuius rei cauſſa manifeſto in eo eſt poſita, quod pro litteris λ et λ' tam grandem valorem invenimus ſcilicet ad viginti aſſurgentem. Facile enim intelligitur, ſi iſte valor fuiſſet vnitate vel adeo binario maior vel minor; inde harum lentium conſtructionem non ſenſibiliter fuiſſe mutatam vnde viciſſim colligitur, etiamſi hae lentes ſummo ſtudio fuerint elaboratae, tum maxime probabile fore, valorem litterae λ iis conuenientem non ſolum vnitate vel binario, ſed etiam magis a 20 eſſe diſcrepaturum, quod ſi eueniat, confuſio inde orta adeo multo erit maior, quam ſi lens obiectiua ſimplex adhiberetur; ex quo manifeſtum eſt, perfectam deſtructionem confuſionis poſterioris nullo plane modo ſperari poſſe, quare cum adhuc ante quam diuerſa vitri indoles erat comperta, hanc confuſionis ſpeciem tolerare ſumus coacti, et ſola deſtructione marginis colorati contenti eſſe debuimus, nunc etiam eo facilius huic conditioni renunciare poterimus, cum vitrum chryſtallinum adhibendo ſaltem hanc confuſionem quodammodo diminuere liceat, quem in finem exempla quae-

dam subiungamus, quae ad praxin facile accommodari posse videntur, cum pro litteris λ valores vnitate non multo maiores requirant, neque tamen a praescripta in problemate conditione multum abhorreant.

Exemplum I.

199. In formulis supra inuentis statuamus $\mathfrak{A} = -\frac{1}{2}$ et $\mathfrak{B} = 2$, hincque $A = -\frac{1}{3}$ et $B = -2$, manente littera $\mathfrak{C}$ aliquantillum minore vnitate, vt C fiat numerus praemagnus. Tum igitur erit ex formulis superioribus

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{3}{2}\zeta; \quad \frac{1}{PQ} = 1 + \frac{9}{4}\zeta;$$

vnde distantiae focales erunt

$$p = -\frac{1}{2}a; \quad q = \frac{2}{3}a + \zeta a;$$

$$r = \frac{2}{3}\mathfrak{C}(1 + \frac{9}{4}\zeta)a = \frac{2}{3}\mathfrak{C}a + \frac{3}{2}\mathfrak{C}\zeta a;$$

$$s = \frac{4}{3}C.\frac{b}{m} \text{ et } t = \frac{1}{3}s = \frac{4}{9}C.\frac{b}{m}.$$

Vt igitur hinc prodeat $s = 1$ dig. circiter casu $m = 1000$, debet esse $C = 100$, ideoque $\mathfrak{C} = \frac{100}{101}$. Interualla vero lentium erunt

$$\text{I}^{mum} \text{ et II}^{dum} = -\zeta p = \frac{1}{2}\zeta a.$$

$$\text{III}^{tium} = \frac{11.mas}{128} - \frac{1}{2}s \text{ et IV}^{tum} = \frac{2}{3}s.$$

Commode autem hic sumere poterimus

$$\zeta = \frac{1}{6}, \text{ vt sit } \frac{1}{P} = \frac{5}{4} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{11}{8}.$$

Tum

Tum vero primam lentem concauam ex vitro chryſtallino parari ponamus, quandoquidem hoc modo altera confuſio ſaltem diminuetur; ſecundam vero et tertiam ex vitro coronario; atque nunc prior confuſio ad nihilum redigetur, ſi fiat

$$8 \lambda = 6 . \nu + \frac{\mu' 5 \cdot 27}{\mu 4} \left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{\nu'}{4} \right) + \frac{\mu' 11 \cdot 27}{\mu 8^2} \left(1,03 \lambda'' + \frac{\nu'}{100} \right)$$

ſiue

$$\lambda = \frac{3}{4} \nu + \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{135}{32} \left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{\nu'}{4} \right) + \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{297}{512} \left(1,03 \lambda'' + \frac{\nu'}{100} \right)$$

Cum nunc ſit

$$\mu = 0,8724, \nu = 0,2529 \text{ et}$$

$$\mu' = 0,9875, \nu' = 0,2196.$$

ſumamus $\lambda' = \lambda'' = 1$. hincque fiet

$$\lambda = 0,1897 + \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{27}{512} \cdot 16,9622 \text{ ſeu}$$

$$\lambda = 1,2022; \text{ vnde fit } \tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 0,3946.$$

Ex quo ſequitur

Pro prima lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau \sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,9087} = -0.2620 . a$$

$$\text{poſter.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau \sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,1846} = 2,7086 . a$$

Pro ſecunda autem lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = -\frac{q}{1,2067} = -0.6906 . a$$

$$\text{poſter.} = \frac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho)} = \frac{q}{3,0935} = 0.2694 . a$$

Pro tertia lente erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{0,2410} = 3,7656.\,a$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{r}{1,0458} = 0,5514.\,a$$

Pro harum igitur trium lentium apertura communi sumi poterit

$x = 0,0655.\,a$; vnde fit $y = \frac{0,5240}{m}$;

hincque mensura claritatis fiet $= \frac{10,480}{m}$.

Constructio Microscopii ex quinque lentibus compositi & ad praxin magis accommodati.

200. Dantur hic distantia obiecti $= a$; et multiplicatio $= m$, et quartae lentis distantia focalis $= s$. hincque erit

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p = -\frac{1}{8}a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,2620.\,a \\ \text{poster.} = +2,7086.\,a \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $= 0,0655.\,a$

et distantia ad lentem secundam $= \frac{1}{12}.\,a$

II. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $q = 0,8333.\,a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,6906.\,a \\ \text{poster.} = +0,2694.\,a. \end{cases}$

eius-

eiusque diſtantia ad tertiam lentem $= \frac{1}{15} . a.$

III. Pro tertia lente itidem ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis $r = 0.9075. a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3,7656. a \\ \text{poſter.} = 0,5514. a \end{cases}$

eiusque diſtantia a lente quarta $\frac{11. mas}{128} - \frac{1}{2} s.$

IV. Perinde eſt, ex quonam vitri genere lens quarta conficiatur eiusque diſtantia focalis arbitrio noſtro permittitur, quae ſit $= s$, dummodo haec lens ſit vtrinque aeque conuexa, vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}. s.$

eius vero a lente quinta diſtantia ſtatuatur $= \frac{2}{3} s.$

V. Lens denique quinta ſeu ocularis habeat diſtantiam focalem $= \frac{1}{3} s$

et ſemidiametrum aperturae $= \frac{1}{12} s$

ſiquidem eſt vtrinque aequaliter conuexa; tum vero diſtantia oculi erit $= \frac{1}{6}. s.$

VI. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter erit, vt hactenus, $= \frac{4 \alpha}{ma + 8}$.

Menſura vero claritatis erit $= \frac{10,480}{m}$.

Exemplum.

201. Statuatur hic $\mathfrak{A} = -1$ et $\mathfrak{B} = 2$ hincque $A = -\frac{1}{2}$ et $B = -2$, sumaturque $\zeta = \frac{1}{6}$ fietque $\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$; $\frac{1}{PQ} = \frac{3}{2}$.

Quare fient distantiae focales

$$p = -a;\ q = \tfrac{4}{3}.\, a;\ r = \tfrac{3}{2}\,\mathfrak{C}.\, a;\ s = 2\,C.\, \tfrac{b}{m}$$

ideoque vicissim $C = \frac{ms}{2b}$ et $t = \frac{1}{3}.\, s$.

Interualla vero

$$I^{mum} \text{ et } II^{dum} = \tfrac{1}{6}\, a.$$

$$III^{tium} = \tfrac{1\,m.as}{32} - \tfrac{1}{2}\, s;\ IV^{tum} = \tfrac{2}{3}\, s.$$

Iam vt confusio prior ad nihilum redigatur, satisfieri oportet huic aequationi

$$\lambda = 2\nu + \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{4}{3}(\lambda' - 2\nu')$$
$$+ \tfrac{\mu'}{\mu}.\tfrac{3}{2}(1,03\,\lambda'' + \tfrac{\nu'}{100})$$

Statuatur iterum $\lambda' = \lambda'' = 1$ et vti in praecedente exemplo calculo facto reperietur

$$\lambda = 0.5058 + \tfrac{\mu'}{\mu}.\, 2,2960. \text{ seu}$$
$$\lambda = 3,0047. \text{ hinc ergo erit}$$
$$\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,2424. \text{ Ex quo erit}$$

Pro prima lente radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{p}{1,7816} = -0,5613.\, a$$

$$\text{poster.} = \frac{p}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = -\frac{p}{0,0575} = +17,3913.\, a.$$

Pro

Pro ſecunda lente erit vti in praecedente exemplo

radius $\begin{cases} \text{anter.} = -\frac{q}{1,2067} \\ \text{poſter.} = \frac{q}{3,3935} \end{cases}$

quare cum hic ſit $q = 1,3333.a$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,1049.a \\ \text{poſter.} = 0,4310.a \end{cases}$

Simili modo quoque pro tertia lente erit vt ante

radius $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{r}{0,2410} \\ \text{poſter.} = \frac{r}{1,6458} \end{cases}$

Cum igitur hic $r = \frac{3}{2}\mathfrak{C}.a = 1,4850.a$ erit

anter. $= 6,1618.a$;

poſter. $= 0.9023.a.$

Pro communi ergo harum lentium apertura ſumi poterit

$x = 0,1077.a$; vnde fit $y = \frac{0,8616}{m}$.

et menſura claritatis $= \frac{17,232}{m}$;

Ex quibus oritur ſequens

Conſtructio microſcopii ex quinque lentibus compoſiti.

202. Hic igitur dantur diſtantia obiecti $= a$; 2do multiplicatio $= m$ et 3tio diſtantia focalis quartae lentis $= s$ eritque

I. Pro

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino paranda, cuius diſtantia focalis eſt $p = -a$,

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,5613.a \\ \text{poſter.} = 17,3913.a. \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= 0,1077.a$

diſtantia ad lentem $II^{dam} = \frac{1}{6}a.$

II. Pro ſecunda lente, ex vitro coronario paranda, cuius diſtantia focalis $q = 1,3333.a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,1049.a \\ \text{poſter.} = 0,4310.a \end{cases}$

eiusque ad lentem tertiam diſtantia $= \frac{1}{6}a.$

III. Pro tertia lente itidem coronaria, cuius diſtantia focalis $r = 1,4850.a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 6,1618.a \\ \text{poſter.} = 0,9023.a \end{cases}$

et diſtantia ad lentem quartam $= \frac{3mas}{32} - \frac{1}{2}s.$

IV. Perinde eſt, ex quonam vitri genere lens quarta paretur, eiusque diſtantia focalis in noſtro arbitrio relinquitur, quae ſit $= s$, modo ſit vtrinque aeque conuexa; vnde aperturam admittet, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}s.$

eius vero a lente quinta interuallum $= \frac{2}{3}s.$

V. Lens

V. Lens denique quinta habeat diſtantiam focalem $= {}_{3} s$ et aperturam, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{12} s$ ſiquidem eſt vtrinque aeque conuexa et diſtantia oculi $O = \frac{1}{6} s$.

VI. Spatii in obiecto conſpicui ſemidiameter $= \frac{4a}{ma+s}$ et menſura claritatis $= \frac{17,232}{m}$.

Corollarium.

203. Hoc microſcopium ob duplicem cauſſam priori anteferendum videtur, 1°. quod diſtantiae focales trium priorum lentium hic ſint maiores, quam ante, reſpectu diſtantiae obiecti a: vnde hoc commodum naſcitur, quod etiamſi diſtantia obiecti a hic duplo minor capiatur, quam ante; tamen iſtae lentes non euadant nimis exiguae; vnde longitudo inſtrumenti fere ad ſemiſſem reduci poteſt; deinde etiam 2°. hic menſura claritatis fere duplo maior eſt, quam caſu praecedente.

Problema 3.

204. Si loco lentis obiectiuae quatuor lentes ſibi proximae ſubſtituantur, quarum binae priores ex vitro chryſtallino; poſteriores vero ex coronario ſint factae, manentibus binis vltimis lentibus, vt hactenus, microſcopium ita adornare, vt vtraque confuſio penitus tollaur.

Solutio.

Cum hic occurrant quinque interualla quarum tria prima sint minima, litterae P, Q, R parum ab vnitate recedent, littera T vero erit $= -1$; ita, vt sit $PQRS = \frac{ma}{b}$. Litterarum vero A, B, C, D, E haec vltima E erit $= -\frac{2}{3}$ ob $\mathfrak{E} = -2$, vt scilicet campus fiat vt hactenus $z = \frac{+a}{ma + 8}$. Iam spectetur distantia focalis quintae lentis

$$t = ABCD.\mathfrak{E}.\frac{b}{m} = -2ABCD.\frac{b}{m},$$

quae ne nimis fiat exigua, posito $ABCD = -\vartheta$, vt sit $t = 2\vartheta\frac{b}{m}$, numerus ϑ debet esse praemagnus. Nunc autem solutionem ita instruamus, vt litterae A, B, C, D ex calculo elidantur, huncque in finem statuamus breuitatis gratia

$$\frac{1}{P} = \alpha; \quad \frac{1}{PQ} = \beta; \quad \frac{1}{PQR} = \gamma,$$

quae ergo litterae α, β, γ ab vnitate non multum discrepabunt, vbi probe notetur, has litteras cum iis, quae supra sunt vsurpatae, confundi non debere. Cum iam distantiae focales quatuor priorum lentium sint

$$p = \mathfrak{A}.a; \quad q = -\alpha A\mathfrak{B}a;$$

$$r = \beta.AB\mathfrak{C}a; \quad s = -\gamma ABC\mathfrak{D}.a;$$

vnde colligitur

$$\frac{a}{p} = \frac{1}{\mathfrak{A}} = 1 + \frac{1}{A};$$

$$\frac{\alpha a}{q} = -\frac{1}{A\mathfrak{B}} = -\frac{1}{A} - \frac{1}{AB};$$

$$\frac{\beta a}{r} = \frac{1}{AB\mathfrak{C}} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{ABC};$$

$$\frac{\gamma a}{s} = -\frac{1}{ABC\mathfrak{D}} = -\frac{1}{ABC} - \frac{1}{ABCD};$$

manifeſtum ergo eſt, fore

$$\frac{1}{p}.a + \frac{\alpha}{q}.a + \frac{\beta}{r}.a + \frac{\gamma}{s}.a = 1 - \frac{1}{ABCD} = 1 + \frac{1}{\vartheta}.$$

Cum ergo ϑ ſit numerus praemagnus, proxime eſſe oportet

$$\frac{1}{p} + \frac{\alpha}{q} + \frac{\beta}{r} + \frac{\gamma}{s} = \frac{1}{a}.$$

quae eſt prima aequatio probe notanda. Secundam aequationem nobis ſuppeditabit deſtructio poſterioris confuſionis, quae, ſi breuitatis gratia loco fractionis $\frac{10}{7}$ ſeu quaecunque alia experientiae fuerit conſentanea, ſcribatur ζ, hoc modo exprimetur

$$0 = \frac{\zeta}{p} + \frac{\zeta\alpha^2}{q} + \frac{\beta^2}{r} + \frac{\gamma^2}{s}.$$

Tertia vero aequatio ex deſtructione confuſionis prioris eſt petenda, vbi cum expediat, vt litterae λ, λ', λ'', λ''' non multum vnitatem ſuperent, earumque valores ob litteras ν, ν' etc. parum adficiantur ſimulque vt vidimus, litterae μ et μ' parum diſcrepent, neglectis terminis a ν pendentibus ſtatuamus $\lambda = \lambda' = \lambda'' = \lambda''' = 1$ ac tertia noſtra aequatio ſequentem induet formam:

$$\frac{1}{p^3} + \frac{\alpha^4}{q^3} + \frac{\beta^4}{r^3} + \frac{\gamma^4}{s^3} = 0.$$

atque nunc totum negotium eo eſt reductum, vt his tribus aequationibus ſatisfiat, vbi quidem eſt notandum,

dum, primae aequationi ſatis adcurate ſatisfieri debere; pro duabus poſterioribus autem ſufficere, ſi iis propemodum fuerit ſatisfactum, quae reſolutio quo facilius inſtituatur, ponamus porro

$$\frac{1}{p} = \frac{z}{a}; \quad \frac{\alpha}{q} = \frac{y}{a}; \quad \frac{\beta}{r} = \frac{x}{a} \text{ et } \frac{\gamma}{s} = \frac{v}{a},$$

vt tres noſtrae aequationes prodeant.

$$\text{I. } z + y + x + v = 1.$$

$$\text{II. } \zeta z + \zeta \alpha y + \beta x + \gamma v = 0.$$

$$\text{III. } z^3 + \alpha y^3 + \beta x^3 + \gamma v^3 = 0.$$

in quibus duabus poſterioribus litterae α, β et γ ſine notabili errore pro vnitate haberi poterunt. Statuamus nunc quo reſolutio planior reddatur

$$z = f + g; \; y = f - g;$$

$$x = h + k; \; v = h - k;$$

et tres noſtrae aequationes abibunt in has:

$$\text{I}^\circ. \; f + h = \tfrac{1}{2}.$$

$$\text{II}^\circ. \; \zeta f + h = 0.$$

$$\text{III}^\circ. \; f(f^2 + 3g^2) + h(h^2 + 3k^2) = 0.$$

Ex duabus prioribus colligimus

$$f = \frac{1}{2(1-\zeta)}; \; h = \frac{\zeta}{2(\zeta - 1)};$$

et quia proxime $\zeta = \frac{3}{2}$; iam habemus hos duos valores

$$f = -1 \text{ et } h = \tfrac{3}{2}$$

qui

qui in tertia ſubſtituti dabunt

$$-1-3g^2+\frac{27}{8}+\frac{9}{2}k^2=0.$$

vnde concluditur

$$g=\sqrt{\tfrac{3}{2}k^2+\tfrac{19}{24}}$$

vbi nihil impedit, quominus k ſtatuatur $=0$; interim tamen quia ob litteras β et γ poſterior pars $h(h^2+3k^2)$ aliquantum augetur, eaque etiam tam ob terminos littera ν adfectos aliquod incrementum capit, quam ideo, quod haec pars inſuper per $\frac{\mu'}{\mu}$ multiplicari debet, quae fractio vnitate eſt maior, manifeſtum eſt, ſumi debere $g>\sqrt{\tfrac{19}{24}}$. Conuenientiſſime ergo ſumetur $g=1$. tum vero erit

$$z=0;\ y=-2;\ x=v=h.$$

hincque

$$p=\infty;\ q=-\frac{\alpha a}{2};\ r=\tfrac{2}{3}\beta a.\ \text{et}\ s=\tfrac{2}{3}\gamma a.$$

Cum igitur hic primae lentis diſtantia focalis fiat infinita, idem eſt ac ſi haec prima lens penitus tolleretur locoque obiectiuae tantum tres lentes ſubſtituerentur, quarum ſola prima ex vitro chryſtallino ſit paranda, et quia hic fit $\alpha=1$ et $\mathfrak{A}=-\frac{1}{2}$, idem plane hic habetur caſus, quem iam ſupra in probl. 2 euoluimus, ita vt ſuperfluum foret, hoc problema vlterius proſequi.

Scholion.

205. Hoc igitur problema ideo potiſſimum eſt notatu dignum, quod hic ſingulari prorſus methodo ſumus vſi eius ſolutionem inueſtigandi, quae in aliis occaſionibus inſignem vſum afferre poſſe videtur, ex quo etiam perſpicuum eſt, ne opus quidem eſſe, quicquam inſuper ad hoc caput adjicere.

CAPVT

CAPVT IV.

DE VLTERIORI AMPLIFICATIONE CAMPI HVIC MICROSCOPIORVM GENERI CONCILIANDI.

Problema I.

206.

Cuiuscunque indolis fuerit lens obiectiua, post imaginem realem duas adhuc lentes ita disponere, vt margine colorato euanescente, campus maximus euadat.

Solutio.

Quemadmodum in superiori capite vidimus, naturam lentis obiectiuae siue sit simplex siue multiplicata nihil in lentibus posterioribus mutare, ita vicissim multiplicatio lentium posteriorum neutiquam lentem obiectiuam adficiet; quamobrem considerabimus hic lentem obiectiuam vt simplicem, quandoquidem determinationes, quas inueniemus aeque ad omnes multiplicatas quoque erunt accommodatae. Cum igitur iam habeantur tria interualla, litterarum P, Q, R se-

R secunda erit negatiua hincque ponatur

$$Q = -k, \text{ vt sit } P k R = \frac{ma}{b}$$

distantiae igitur focales erunt

$$p = \mathfrak{A} a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{Pk}.a \text{ et } s = + ABC\frac{b}{m};$$

vnde concluditur, fore $\mathfrak{C} > 1$ hinc $C < 0$. Tum vero interualla erunt

$$I^{mum} = A a\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -A B a\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{Pk}\right)$$

$$III^{tium} = A B C. a\left(-\frac{1}{Pk} + \frac{b}{ma}\right);$$

vnde sequitur $R < 1$. Cum porro pro campo apparente sit $z = \frac{\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s}}{ma + b}.ab\xi$ vt campus fiat maximus, debet esse $\mathfrak{q} = 1$, $\mathfrak{r} = 1$ et $\mathfrak{s} = 1$. vt fiat

$$z = \frac{3ab}{ma + b}.\xi \text{ ex quo erit } M = \frac{3b}{ma + b};$$

hincque aequationes fundamentales

$$1^{\circ}.\; -\mathfrak{B} = (P - 1) M = \frac{3.b(P-1)}{ma + b};$$

$$2^{\circ}.\; \mathfrak{C} = (P k + 1) M - 1.$$

Pro loco oculi vero distantia

$$O = \frac{s.d}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{s}{Ma}.\frac{b}{m} = \frac{1}{3}s\left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Margo autem coloratus destruetur ope huius aequationis $0 = \frac{1}{P} - \frac{1}{Pk} - \frac{1}{PkR}$ vnde inuenitur $k = 1 + \frac{1}{R}$.

Quia

Quia vero debet esse $R < 1$, statuamus $R = \frac{1}{2}$ fietque

$$k = 3 \text{ et } PkR = \tfrac{3}{2}P = \frac{ma}{b},$$

ita, vt sit

$$P = \frac{2ma}{3b} \text{ et } Pk = \frac{2ma}{b},$$

ex quo concluditur

$$\mathfrak{C} = \left(\frac{2ma + b}{b}\right) M - 1 \text{ seu}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{6ma + 3b}{ma + b} - 1 = \frac{5ma + 2b}{ma + b}$$

pro magnis igitur multiplicationibus erit $\mathfrak{C} = 5$ hincque $C = -\frac{5}{4}$. Ex priore vero aequatione prodit

$$\mathfrak{B} = \frac{3b - 2ma}{3b};\ M = \frac{3b - 2ma}{ma + b}$$

et pro magnis multiplicationibus

$$\mathfrak{B} = -2 \text{ et } B = -\tfrac{2}{3}.$$

Statuamus igitur

$$\mathfrak{B} = -2;\ B = -\tfrac{2}{3};\ \mathfrak{C} = 5 \text{ et } C = -\tfrac{5}{4},$$

dum est, vt vidimus,

$$P = \frac{2ma}{3b},\ k = 3 \text{ et } R = \tfrac{1}{2}$$

fientque distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}.\, a;\ q = \frac{3Ab}{m};$$

$$r = \frac{5Ab}{3m} \text{ et } s = \frac{5Ab}{6m} = \tfrac{1}{2}r$$

 et

et interualla lentium

$$\text{I}^{mum} = A\,a\left(1 - \frac{3b}{2ma}\right);$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{4Ab}{3m};\quad \text{III}^{tium} = \frac{5Ab}{2m};$$

Ne igitur diſtantiae focales poſteriorum lentium fiant nimis paruae, neceſſe eſt, vt A ſit numerus praemagnus ideoque $\mathfrak{A} = 1$ proxime, vnde patet has determinationes lentem obiectiuam non adficere et perinde valere vtcunque lens obiectiua fuerit comparata, quamobrem iam conueniet, loco litterae A diſtantiam focalem q in computum introducere, vt ſit $A = \frac{mq}{3b}$ ſicque fient diſtantiae focales ſequentium lentium

$$r = \frac{5q}{9} \text{ et } s = \frac{5q}{18}.$$

et interualla erunt

$$\text{I}^{mum} = \frac{mqa}{3b}\left(1 - \frac{3b}{2ma}\right) = \frac{maq}{3b} - \frac{1}{2}q;$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{4q}{9};\quad \text{III}^{tium} = \frac{5q}{36};$$

et diſtantia oculi proxime $O = \frac{1}{3}s = \frac{5q}{54}$.

In omnibus igitur caſibus antea tractatis loco binarum lentium poſteriorum adhibere licebit has ternas lentes, dummodo interualla hic indicata obſeruentur hocque modo id lucri naſcetur, quod campus apparens augeatur in ratione 2 : 3 ſiquidem hic eſt

$$\zeta = \frac{3ab}{ma + b} \cdot \xi.$$

Coroll.

Coroll. 1.

207. Cum littera R arbitrio noſtro permittatur, dummodo ſit vnitate minor, ponamus, $R = \frac{2}{3}$ eritque $k = \frac{5}{2}$ et ob

$$PkR = \frac{ma}{b} \text{ erit } Pk = \frac{3ma}{2b} \text{ et } P = \frac{3ma}{5b};$$

vnde ſequitur

$$\mathfrak{C} = \frac{7}{2} \text{ et } \mathfrak{B} = -\frac{9}{5} \text{ hincque}$$

$$C = -\frac{7}{5} \text{ et } B = -\frac{9}{14}.$$

Coroll. 2.

208. Hoc ergo caſu $R = \frac{2}{3}$ fiet

$$q = \frac{3Ab}{m} \text{ hincque viciſſim } A = \frac{mq}{3b}$$

vnde ſequentes diſtantiae focales fient

$$r = \frac{3Ab}{2m} = \frac{1}{2}q \text{ et } s = \frac{3}{5}r = \frac{3}{10}q$$

et interualla lentium

$$I^{mum} = \frac{maq}{3b} - \frac{5}{9}q; \; II^{dum} = \frac{1}{2}q \text{ et}$$

$$III^{tium} = \frac{1}{3}s = \frac{1}{10}q.$$

Scholion.

209. Hic ſcilicet litteris $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ ex aequationibus fundamentalibus eos valores tribuimus, quos obtinerent, ſi multiplicatio m reuera eſſet infinite magna, neque vero hinc noſtra ſolutio erroris redargui poteſt, nequidem pro minoribus multiplicationibus,

 dum

dum enim hoc modo a veris harum litterarum valoribus recedimus nihil aliud inde eſt metuendum, niſi quod campus apparens non tantus ſit proditurus, quam hic ſuppoſuimus, quod vitium facile eſt condonandum, praecipue quoniam pro maioribus multiplicationibus nequidem fiet ſenſibile, quemadmodum iam ſupra obſeruauimus; quando autem in his determinationibus litteram m quaſi infinitam ſpectamus, quoniam P eam quoque inuoluit ob $M = \frac{3b}{ma}$ in eadem ſcilicet hypotheſi, habebimus in genere

$$\mathfrak{B} = -\frac{3b}{ma}.P \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{3b}{ma}.Pk - 1;$$

vbi probe notandum eſt, hanc hypotheſin $m = \infty$ tantum in his valoribus adhiberi; deinde litteram A, qua numerus praemagnus indicatur ex calculo extruſimus eiusque loco diſtantiam focalem q introduximus, ita, vt ſit $A = \frac{mq}{3b}$; vnde in genere reliquae erunt

$$r = \frac{(\mathfrak{B}+1)\mathfrak{C}.q}{k} \text{ et } s = -\frac{(\mathfrak{C}+1)Pkb.r}{ma} = -\frac{(\mathfrak{B}+1)\mathfrak{C}.Pbq}{ma}.$$

Tum vero etiam interualla lentium

$$\text{I}^{mum} = \frac{maq}{3b} - \frac{maq}{3bP};$$

$$\text{II}^{dum} = (\mathfrak{B}+1)(1+\tfrac{1}{k})q = \frac{(k+1)}{\mathfrak{C}}.r.$$

$$\text{III}^{tium} = (1 - \frac{ma}{Pkb})s = (1 - R)s.$$

Cum autem ſit $P = \frac{ma}{bkR}$, valores hic aſſignati ſequenti modo multo concinnius exprimentur:

$\mathfrak{B} =$

$$\mathfrak{B} = -\frac{3}{kR};\ \mathfrak{C} = \frac{1}{R} - 1.$$

$$B = -\frac{1}{3+kR};\ C = -\frac{3+R}{1-2R}.$$

Deinde diſtantiae focales

$$r = \frac{3-R}{3+kR}\cdot q;\ s = \frac{(3-R)q}{(3+kR)(3-2R)} \text{ ſeu } s = \frac{r}{3-2R};$$

ac denique interualla

$$\text{I}^{mum} = \frac{maq}{3h} - \frac{kRq}{3};$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{R(k+1).r}{3-R};$$

$$\text{III}^{tium} = (1-R)s;$$

exiſtente diſtantia oculi proxime $O = \frac{1}{3}s$.

Hactenus autem nondum rationem habuimus marginis colorati, cuius deſtructio poſtulat, $k = 1 + \frac{1}{R}$ vnde formulae inuentae in ſequentes abibunt:

$$\mathfrak{B} = -\frac{3}{R+1};\ \mathfrak{C} = \frac{1}{R} - 1;$$

$$B = -\frac{3}{R+4};\ C = -\frac{3+R}{3-2R};$$

$$r = \frac{3-R}{4+R}\cdot q;\ s = \frac{r}{3-2R} = \frac{(3-R)q}{(3-2R)(4+R)}$$

et interualla

$$\text{I}^{mum} = \frac{maq}{3h} - \frac{(R+1)}{3}q;$$

$$\text{II}^{dum} = \frac{(2R+1).r}{3-R} = \frac{2R+1}{4+R}\cdot q;$$

$$\text{III}^{tium} = (1-R)s.$$

Has igitur determinationes cum ſingulis microſcopiorum ſpeciebus quas in praecedentibus capitibus de-

 ſcrip-

fcripfimus, combinare licebit, ficque obtinebitur fequens

Conftructio generalis microfcopiorum huius generis qua eorum campus in ratione fesquialtera augetur.

210. Hic iterum diftantia obiecti a pro lubitu affumi poteft perinde ac multiplicatio m; tum vero etiam diftantia focalis q arbitrio noftro permittitur, quam tantam affumi conuenit, vt poftrema lens ocularis non fiat nimis parua; praeterea vero quoque fractio R ab arbitrio noftro pendet, dummodo ea vnitate fit minor; hic autem accipiamus $R = \frac{1}{2}$, qui valor ad praxin maxime accommodatus videtur:

I. Siue lens obiectiua reuera fit fimplex fiue ex duabus pluribusue lentibus proxime fibi iunctis compofita, ea hic vt vnica fpectetur, ita, vt eius loco omnes conftructiones in fuperioribus capitibus datae fubftitui poffint atque inde dabitur eius aperturae femidiameter $= x$; tum vero eius a fecunda lente diftantia erit $= \frac{maq}{3b} - \frac{1}{2}q$; quod autem interuallum ob indolem lentis obiectiuae aliquantum immutari poteft, cuius tamen ratio in praxi non attendi meretur.

II. Pro fecunda lente notandum eft eam aeque ac fequentes ex quouis vitri genere parari poffe, dummodo fint vtrinque aequaliter conuexae, vt ipfis maxima

xima apertura tribui poſſit. Sit igitur ſecundae lentis diſtantia focalis $= q$ eritque diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{4}{9} q$.

III. Pro tertia lente eius diſtantia focalis capiatur $r = \frac{5}{9} q$ et diſtantia ad quartam lentem $= \frac{5}{36} q$.

IV. Pro quarta lente eius diſtantia focalis capiatur $s = \frac{5}{18} q$ et diſtantia ad oculum $O = \frac{1}{3} s$ proxime.

V. Nunc autem ſpatii in obiecto conſpicui erit ſemidiameter

$$\zeta = \frac{3ab}{ma+b}. \xi = \frac{3}{4}. \frac{ab}{ma+b}$$

et menſura claritatis eadem manebit, vt ante, ſcilicet $= 20. \frac{bx}{ma}$, dum nempe menſurae in digitis exprimuntur.

Coroll. I.

211. Si ergo nolimus, vt lens ocularis minor fiat, quam $\frac{1}{3}$ dig. poſito $s = \frac{1}{3}$ dig. ſumi debebit $q = \frac{6}{5}$ dig. hincque interuallum primum $= \frac{2ma}{5b} - \frac{3}{5}$ dig. at ſi in ſuperioribus lens ocularis etiam ſtatuatur $= \frac{1}{3}$ dig. penultima fit 1 dig. et idem interuallum prodit circiter; vnde patet praeſenti caſu longitudinem inſtrumenti notabiliter fore minorem.

Proble-

Problema 2.

212. Cuiuscunque indolis fuerit lens obiectiua, poſt imaginem realem tres adhuc lentes ita diſponere, vt, margine colorato euaneſcente, campus euadat maximus.

Solutio.

Cum hic habeantur quatuor interualla litterarum P, Q, R, S ſecunda iterum erit negatiua ſitque ergo $Q = -k$, vt fiat $PkRS = \frac{ma}{b}$. Diſtantiae ergo focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}.a}{Pk};\ s = \frac{ABC\mathfrak{D}.a}{PkR};$$

$$t = -ABCD.\frac{b}{m} = -\frac{ABCD.a}{PkRS};$$

vnde ſi loco A littera q in calculum introducatur ob

$$A = -\frac{Pq}{\mathfrak{B}a} \text{ erit } r = \frac{B\mathfrak{C}q}{\mathfrak{B}k};$$

$$s = -\frac{BC\mathfrak{D}q}{\mathfrak{B}kR};\ t = \frac{BCD.q}{\mathfrak{B}kRS}.$$

Simili modo interualla lentium per q ita reperientur expreſſa

$$I^{mum} = -\frac{Pq}{\mathfrak{B}} + \frac{1}{\mathfrak{B}}q;$$

$$II^{dum} = \frac{B}{\mathfrak{B}}(1 + \frac{1}{k})q;$$

$$III^{tium} = \frac{BC}{\mathfrak{B}k}(1 - \frac{1}{R})q;$$

$$IV^{tum} = -\frac{BCD}{\mathfrak{B}kR}(1 - \frac{1}{S})q.$$

Iam

Iam vt campus apparens prodeat maximus, ſtatuantur litterae $\mathfrak{q} = \mathfrak{r} = \mathfrak{s} = \mathfrak{t} = 1$, vt fiat $M = \frac{4b}{ma+b}$, campi ſemidiametro exiſtente

$$z = Ma\xi = \frac{4ab}{ma+b} \cdot \xi = \frac{ab}{ma+b},$$

ſumto $\xi = \frac{1}{4}$; qui ergo campus quaſi fit quadruplicatus, dum in problemate praecedente erat triplicatus, antea vero tantum duplicatus. Hinc ergo aequationes fundamentales dabunt

$$\mathfrak{B} = (1 - P)M; \ \mathfrak{C} = (1 + Pk)M - 1. \text{ et}$$
$$\mathfrak{D} = (1 + PkR)M - 2.$$

Cum autem ſufficiat, his formulis proxime ſatisfeciſſe, quia parum intereſt, etiamſi campus aliquantum fiat minor, ſpectemus multiplicationem m cum numero P quaſi infinitam, ac tum iſtae litterae concinnius ita exprimentur ob $M = \frac{4b}{ma}$;

$$\mathfrak{B} = -\frac{4b.P}{ma}; \text{ adeoque}$$
$$\frac{\mathfrak{B}}{P} = -\frac{4b}{ma}; \ \mathfrak{C} = \frac{4b.Pk}{ma} - 1;$$
$$\mathfrak{D} = \frac{4b.PkR}{ma} - 2, \text{ et cum fit } P = \frac{ma}{bkRS},$$

hae expreſſiones etiam commodius ita exprimentur:

$$\mathfrak{B} = -\frac{4}{kRS}; \ \mathfrak{C} = \frac{4}{RS} - 1; \ \mathfrak{D} = \frac{4}{S} - 2;$$

at ob conditionem, qua margo coloratus deſtrui debet, habebimus iſtam aequationem

$$0 = \frac{1}{P} - \frac{1}{Pk} - \frac{1}{PkR} - \frac{1}{PkRS}$$

 ex

ex qua nafcitur

$$k = 1 + \frac{1}{R} + \frac{1}{RS};$$

ita, vt litterae R et S arbitrio noftro permittuntur. Cum autem bina vltima interualla fiant certe fatis exigua, litterae R et S parum ab vnitate difcrepare poffunt; vnde litterae $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$ manifefto fient vnitate maiores hincque C et D negatiuae, dum e contrario littera $\mathfrak{B}$ ipfa, ac propterea etiam B funt negatiuae, quare vt noftra interualla lentium fiant pofitiua, euidens eft, effe debere $S < 1$ et $R < 1$; qua conditione obferuata nunc omnia momenta facile determinari poterunt.

Coroll. 1.

213. Cum igitur tam R, quam S fint fractiones vnitate minores, litterae k valor certe ternarium fuperabit, quoniam $\frac{1}{R} > 1$ et $\frac{1}{RS} > \frac{1}{R}$.

Coroll. 2.

214. Cum fit $\frac{P}{\mathfrak{B}} = -\frac{ma}{4b}$, erit primum interuallum $= \frac{maq}{4b} - \frac{kRS}{4}q$ cuius pars prior $\frac{maq}{4b}$ minor eft, quam cafu praecedentis problematis, ita, vt hic longitudo inftrumenti adhuc minor fit proditura.

Coroll. 3.

215. Has ergo quaternas lentes etiam cum omnibus lentibus obiectiuis fiue fimplicibus fiue compofitis,

pofitis, quas fupra defcripfimus, combinare licebit; vnde hoc infigne commodum affequemur, vt campus apparens prodeat quadruplicatus, cum in praecedentibus tantum effet duplicatus.

Exempl. I.

216. Cum litterae R et S debeant effe vnitate minores, confideremus cafum quafi fimpliciffimum et ponamus $R = \frac{1}{2}$ et $S = \frac{2}{3}$, vt fiat $RS = \frac{1}{3}$ hincque $k = 1 + 2 + 3 = 6$; ex his igitur valoribus, qui ad praxin fatis accommodati videntur, colliguntur litterae

$$\mathfrak{B} = -2;\ \mathfrak{C} = 11;\ \mathfrak{D} = 4;$$

$$B = -\tfrac{2}{3};\ C = -\tfrac{11}{10};\ D = -\tfrac{4}{3};$$

deinde ex diftantia focali q fequentes ita definientur:

$$r = \tfrac{11}{18}.q;\ s = \tfrac{22}{45}.q;\ t = \tfrac{11}{45}.q = \tfrac{1}{2}s.$$

denique vero interualla lentium

$$I^{mum} = \frac{maq}{4b} - \tfrac{1}{2}q;$$

$$II^{dum} = \tfrac{7}{18}q.$$

$$III^{tium} = \tfrac{11}{180}q = \tfrac{1}{4}t;$$

$$IV^{tum} = \tfrac{11}{135}q.$$

Exempl. II.

217. Statuamus nunc tam $R = \frac{1}{2}$, quam $S = \frac{2}{3}$ ac prodibit

$k = 1 + 2 + 4 = 7$, eritque

$\mathfrak{B} = -\frac{16}{7}$; $\mathfrak{C} = 15$; $\mathfrak{D} = 6$;

$B = -\frac{16}{23}$; $C = -\frac{15}{14}$; $D = -\frac{6}{5}$;

et diſtantiae focales ita per q exprimentur:

$$r = \frac{15}{23}q;\ s = \frac{90}{151}.q;\ t = \frac{36}{161}q;$$

et interualla

$$I^{mum} = \frac{maq}{4b} - \frac{7}{16}q;$$

$$II^{dum} = \frac{8}{23}q.$$

$$III^{tium} = \frac{15}{322}q;$$

$$IV^{tum} = \frac{18}{161}q.$$

Quod tandem ad locum oculi attinet, hic in genere erit

$$O = \frac{1}{4}t\left(1 + \frac{b}{ma}\right) = \frac{1}{4}t \text{ proxime.}$$

Problema 3.

218. Cuiuscunque indolis fuerit lens obiectiua, poſt imaginem realem quotcunque adhuc lentes; quarum numerus ſit $= i$, ita diſponere, vt, euaneſcente margine colorato, campus maximus euadat.

Solutio.

Si operatio inſtituatur, vt in problematibus antecedentibus, erit ſemper $Q = -k$ litterarumque ſequentium R S T etc. numerus erit $i - 1$. ſitque vltima

tima $= Z$; tum vero pro campo hic habebitur

$$M = \frac{(i+1)b}{ma+b} \text{ ideoque } z = \frac{(i+1)ab}{ma+b}.$$

Quodſi deinde etiam, vt ante, pro determinatione litterarum $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ multiplicationum m cum numero P vt infinite magnam conſideremus, reperiemus

$$\mathfrak{B} = -\frac{(i+1)bP}{ma}; \quad \mathfrak{C} = \frac{(i+1)bPk}{ma} - 1;$$

$$\mathfrak{D} = \frac{(i+1)bPkR}{ma} - 2; \quad \mathfrak{E} = \frac{(i+1)bPkRS}{ma} - 3;$$

etc.

Deſtructio vero marginis colorati dabit

$$k = 1 + \frac{1}{R} + \frac{1}{RS} + \frac{1}{RST} \cdots \frac{1}{RST..Z}$$

quorum terminorum numerus eſt i.

Nunc vero has litteras ita definiamus, vt fiat

$$\frac{1}{R} = 2; \quad \frac{1}{RS} = 3; \quad \frac{1}{RST} = 4; \quad \frac{1}{RSTV} = 5;$$

atque vltimus

$$\frac{1}{RSTV..Z} = i \text{ ideoque}$$

$$R = \tfrac{1}{2}; \quad S = \tfrac{2}{3}; \quad T = \tfrac{3}{4};$$

$$U = \tfrac{4}{5}; \ \ldots \ \text{ac tandem } Z = \frac{i-1}{i}.$$

Cum igitur hinc prodeat

$$k = 1 + 2 + 3 \ldots + i \text{ hoc eſt } k = \frac{i(i+1)}{2}.$$

et cum ſit

$$RST\ldots Z = \tfrac{1}{i}, \text{ erit } kRS\ldots Z = \frac{i+1}{2}.$$

 hincque

hincque

$$P = \frac{2ma}{(i+1)b} \text{ seu } \frac{1}{P} = \frac{(i+1)b}{2ma};$$

et hinc porro

$$\frac{1}{Pk} = \frac{b}{ima}; \quad \frac{1}{PkR} = \frac{2b}{ima};$$

$$\frac{1}{PkRS} = \frac{3b}{ima}; \quad \frac{1}{PkRST} = \frac{4b}{ima} \text{ etc.}$$

donec perueniatur ad $\frac{1}{PkRST..Z} = \frac{b}{ma}$.

Iam ex his formulis litterae noſtrae germanicae $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ etc. reperiuntur

$$\mathfrak{B} = -2; \quad \mathfrak{C} = i^2 + i - 1;$$

$$\mathfrak{D} = \frac{i^2+i-4}{2}; \quad \mathfrak{E} = \frac{i^2+i-9}{3};$$

$$\mathfrak{F} = \frac{i^2+i-16}{4} \text{ etc.}$$

$$B = -\tfrac{2}{3}; \quad C = \frac{i^2+i-1}{2-i-i^2};$$

$$D = \frac{i^2+i-4}{6-i-i^2}; \quad E = \frac{i^2+i-9}{12-i-i^2};$$

$$F = \frac{i^2+i-16}{20-i-i^2} \text{ etc.}$$

donec vltimus $\mathfrak{Z}$ fiat $= 1$.

Ex his igitur valoribus poterimus diſtantias focales omnium lentium poſt ſecundam per huius ipſius diſtantiam focalem q definire, quod facile praeſtabitur ſequenti modo:

$$\frac{r}{q} = \frac{B\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}k} = \tfrac{2}{3}\cdot\frac{i^2+i-1}{i^2+i}. \text{ ergo } r = \tfrac{2}{3}\cdot\frac{i^2+i-1}{i^2+i}\cdot q$$

$$\frac{s}{r} = -\frac{C\mathfrak{D}}{\mathfrak{C}R} = \frac{i^2+i-4}{i^2+i-2}; \text{ ergo } s = \frac{i^2+i-4}{i^2+i-2}\cdot r$$

$\frac{t}{s} =$

$$\frac{t}{s} = -\frac{\mathfrak{D}\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}S} = \frac{i^2+i-9}{i^2+i-6}; \text{ ergo } t = \frac{i^2+i-9}{i^2+i-6}\cdot s$$

$$\frac{u}{t} = -\frac{E.\mathfrak{F}}{\mathfrak{E}.T} = \frac{i^2+i-16}{i^2+i-12}; \text{ ergo } u = \frac{i^2+i-16}{i^2+i-12}\cdot t$$

ficque vlterius

$$v = \frac{i^2+i-25}{i^2+i-20}\,u;\quad w = \frac{i^2+i-36}{i^2+i-30}\,v;$$

etc.

Lentium interualla denique ita determinabuntur:

$$I^{mum} = -\tfrac{1}{\mathfrak{B}}(P-1)\,q = \frac{maq}{(i+1)b} - \tfrac{1}{2}q$$

$$II^{dum} = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{i^2+i+2}{(i^2+i-1)}\,r$$

$$III^{tium} = -\tfrac{1}{\mathfrak{D}}(R-1) = \frac{1}{i^2+i-4}\cdot s$$

$$IV^{tum} = -\tfrac{1}{\mathfrak{E}}(S-1) = \frac{1}{i^2+i-9}\cdot t$$

$$V^{tum} = -\tfrac{1}{\mathfrak{F}}(T-1) = \frac{1}{i^2+i-16}\cdot u$$

$$VI^{tum} = -\tfrac{1}{\mathfrak{G}}(U-1) = \frac{1}{i^2+i-25}\cdot v.$$

etc.

Coroll. I.

219. Si igitur fit $i = 1$. vt lens vnica poft imaginem realem reperiatur, erit $r = \frac{1}{3}q$; et interualla

$$1^{mum} = \frac{maq}{2b} - \tfrac{1}{2}q.$$

$$2^{dum} = 2r. \text{ et } O = \tfrac{1}{2}r\left(1 + \frac{b}{ma}\right)$$

Coroll.

Coroll. 2.

220. Si $i = 2$; vt ſint duae lentes poſt imaginem realem, earum diſtantiae focales erunt

$$r = \tfrac{5}{9} q \text{ et } s = \tfrac{1}{2} r = \tfrac{5}{18} q.$$

tum vero interualla

$$I^{mum} = \frac{maq}{3b} - \tfrac{1}{2} q.$$

$$II^{dum} = \tfrac{4}{5} r = \tfrac{4}{9} q.$$

$$III^{tium} = \tfrac{1}{2} s = \tfrac{5}{36} q. \text{ et } O = \tfrac{1}{3} s \left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Coroll. 3.

221. Si ſit $i = 3$, vt tres lentes poſt imaginem realem reperiantur, erit

$$r = \tfrac{11}{18} q; \; s = \tfrac{4}{5} r = \tfrac{22}{45} q; \; t = \tfrac{1}{2} s = \tfrac{11}{45} q;$$

tum vero interualla

$$I^{mum} = \frac{maq}{4b} - \tfrac{1}{2} q;$$

$$II^{dum} = \tfrac{7}{11} r = \tfrac{7}{18} q;$$

$$III^{tium} = \tfrac{1}{8} s = \tfrac{11}{180} q;$$

$$IV^{tum} = \tfrac{1}{3} t = \tfrac{11}{135} q.$$

Pro loco denique oculi

$$O = \tfrac{1}{4} t \left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

Coroll. 4.

222. Si ſit $i = 4$, vt quatuor lentes poſt imaginem realem reperiantur, earum diſtantiae focales erunt

$r =$

$r = \frac{19}{30} q;$

$s = \frac{8}{9} r = \frac{76}{135} q;$

$t = \frac{11}{14} s = \frac{418}{945} \cdot q;$

$u = \frac{1}{2} t = \frac{200}{945} q;$

tum vero interualla erunt

$I^{mum} = \frac{maq}{5b} - \frac{1}{2} q;$

$II^{dum} = \frac{11}{19} r = \frac{11}{30} q;$

$III^{tium} = \frac{1}{16} s = \frac{19}{540} q;$

$IV^{tum} = \frac{1}{11} t = \frac{38}{945} q;$

$V^{tum} = \frac{1}{4} u = \frac{200}{3780} q;$

et pro loco oculi

$O = \frac{1}{5} u (1 + \frac{b}{ma}).$

Coroll. 5.

223. Si fit $i = 5$, vt quinque lentes poft imaginem realem disponantur, erit

$r = \frac{29}{45} q;$

$s = \frac{13}{14} r = \frac{13 \cdot 29}{14 \cdot 45} q.$

$t = \frac{7}{8} s = \frac{7 \cdot 13 \cdot 29}{8 \cdot 14 \cdot 45} q.$

$u = \frac{7}{9} t = \frac{7 \cdot 13 \cdot 29}{2 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 45} q.$

$v = \frac{1}{2} u = \frac{7 \cdot 13 \cdot 20}{4 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 45} q.$

Tum vero interualla erunt

$I^{mum} = \frac{maq}{6b} - \frac{1}{2} q.$

$$\text{II}^{dum} = \tfrac{16}{29} \cdot r = \tfrac{16}{45} \cdot q.$$

$$\text{III}^{tium} = \tfrac{1}{26}\, s = \tfrac{29}{2 \cdot 14 \cdot 45} \cdot q.$$

$$\text{IV}^{tum} = \tfrac{1}{21}\, t = \tfrac{13 \cdot 29}{3 \cdot 8 \cdot 14 \cdot 45} \cdot q.$$

$$\text{V}^{tum} = \tfrac{1}{14}\, u = \tfrac{13 \cdot 29}{4 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 45}\, q.$$

$$\text{VI}^{tum} = \tfrac{1}{5}\, v = \tfrac{7 \cdot 13 \cdot 20}{4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 45} \cdot q$$

ac denique

$$O = \tfrac{1}{6}\, v \left(1 + \frac{b}{ma}\right).$$

SECTIO

SECTIO QVARTA.

DE

MICROSCOPIIS COMPOSITIS,

IN QVIBVS DVAE IMAGINES REALES OCCVRRVNT.

CAPVT I.

DE MICROSCOPIIS SIMPLICIORIBVS HVIVS GENERIS.

Praemonitum.

Cum microſcopia ad hanc ſectionem relata iterum ſitu erecto obiecta repraeſentent, litterae q, r, s, t etc. vna cum multiplicatione *m* eadem retinent ſigna, quae in praeceptis generalibus ſunt vſurpata.

Problema 1.

224. Microſcopium huius generis ex tribus lentibus componere, eiusque qualitates et defectus inveſtigare.

Solutio.

Cum hic tantum tres lentes occurrant ideoque duo interualla, in quorum vtroque imago realis exiſtit, ambae litterae P et Q ſtatuendae ſunt negatiuae quamobrem ponamus $P = -k$ et $Q = -k'$. vt ſit $k k' = \frac{ma}{b}$; diſtantiae vero focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a; \quad q = \frac{A\mathfrak{B}.a}{k}; \qquad r = \frac{ABa}{kk'} = AB\frac{b}{m}.$$

Interualla vero lentium

$$I^{mum} = A\, a\left(1 + \frac{1}{k}\right);$$

$$II^{dum} = \frac{AB.a}{k}\left(1 + \frac{1}{k'}\right);$$

ita, vt prima imago realis diſtet a prima lente interuallo $= A\, a$ et a ſecunda interuallo $= \frac{Aa}{k}$; poſterior vero imago realis poſt lentem ſecundam cadit interuallo $= \frac{ABa}{k}$ et ante tertiam interuallo $= \frac{ABa}{kk'}$ ac ſi ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter ſit $= z$, ſemidiameter prioris imaginis erit $= A\, z$, quae eſt inuerſa; poſterioris vero $= A\, B\, z$, quae iterum eſt erecta. Hinc igitur patet, eſſe debere $A > 0$. et $B > 0$, vnde quoque fient $\mathfrak{A} > 0$ et $\mathfrak{B} > 0$, ita tamen, vt ſit $\mathfrak{A} < 1$ et $\mathfrak{B} < 1$. Tum vero erit

$z =$

$$z = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma-b} \cdot a b \xi \text{ et } M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}}{ma-b} \cdot b$$

vt ſit $z = M a \xi$. vnde nanciſcimur

$$\mathfrak{B} \mathfrak{q} = -(1+k) M;$$

ex quo perſpicuum eſt, cum $\mathfrak{B}$ ſit poſitiuum, fieri $\mathfrak{q}$ negatiuum. eoque ergo campum apparentem diminui; quare, ne is penitus ad nihilum redigatur, tribui debebit litterae $\mathfrak{r}$ maximus valor, qui eſt vnitas et poſito $\mathfrak{q} = -\omega$, debet eſſe $\omega < 1$, cum ſit

$M = \frac{1-\omega}{ma-b} b$; deinde ob

$$\mathfrak{B} = \frac{1+k}{\omega} M = \frac{1+k}{\omega} \cdot \frac{1-\omega}{ma-b} \cdot b$$

quia $\mathfrak{B} < 1$. debebit eſſe

$$(1+k)(1-\omega) b < \omega (ma - b),$$

quae quidem conditio facile impletur, ſi fuerit

$\omega > \frac{(1+k)b}{ma+bk}$ et quia inſuper eſt $\omega < 1$,

ad hoc requiritur, vt ſit $ma > b$; quae quidem conditio pro maioribus multiplicationibus ſponte habet locum. Quodſi vellemus aſſumere $\omega = \frac{(1+k)b}{ma+bk}$, prodiret $\mathfrak{B} = 1$ hincque $B = \infty$ et inſtrumentum fieret infinite longum; ex quo perſpicuum eſt, neceſſario capi oportere $\omega > \frac{(1+k)b}{ma+bk}$.

Nunc etiam videamus, num margo coloratus deſtrui poſſit; quem in finem ante locus oculi examinari debet hac aequatione determinatus

$O = \frac{r}{Ma} \cdot \frac{b}{m}$ ob $\mathfrak{r} = 1$.

Quo-

Quoniam igitur r eſt poſitiuum, vtique erit $O > o$. vnde pro deſtructione marginis colorati habebitur iſta aequatio $o = \frac{\omega}{k} + \frac{1}{kk'}$; quod cum fieri nequeat, manifeſtum eſt, huiusmodi microſcopia inſigni vitio marginis colorati laborare; ita, vt ſuperfluum foret, in reliqua conſtructionis praecepta inquirere.

Coroll. 1.

225. Cum ob duas imagines reales pauciores, quam tres, lentes adhiberi nequeant, conſtructio in problemate contenta vtique eſt ſimpliciſſima, quae locum habere queat; quare cum eam repudiare cogamur, ad minimum quatuor lentibus vti oportebit.

Coroll. 2.

226. Quoniam formula pro deſtructione marginis colorati duabus conſtat partibus poſitiuis, iſta confuſio multo erit maior, quam in teleſcopiis et microſcopiis ex duabus tantum lentibus formatis ideoque multo minus tolerari poterit.

Scholion.

227. Cum igitur tribus lentibus hic propoſitis vnam ad minimum inſuper adiici oporteat, id tripliti modo fieri poterit, primo enim haec noua lens inter lentem obiectiuam et primam imaginem realem; ſecundo inſuper inter imaginem realem primam et ſecundam, ita, vt in hoc interuallo duae

lentes

lentes conſtituantur; tertio vero inter imaginem realem ſecundam et lentem ocularem. Verum hic tertius caſus eodem vitio laborabit, quod hic eſt reprehenſum; litterae enim P et Q eosdem retinebunt valores $-k$ et $-k'$, quippe quibus tantum tertia littera R adiungitur, ſicque littera $\mathfrak{q}$ retinebit quoque valorem negatiuum, qui ſit $\mathfrak{q} = -\omega$, vnde pro margine colorato deſtruendo habebitur, iſta aequatio

$$0 = \frac{\omega}{k} + \frac{\mathfrak{r}}{kk'} + \frac{\mathfrak{s}}{kk'R}$$

quae neutiquam ſubſiſtere poteſt, niſi vel $\mathfrak{r}$ vel $\mathfrak{s}$ capiatur negatiuum, quod autem cum iam $\mathfrak{q}$ habeat valorem negatiuum, neutiquam expedit, quoniam alioquin campus nimis redderetur anguſtus, quocirca tantum bini caſus priores nobis euoloendi relinquuntur.

Problema 2.

228. Microſcopia huius generis ita ex quatuor lentibus componere, vt ſecunda adhuc ante priorem imaginem realem cadat; tertia vero inter ambas imagines ideoque ſola ocularis poſt ſecundam imaginem, in quo id potiſſimum efficiatur, vt margo coloratus euaneſcat.

Solutio.

Hic ergo habentur tria interualla totidemque litterae P, Q et R, quarum duae poſteriores debent eſſe negatiuae. Ponamus itaque $Q = -k$ et $R = -k'$,

vt ſit $P k k' = \frac{ma}{b}$; diſtantiae porro focales harum lentium erunt

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a; \; r = -\frac{AB\mathfrak{C}.a}{Pk} \text{ et}$$

$$s = -\frac{ABC}{Pkk'}a. = -ABC.\frac{b}{m}$$

tum vero interualla lentium

$$I^{mum} = A a (1 - \tfrac{1}{P});$$

$$II^{dum} = -\frac{ABa}{P}(1 + \tfrac{1}{k});$$

$$III^{tium} = -\frac{ABCa}{Pk}(1 + \tfrac{1}{k'});$$

vnde patet, eſſe debere $-AB > 0$ et $C > 0$, deinde notetur, primam imaginem cadere poſt lentem ſecundam ad interuallum $= -\frac{ABa}{P}$ et ante tertiam interuallo $= -\frac{ABa}{Pk}$; poſteriorem vero imaginem cadere poſt lentem tertiam interuallo $= -\frac{ABCa}{Pk}$; et ante ocularem interuallo $= -\frac{ABCa}{Pkk'}$: praeterea vero imaginis prioris inuerſae radium eſſe $= AB z$; poſterioris vero erectae $= ABC. z.$, exiſtente

$$z = \frac{q + r + s}{ma - p}.ab\zeta. \text{ hincque } M = \frac{q + r + s}{ma - p}.b,$$

ita, vt ſit $z = Ma\xi$, quae quantitas per hypotheſin debet eſſe poſitiua; ex hoc autem valore deductae ſunt ſequentes formulae

$$\mathfrak{B} q = (P - 1) M;$$

$$\mathfrak{C} r = +(Pk + 1) M - q.$$

Ob conditionem $C > 0$ autem modo allatam debet eſſe $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. ex quo perſpicuum eſt, vel q

vel r

vel $\mathfrak{r}$ esse debere negatiuum. Vtrum igitur locum habeat, conueniet $\mathfrak{s}$ sumi positiue atque adeo poni $\mathfrak{s} = 1$. vt sit $M = \frac{1 + \mathfrak{q} + \mathfrak{r}}{ma - b} \cdot b$. Hinc autem oculi distantia post lentem ocularem prodibit $O = \frac{\mathfrak{s} s}{M} \cdot \frac{b}{ma\mathfrak{r}}$. quia igitur $s > 0$; haec distantia fiet positiua ideoque margo coloratus destruetur ope huius aequationis:

$$0 = \frac{\mathfrak{q}}{P} - \frac{\mathfrak{r}}{Pk} + \frac{1}{Pkk'}.$$

quae neutiquam subsistere posset, si esset $\mathfrak{r} < 0$, vnde necesse est, vt sit $\mathfrak{q} < 0$. Statuatur ergo $\mathfrak{q} = -\omega$, eritque $\frac{1}{k'} = k\omega + \mathfrak{r}$, atque nunc nouimus esse debere

$$\mathfrak{B} = \frac{1 - P}{\omega} \cdot M \text{ et } \mathfrak{C} = -\frac{(Pk + 1)M + \omega}{\mathfrak{r}}$$

qui valor cum esse debeat positiuus, erit

$$(Pk + 1)M < \omega, \text{ hincque } \omega > \frac{(Pk + 1)(1 + \mathfrak{r})b}{ma + Pkb}.$$

Cum autem sit

$$\frac{ma}{b} = Pkk' = \frac{Pk}{k\omega + \mathfrak{r}}$$

orietur haec aequatio

$$Pk^2\omega^2 + \omega(1 + \mathfrak{r})(P - Pk - 1)k$$
$$- (Pk + 1)(1 + \mathfrak{r})\mathfrak{r} > 0$$

quae aequatio conditionem continet, secundum quam littera ω debet definiri. Definitis autem conuenienter litteris ω et $\mathfrak{r}$ indeque deductis valoribus $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ saltim quam proxime, reliqua elementa innotescunt; tum vero nihil aliud superest, nisi vt apertura lentis obiectiuae ex aequatione pro semidiametro confusionis determinetur.

Coroll. 1.

229. Ponamus breuitatis gratia

$$\frac{ma}{b} = \mathfrak{M}, \text{ vt fit } M = \frac{1-\omega+\mathfrak{r}}{\mathfrak{M}-1},$$

et habebimus

$$Pk = \mathfrak{M}(k\omega+\mathfrak{r}) \text{ et } \mathfrak{B}\omega = (1-P)\left(\frac{1-\omega+\mathfrak{r}}{\mathfrak{M}-1}\right)$$

$$\text{et } (Pk+1)\frac{(1-\omega+\mathfrak{r})}{\mathfrak{M}-1} = \frac{(\mathfrak{M}(k\omega+\mathfrak{r})+1)(1-\omega+\mathfrak{r})}{\mathfrak{M}-1}$$

$= \omega - \mathfrak{C}\mathfrak{r}$; ex quo patet, fore $\omega > \mathfrak{C}\mathfrak{r}$, vbi conftat, effe $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$.

Coroll. 2.

230. Cum igitur ω notabiliter maius effe debeat, quam $\mathfrak{C}\mathfrak{r}$, videamus, an fieri poffit $\omega = \mathfrak{r}$; quem in finem ponamus $\omega = \mathfrak{r}$ et vltima aequatio fiet

$$\mathfrak{r}(1-\mathfrak{C}) = \frac{(\mathfrak{M}(1+k)\mathfrak{r}+1)}{\mathfrak{M}-1};$$

vnde concluditur

$$\mathfrak{r} = \frac{-1}{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}+k)+1-\mathfrak{C}}$$

quod, cum effe debeat $\mathfrak{r} > 0$, fieri nequit, ficque etiam certum eft, effe debere $\omega > \mathfrak{r}$, ita, vt campus ne ad valorem eius fimplicem quidem $z = \frac{ab\xi}{ma-b}$ augeri poffit ob $1-\omega+\mathfrak{r} < 1$.

Coroll. 3.

231. Cum igitur fit $\omega - \mathfrak{r} > 0$; plurimum intereft, noffe, quomodo ifti formulae minimus valor con-

concilietur; quem in finem litteris ω et $\mathfrak{r}$ vt variabilibus fpectatis hoc eueniet, fi fit $d\omega = d\mathfrak{r}$, cui regulae conuenienter differentietur noftra aequatio:

$$(\omega - \mathfrak{C}\mathfrak{r})(\mathfrak{M} - 1) = (\mathfrak{M}(k\omega + \mathfrak{r}) + 1)(1 - \omega + \mathfrak{r})$$

ac prodibit

$$(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1) = \mathfrak{M}(1 - \omega + \mathfrak{r})(k + 1)$$

vnde colligimus

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = \frac{(1-\mathfrak{C})(\mathfrak{M}-1)}{\mathfrak{M}(k+1)}$$

ita, vt fit $M = \frac{1-\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}(k+1)}$, quae formula praebet maximum campum, quem quidem obtinere licet. Hic autem campus maximus obtinebitur capiendo

$$\omega = \mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}+k)+1-\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}(k+1)}$$

qui valor in noftra aequatione fubftitutus dabit

$$\mathfrak{r}(1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1) + \frac{(\mathfrak{M}-1)^2\mathfrak{C} + (\mathfrak{M}-1)(\mathfrak{M}k+1)}{\mathfrak{M}(k+1)}$$

$$= \frac{(1-\mathfrak{C})(\mathfrak{M}-1)}{(k+1)}\left(\mathfrak{r}(k+1) + \frac{(\mathfrak{M}-1)k\mathfrak{C} + \mathfrak{M}k^2 + k}{\mathfrak{M}(k+1)}\right)$$

vbi membra litteram $\mathfrak{r}$ continentia fe mutuo tollunt, relinquitur haec aequatio

$$(1 - \mathfrak{C})(1 + \mathfrak{C}k) + \mathfrak{M}(\mathfrak{C} + k)(\mathfrak{C}k + 1) = 0$$

quae reducitur ad hanc

$$\mathfrak{M}(\mathfrak{C} + k) + 1 - \mathfrak{C} = 0;$$

quae cum fit impoffibilis, fequitur, hunc campum maximum ne quidem obtineri poffe.

Scholion.

232. Parum vero refert, vtrum campum illum maximum obtinere queamus nec ne, cum etiam hic non desint remedia, campum pro lubitu amplificandi; quare relicta hac inuestigatione aliquot casus euoluamus, qui ad praxin inprimis accommodati videntur ac primo quidem apparet litteram P vnitati non nimis vicinam assumi posse, quia tum secunda lens primae tam esset propinqua, vt ambae tanquam vna spectari possent: ex quo casus praecedente problemate tractatus resultaret, quem locum habere non posse vidimus. Quamobrem pro P numerum satis magnum accipi conueniet, deinde etiam cum semper sit $\omega > \mathfrak{r}$, e re erit $\mathfrak{r}$ quam minimum accipere, denique etiam vt ad campum maximum quantum fieri licet appropinquemus, conueniet litteras k et $\mathfrak{C}$ quam minimas assumi.

CASVS I.

quo $P = \infty$.

Hoc ergo casu fit interuallum primum $= Aa$, ideoque $A > 0$ et $\mathfrak{A} < 1$. ac secunda lens cadet in ipsam imaginem primam, cuius distantia focalis ne fiat $= 0$. debet esse $\mathfrak{B} = \infty$ ita, vt sit

$$\frac{P}{\mathfrak{B}} = -\zeta \text{ hincque } q = \frac{Aa}{\zeta}.$$

Deinde cum sit $r = -\frac{AB\mathfrak{C}a}{Pk}$, ob $\mathfrak{B} = \infty$ fit $B = -1$

et

et ob $\mathfrak{C} \lessgtr 1$ manifestum est, esse debere $k = 0$, vt fieri possit Pk quantitas finita, at quia $k = 0$ erit $\frac{1}{k'} = \mathfrak{r}$, hincque $Pk = \mathfrak{M}\mathfrak{r}$ existente $\mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$; ex quo erit

$$r = \frac{A\mathfrak{C}a}{\mathfrak{M}\mathfrak{r}}, \text{ et } s = A\,C.\frac{b}{m};$$

vnde pro magnis multiplicationibus esse debet C numerus praemagnus hincque $\mathfrak{C}$ ab vnitate parum deficere. Reliqua vero interualla erunt

$$II^{dum} = \frac{Aa}{\mathfrak{M}\mathfrak{r}} = \frac{r}{\mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$III^{tium} = \frac{AC.a}{\mathfrak{M}\mathfrak{r}}(1 + \mathfrak{r}) = (1 + C)r + s.$$

Praeterea vero distantia oculi erit $O = \frac{s}{M\mathfrak{M}}$.

Nunc autem cum sit $M = \frac{1-\omega+\mathfrak{r}}{\mathfrak{M}-1}$; hunc valorem in binis formulis $\mathfrak{B}\omega$ et $\mathfrak{C}\mathfrak{r}$ non substituamus, sed in iis litteram M retineamus, quo eam facilius deinceps definire queamus; tum autem ob $\frac{P}{\mathfrak{B}} = -\zeta$ ex priore inuenimus $\omega = \zeta M$ ex posteriore vero

$$\mathfrak{C}\mathfrak{r} = -M - \mathfrak{M}\mathfrak{r}M + \zeta M \text{ siue}$$

$$\mathfrak{r}(\mathfrak{C} + M\mathfrak{M}) = (\zeta - 1)M \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{r} = \frac{(\zeta-1)M}{\mathfrak{C}+M\mathfrak{M}}, \text{ hinc ergo colligimus}$$

$$\omega - \mathfrak{r} = \frac{(\mathfrak{C}+M\mathfrak{M}-1)\zeta M + M}{\mathfrak{C}+M\mathfrak{M}} \text{ vel}$$

$$\omega - \mathfrak{r} = \frac{(\mathfrak{M}M\zeta - (1-\mathfrak{C})\zeta + 1)M}{\mathfrak{M}M + \mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{M}M + \mathfrak{C} - \mathfrak{M}M^2\zeta + (1-\mathfrak{C})\zeta M - M}{\mathfrak{M}M + \mathfrak{C}}$$

quae

quae expressio aequalis esse debet huic $(\mathfrak{M}-1)M$; vnde nascitur haec aequatio:

$$M^2\mathfrak{M}(\mathfrak{M}-1+\zeta)-M(1-\mathfrak{C})(\mathfrak{M}-1+\zeta)-\mathfrak{C}=0$$

ex qua, cum sit proxime $\mathfrak{C}=1$, colligimus etiam proxime $M=\frac{1}{\sqrt{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}-1+\zeta)}}$; adcuratius vero erit

$$M=\frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}}+\sqrt{\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}.(\mathfrak{M}-1+\zeta)}}$$

revera autem

$$M=\frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}}+\sqrt{\left(\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}.(\mathfrak{M}-1+\zeta)}+\frac{(1-\mathfrak{C})^2}{4\mathfrak{M}^2}\right)}$$

quo valore inuento simul innotescunt litterae ω et r, vnde reliqua omnia determinabuntur. Denique pro apertura lentis obiectiuae determinanda, quia nulla ratio vitri diuersitatem suadet, satisfieri debet huic aequationi:

$$\frac{1}{k^3}=\frac{\mathfrak{M}\mu x^3}{a^3}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3}+\frac{\nu}{A\mathfrak{A}}-*+\frac{r\lambda'}{A+a}+*\right)$$

vbi terminus secundus sponte euanuit, tertius vero ob C numerum praemagnum tuto reiici potest; vnde si hic factor posterior ponatur $=A$, reperitur

$$x=\frac{a}{k}\sqrt[3]{\frac{1}{\mathfrak{M}\mu A}}.$$

Coroll. I.

233. Quia $\mathfrak{M}$ est numerus praemagnus, loco factoris $\mathfrak{M}-1+\zeta$ scribere licebit $\mathfrak{M}$, siquidem ζ non fuerit numerus valde magnus; nulla autem ratio suadet pro ζ tantum numerum adhibere; sufficit enim

enim, vt capiatur $\zeta > 1$, ne $\mathfrak{r}$ vel euanescat vel adeo negatiuum euadat. Tum igitur erit

$$M = \frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{M}^2} + \frac{(1-\mathfrak{C})^2}{4\mathfrak{M}^2}\right)}$$
$$= \frac{1-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}} + \frac{1+\mathfrak{C}}{2\mathfrak{M}} = \frac{1}{\mathfrak{M}}$$

vnde viciffim colligitur

$$\omega = \frac{\zeta}{M} \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{\zeta - 1}{\mathfrak{M}(1+\mathfrak{C})}.$$

Coroll. 2.

234. Hinc ergo sequentes adipiscimur determinationes pro ipsa microscopii constructione:

1°. distantiae focales lentium erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = \frac{Aa}{\zeta};$$
$$r = \frac{A\mathfrak{C}(1+\mathfrak{C})a}{\zeta - 1} \text{ et } s = AC.\frac{b}{m} = \frac{AC.a}{\mathfrak{M}}.$$

2°. lentium interualla

$1^{mum} = Aa;$

$2^{dum}\ \frac{r}{\mathfrak{C}} = \frac{A(1+\mathfrak{C})a}{\zeta - 1}$ et

$3^{tium} = (1+C)r + s = \frac{AC(1+\mathfrak{C})a}{\zeta - 1} + \frac{ACa}{\mathfrak{M}}$

tum vero distantia oculi erit $O = s$.

3°. pro apertura inuenienda erit

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} - * + \frac{(1+\mathfrak{C})}{A^3(\zeta-1)}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) + \frac{\lambda'''}{A^3C^3\mathfrak{M}}$$

vbi membrum vltimum manifesto omitti potest.

Scholion.

235. Iam innuimus, nullam rationem suadere, cur pro ζ numerum satis notabilem accipere velimus, interim tamen tertium interuallum, quod est

$$\frac{AC(1+\mathfrak{C})\alpha}{\zeta-1}+\frac{AC.\alpha}{\mathfrak{M}}$$

fieri videtur nimis magnum, nisi ζ vnitatem multum superet, quoniam pro C numerum satis magnum assumi conuenit atque etiam A numero satis notabili aequari debet. Interim tamen semper praestabit, maiorem instrumenti longitudinem tolerare, quam campum restringere. Verum etiamsi ζ maius acciperemus, vt mensurae prodeant ad praxin magis accommodatae; nullum aliud incommodum inde esset metuendum, nisi quod campus minor esset reuera futurus, quam intendimus; quem vero defectum aliquot insuper lentibus adiungendis facile supplere licebit. At vero plurimum refert, vt numerus A satis notabilis accipiatur, vt $\mathfrak{A}$ satis prope ad vnitatem reducatur, id quod necessarium est, vt A satis exiguum reddatur hincque maior claritatis gradus obtineatur; quem in finem suficere videtur, dummodo statuatur $A = 6$; hinc enim fit $\mathfrak{A} = \frac{6}{7}$ ideoque $\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} = \frac{343}{216}\lambda$, qui valor sumto $\lambda = 1$ non multum superat $\frac{3}{2}$, qui per $\mu < 1$ multiplicatus certe infra $\frac{3}{2}$ reducitur; vnde iam satis notabilis valor pro x resultat. Si igitur statuatur $A = 6$, videamus quantum sumi oporteat C, ne s fiat nimis paruum etiam pro insigni multiplica-

plicatione $m = 960$. Quia itaque tum fit $s = \frac{48C}{960}$ dig. $= \frac{C}{20}$ dig. haec diſtantia non infra $\frac{1}{4}$ dig. deprimetur, dummodo $C = 5$ quare ſi ſtatuamus $C = 6$, vt ſit $\mathfrak{C} = \frac{6}{7}$, ex hac parte nihil erit metuendum; tum vero tertium interuallum euadit $\frac{36.3.a}{(2\zeta-1)q}$, omiſſo altero membro, ſiue $\frac{2.36.a}{\zeta-1} = \frac{72a}{\zeta-1}$; vnde ſi diſtantia obiecti ſit dimidii digiti, hoc interuallum erit $\frac{36}{\zeta-1}$ dig. quod ergo ſumto $\zeta = 3$ vel $\zeta = 4$, iam fit tam modicum, vt nulla poſſit eſſe ratio de eo conquerendi.

CASVS II.

quo $\mathfrak{r} = 0$.

Hoc ergo caſu erit $\frac{1}{k} = k\,\omega$ ideoque $P = \mathfrak{M}\,\omega$ tum vero $M = \frac{1-\omega}{\mathfrak{M}-1}$. Hinc aequationes ex campo deductae erunt

$$\text{I. } \mathfrak{B}\,\omega = \frac{(1-\mathfrak{M}\omega)(1-\omega)}{\mathfrak{M}-1}.$$

$$\text{II. } \mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = -\frac{(\mathfrak{M}k\omega+1)(1-\omega)}{\mathfrak{M}-1} + \omega = 0.$$

Cum igitur $P = \mathfrak{M}\,\omega$, erit $\omega = \frac{P}{\mathfrak{M}}$ et $1 - \omega = \frac{\mathfrak{M}-P}{\mathfrak{M}}$; vnde patet, P minus eſſe debere, quam $\mathfrak{M}$. Hic autem valor in aequatione poſteriore ſubſtitutus dabit $k = \frac{\mathfrak{M}(P-1)}{P(\mathfrak{M}-P)}$, vnde cum $k > 0$ patet eſſe debere $P > 1$. hinc autem porro ſequitur, fore $A > 0$, hincque $\mathfrak{A} < 1$; deinde vero reperitur

$$B = -\frac{(P-1)(\mathfrak{M}-P)}{\mathfrak{M}(2P-1)-P^2}; \quad \mathfrak{B} = -\frac{(P-1)(\mathfrak{M}-P)}{P(\mathfrak{M}-1)};$$

vnde B etiam negatiuum valorem obtinet, vti rei natura poſtulat. Denique erit

$$k' = \frac{\mathfrak{M}}{Pk} = \frac{\mathfrak{M}-P}{P-1} \text{ et } M = \frac{\mathfrak{M}-P}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}-1)},$$

vnde campus cognoſcitur; hinc igitur patet, quo minus capiatur P, eo maiorem prodi turum eſſe campum et cum P vnitatem ſuperare debeat, ſemper erit $M < \frac{1}{\mathfrak{M}}$. His igitur valoribus inuentis habebimus

1°. diſtantias focales

$$p = \mathfrak{A}a;\; q = \frac{A(P-1)(\mathfrak{M}-P)a}{(\mathfrak{M}-1)};$$

$$r = \frac{A\mathfrak{C}.(\mathfrak{M}-P)^2.a}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P-1)-P^2)} \text{ et } s = \frac{AC.(P-1)(\mathfrak{M}-P)a}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P-1)-P^2)}$$

et interualla lentium

$$1^{mum} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$2^{dum} = \frac{A(\mathfrak{M}-P).a}{\mathfrak{M}P};$$

$$3^{tium} = \frac{AC.(\mathfrak{M}-P)(\mathfrak{M}-1).a}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P-1)-P^2)}.$$

Tum vero oculi diſtantia erit

$$O = \frac{s}{M\mathfrak{M}} = \frac{\mathfrak{M}-1}{\mathfrak{M}-P}.\, s$$

ac denique ſpatii in obiecto conſpicui erit ſemidiameter $z = \frac{\mathfrak{M}-P}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}-1)}.\, a\xi$. Aperturam vero lentis obiectiuae ex aequatione nota definire oportet, pro aperturis vero ſequentium lentium notetur eſſe $\omega = \frac{P}{\mathfrak{M}}$ et $\mathfrak{r} = 0$. Vnde colligitur ſemidiameter aperturae

lentis $II^{dae} = \frac{1}{P}x + \frac{Pq}{4\mathfrak{M}};$

lentis $III^{tiae} = \frac{x}{Pk} + 0 = \frac{\mathfrak{M}-P}{\mathfrak{M}(P-1)}.\, x;$

lentis $IV^{tae} = \frac{x}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{4}s.$

Coroll.

Coroll. 1.

236. Quoniam campus postulat, vt P satis paruum accipiatur, pro maioribus multiplicationibus licebit P prae $\mathfrak{M}$ negligere, vnde si P vnitatem non multum superet, distantiae focales ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = \frac{A.(P-1).a}{P};$$

$$r = \frac{A\mathfrak{C}.}{2P-1}.a \text{ et } s = \frac{AC}{\mathfrak{M}(2P-1)}.a.$$

deinde interualla lentium

$$I^{mam} = A a (1 - \tfrac{1}{P});$$

$$II^{dum} = \frac{Aa.}{P};$$

$$III^{tium} = \frac{AC.a}{2P-1.};$$

et distantia oculi $O = s.$

Coroll. 2.

237. Si ergo statuamus $P = 2$, fient distantiae focales

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = \tfrac{1}{2} A a.;$$

$$r = \tfrac{1}{3}. A\mathfrak{C}. a \text{ et } s = \tfrac{1}{3}. \frac{AC}{\mathfrak{M}}. a.$$

et interualla

$$I^{mum} = \tfrac{1}{2} A a;$$

$$II^{dum} = \frac{Aa}{2};$$

$$III^{tium} = \tfrac{1}{3} A C. a;$$

et pro campo $z = \frac{a\xi}{\mathfrak{M}}.$

Coroll. 3.

238. Si vt supra pro telescopiis fecimus statuamus $P = \sqrt{\mathfrak{M}}$ (quoniam quod ibi erat m, hic nobis est $\mathfrak{M}$) distantiae focales ita exprimentur:

$$p = \mathfrak{A}\, a;\quad q = \frac{A(\sqrt{\mathfrak{M}}-1)}{\mathfrak{M}+\sqrt{\mathfrak{M}}}\cdot a;$$

$$r = \frac{A\mathfrak{C}.(\sqrt{\mathfrak{M}}-1)}{2\mathfrak{M}}\cdot a;\quad s = \frac{AC(\sqrt{\mathfrak{M}}-1)}{2\mathfrak{M}\sqrt{\mathfrak{M}}}\cdot a;$$

et interualla lentium

$$I^{mum} = A\, a\left(\frac{\sqrt{\mathfrak{M}}-1}{\sqrt{\mathfrak{M}}}\right):$$

$$II^{dum} = \frac{Aa.(\sqrt{\mathfrak{M}}-1)}{\mathfrak{M}};$$

$$III^{tium} = \frac{AC.a.(\mathfrak{M}-1)}{2\mathfrak{M}.\sqrt{\mathfrak{M}}}.$$

Pro campo autem apparente erit

$$z = \frac{1}{\mathfrak{M}+\sqrt{\mathfrak{M}}}\cdot a\xi$$

et pro Oculi loco

$$O = \frac{\sqrt{\mathfrak{M}}+1}{\sqrt{\mathfrak{M}}}\cdot s = s\left(1+\frac{1}{\sqrt{m}}\right).$$

Scholion.

239. Casus in Coroll. vltimo euolutus apprime conuenit cum eo, quem supra in telescopiis tractauimus, vbi praecedentes casus, in quibus litterae p minores valores sunt tributi, penitus exclusimus, idque ob eam rationem, quia interuallum ertium enormiter magnum prodiisset. Cum enim pro telescopiis sit $b = a = \infty$, necesse est, vt sit $\mathfrak{A} = 0 = A$; ita

ita tamen, vt fiat $\mathfrak{A}a = Aa = p$ et $\mathfrak{M} = m$. Tum autem in genere erit tertium interuallum

$$= \frac{C.(\mathfrak{M}-P)(\mathfrak{M}-1)p}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M}(2P-1)-P^2)}$$

quod, si P prae $\mathfrak{M}$ quasi euanescat, fiet $= \frac{C}{2P-1}.p$. quare cum C debeat esse numerus praemagnus, hoc solum interuallum multis partibus excessurum esset distantiam focalem p, ideoque longitudo telescopii prodiret enormiter magna; quos igitur casus merito supra exclusimus. Nunc autem, vbi de microscopiis agitur, haec ratio penitus cessat, neque enim longitudo instrumenti ob tertium interuallum adeo enormiter magna euadit. Si enim vt ante notauimus pro magnis etiam multiplicationibus sumatur $A = 6$ et $C = 6$; tum tertium interuallum erit $= \frac{36.a}{2P-1}$ ac si a, vt fieri solet, capiatur $\frac{1}{2}$ dig. hoc interuallum fiet $\frac{18}{2P-1}$ dig. vnde si modo sit $P = 2$, id reducitur ad 6 dig. quod in praxi vtique admitti potest. Quocirca in hac de microscopiis tractatione casum in tertio Coroll. euolutum excludi conueniet seruato eo, vbi erat $P = 2$, siquidem hoc modo campus multo maior obtinetur; quin etiam, si lubuerit, sumi poterit $P = 3$, vt prodeant distantiae focales:

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = \tfrac{2}{3}Aa;$$

$$r = \tfrac{1}{5}A\mathfrak{C}.a \text{ et } s = \tfrac{1}{5}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.a;$$

et interualla lentium

$1^{mum} = \frac{2}{3} A a;$

$2^{dum} = \frac{1}{3} A a;$

$3^{tium} = \frac{1}{5} A C. a;$

manenta $O = s$ proxime et $z = \frac{\mathfrak{M} - 1}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} - 1)} a \xi$.

Nunc autem ne s pro magnis multiplicationibus nimis fiat exiguum, litterae C vtique maior valor tribui debebit, ita, vt iam nulla ratio suadeat, cur litterac P potius valorem 3, quam 2 tribuere velimus, quandoquidem ponendo $P = 3$ tertium interuallum vix diminuitur.

Scholion 2.

240. Euolutione horum duorum casuum attentius considerata, poterimus simili modo solutionem generalem instituere, posito enim breuitatis gratia $\frac{P - 1}{\mathfrak{B}} = -\zeta$ siue $\mathfrak{B} = -\frac{(P - 1)}{\zeta}$, habebimus statim $\omega = \zeta M$; deinde cum sit $P k = \mathfrak{M} (k \omega + \mathfrak{r})$, erit $P k = \zeta \mathfrak{M} M k + \mathfrak{M} \mathfrak{r}$, qui valor in altera aequatione, quae est

$$\mathfrak{C} \mathfrak{r} = \zeta M - M - P k M,$$

substitutus dat

$$\mathfrak{C} \mathfrak{r} = \zeta M - M - \zeta \mathfrak{M} M^2 k - \mathfrak{M} M \mathfrak{r}$$

ex quo reperitur

$$\mathfrak{r} = \frac{(\zeta - 1) M - \zeta \mathfrak{M} M^2 k}{\mathfrak{M} M + \mathfrak{C}}$$

hinc-

hincque

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = - \frac{\zeta \mathfrak{M}(k+1)M^2 + (\mathfrak{M} - 1 + \zeta(1-\mathfrak{C}))M + \mathfrak{C}}{\mathfrak{M}M + \mathfrak{C}}$$

Cum igitur ſit $M = \frac{1-\omega+\mathfrak{r}}{\mathfrak{M}-1}$ erit

$$1 - \omega + \mathfrak{r} = M(\mathfrak{M} - 1)$$

vnde ſequens ſuppeditatur aequatio

$$\mathfrak{M}(\mathfrak{M} - 1 + \zeta + \zeta k)M^2 - (1 - \mathfrak{C})(\mathfrak{M} - 1 + \zeta)M - \mathfrak{C} = 0.$$

ex qua, niſi numeri ζ et k fuerint ſatis magni, ita, vt eos prae $\mathfrak{M}$ tuto negligere liceat, ſequitur fore ſaltim proxime

$$\mathfrak{M}^2 M^2 - \mathfrak{M} M(1 - \mathfrak{C}) - \mathfrak{C} = 0$$

quae in hos factores reſoluitur:

$$(\mathfrak{M}M - 1)(\mathfrak{M}M + \mathfrak{C}) = 0.$$

vnde manifeſto colligitur $M = \frac{1}{\mathfrak{M}}$; quo valore, etſi tantum prope vero, vti poterimus, quoniam parum refert, vtrum campus aliquanto ſit maior minorue, quam calculus indicat. Probe autem haec conditio obſeruetur, quod tam ζ quam k ſint numeri ſatis exigui, ſaltim multo minores, quam $\mathfrak{M}$. Si enim ζk tantus ſit numerus, vt eum prae $\mathfrak{M}$ reiicere non liceat, tum littera M multo minorem nanciſcetur valorem, quam $\frac{1}{\mathfrak{M}}$, ſicque campus inſignem pateretur diminutionem, quae ſola cauſſa ſufficit, vt maiores valores pro litteris ζ et k penitus excludantur haecque

 regula

regula ſtabiliatur, vt nunquam litteris ζ et k valores tribuantur, qui binarium ſuperent vel vt ſaltim ζk quaternarium non ſuperet. Cum igitur ſit $Pkk' = \mathfrak{M}$ et k numerus ab vnitate non multum diſcrepans, euidens eſt, vel P vel k' eſſe debere numerum ſatis magnum vel adeo vtrumque. His ergo obſeruatis, ita, vt ſit $M = \frac{1}{\mathfrak{M}}$ habebimus

$$\omega = \frac{\zeta}{\mathfrak{M}} \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{\zeta - \zeta k - 1}{\mathfrak{M}(1 + \mathfrak{C})};$$

quibus valoribus ſubſtitutis fit

$$Pk = k + \frac{\zeta - \zeta k - 1}{1 + \mathfrak{C}} \text{ hincque}$$

$$P = 1 + \frac{\zeta - \zeta k - 1}{(1 + \mathfrak{C})k} = \frac{(\zeta - 1)(1 - k) + \mathfrak{C}k}{(1 + \mathfrak{C})k},$$

hoc igitur valore ipſius P notato, erunt diſtantiae focales

$$p = \mathfrak{A}a; \; q = \frac{A(P-1).a}{P\zeta};$$

$$r = \frac{A(P-1).\mathfrak{C}.a}{(\zeta + P - 1)Pk}; \; s = \frac{A(P-1)C.a}{(\zeta + P - 1)\mathfrak{M}};$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$2^{dum} = \frac{A(P-1)a}{(\zeta + P - 1)Pk}(k + 1) \text{ et}$$

$$3^{tium} = \frac{A.(P-1)Ca}{(\zeta + P - 1)}\left(\frac{1}{Pk} + \frac{1}{\mathfrak{M}}\right)$$

et diſtantia oculi $O = s$.

ac denique $\zeta = \frac{1}{4}.\frac{a}{\mathfrak{M}}$.

Datis ergo diſtantia obiecti $= a$ et multiplicatione $= m$

$= m$ siue $\mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$; arbitrio nostro relinquuntur sequentes quantitates

1°. $\mathfrak{A}$ quam vnitate non multo minorem assumi conuenit; hanc enim conditionem claritas postulat.

2°. Numerus ζ, qui esse debet positiuus ac tantus, vt $\zeta + P - 1$ fiat numerus positiuus.

3°. Littera C, quam autem ita definiri conuenit, vt distantia focalis ne fiat nimis exigua; sin autem haec littera sit valde magna, euidens est, litteram $\mathfrak{C}$ ad vnitatem proxime esse accessuram.

4°. Littera denique k, quam, vt vidimus, admodum paruam accipi conuenit.

Ratione autem valoris P obseruari oportet, semper esse debere $\zeta + P - 1 > 0$; vnde haec conditio adhuc implenda erit $\zeta \mathfrak{C} k + \zeta - 1 > 0$, quae est fere eadem quantitas, quam supra prae $\mathfrak{M}$ negleximus; ex quo cauendum est, ne ea aliquot vnitates superet.

Problema 3.

241. Si noua lens inter imaginem primam et secundam disponatur, omnia momenta ita definire, vt margo coloratus euanescat simulque maximus campus obtineatur.

Solutio.

Quoniam hic iterum quatuor habentur lentes earumque duae intra imaginem primam et ſecundam cadant, litterarum P, Q, R prima et tertia hic erunt negatiuae, ſtatuatur igitur $P = -k$ et $R = -k'$. vnde diſtantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a;\; q = \frac{A\mathfrak{B}}{k} . a;$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{kQ} . a \text{ et } s = -\frac{ABC}{kQk'} . a = -\frac{ABC.a}{\mathfrak{M}}$$

ob $kQk' = \mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$.

Interualla vero lentium erunt

$$I^{mum} = Aa\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$II^{dum} = \frac{ABa}{k}\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

$$III^{tium} = -\frac{ABC.a}{kQ}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

hincque ſequitur

$$A > 0.\; B\left(1 - \frac{1}{Q}\right) > 0 \text{ et } BC < 0.$$

Porro erit

$$M = \frac{\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s}}{\mathfrak{M} - 1}. \text{ vt fiat } z = Ma\xi.$$

Hincque diſtantia Oculi $O = \frac{\mathfrak{s}s}{M\mathfrak{M}}$.

vbi, vt campus reddatur maximus, ſumi conueniet $\mathfrak{s} = 1$. ſi ſcilicet lens ocularis vtrinque aequalis patetur. Tum autem erit

$$\mathfrak{B}\mathfrak{q} = -(1 + k) M \text{ et}$$

$$\mathfrak{C}\mathfrak{r} = -(1 + Qk) M - \mathfrak{q}.$$

Si

Si hic vt ante breuitatis gratia ſcribatur

$$\frac{1+k}{\mathfrak{B}} = \zeta \text{ vt ſit } \mathfrak{q} = +\zeta M;$$

tum igitur erit

$$\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = -(1+Qk)M + \zeta M \text{ et}$$

$$\mathfrak{r} = \frac{(\zeta - Qk - 1)M}{\mathfrak{C}} \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{(\zeta(1-\mathfrak{C}) - Qk - 1)M}{\mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + 1 = \frac{\mathfrak{C} + (\zeta(1-\mathfrak{C}) - Qk' - 1)M}{\mathfrak{C}}.$$

Inde vero eſt

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + 1 = M(\mathfrak{M} - 1)$$

vnde ſequitur

$$M = \frac{\mathfrak{C}}{(\mathfrak{M}-1)\mathfrak{C} - \zeta(1-\mathfrak{C}) + Qk + 1}$$

vbi ergo haec quantitas

$$\mathfrak{M} - 1 - \zeta\frac{(1-\mathfrak{C})}{\mathfrak{C}} + \frac{Qk+1}{\mathfrak{C}}$$

debet eſſe poſitiua et tam parua, quam circumſtantiae permittunt.

Deinde vero vt margo coloratus euaneſcat, habetur haec aequatio:

$$0 = \frac{\mathfrak{q}}{P} + \frac{\mathfrak{r}}{PQ} + \frac{1}{PQR}$$

ex qua reperitur

$$\frac{1}{k'} = Q\mathfrak{q} + \mathfrak{r}$$

quae quantitas debet eſſe poſitiua. Cum igitur ſit

$$kQk' = \mathfrak{M} \text{ erit } \mathfrak{M} = \frac{kQ}{Q\mathfrak{q} + \mathfrak{r}}$$

 hincque

hincque

$$k\,Q = \mathfrak{M}\,(Q\,q + \mathfrak{r})$$

Ante quam autem hanc formulam profequamur, plurimum intererit inueftigare, num forte $\mathfrak{r}$ poffit poni $= 1$. Statuamus igitur $\mathfrak{r} = 1$. vt fit

$$M = \frac{q+2}{\mathfrak{M}-1} \text{ vnde ob } q = -\zeta M \text{ fiet}$$

$$q = -\frac{2\zeta - \zeta q}{\mathfrak{M}-1} \text{ adeoque } q = -\frac{2\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1};$$

hincque $M = +\frac{2}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$;

altera vero aequatio iam dabit

$$\mathfrak{C} = -\frac{2(1+Qk)+2\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1} = \frac{2(\zeta-Qk-1)}{\mathfrak{M}+\zeta-1}.$$

Deinde cum fit $k\,Q = \mathfrak{M}\,Q\,q + \mathfrak{M}$ fiet nunc

$$k\,Q = \mathfrak{M} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta Q}{\mathfrak{M}+\zeta-1},$$

vnde inuenitur k, dummodo fit

$$1 > \frac{2\zeta Q}{\mathfrak{M}+\zeta-1} \text{ hoc eft } Q < \frac{\mathfrak{M}+\zeta-1}{2\zeta}.$$

Porro autem fiet

$$\mathfrak{B} = \frac{1+k}{\zeta} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{4\mathfrak{M}\zeta Q}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)^2} - 2$$

fi igitur fuerit $\mathfrak{B} > 1$, vt fit $B < 0$ fumi debet $Q < 1$; tum vero C debet effe pofitiuum ideoque etiam $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$; quocirca debet effe

$$1^\circ.\; 2\,\mathfrak{M}\,\zeta\,Q > (\mathfrak{M}+\zeta-1)^2$$

$$2^\circ.\; 2\,\mathfrak{M}\,\zeta\,Q < \tfrac{3}{2}(\mathfrak{M}+\zeta-1)^2$$

quae

quae conditio illi, qua debet esse $Q < 1$, manifesto repugnat. Debet ergo esse $B > 0$, hincque $Q > 1$, tum autem esse debet $C < 0$; quod eueniet, si fuerit $\mathfrak{C}$ etiam negatiuum, id est, si fuerit

$$Q < \frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$$

quae conditio cum praecedente $Q > 1$ facile consistere potest. Tum autem esse debet $\mathfrak{B} < 1$ ideoque $\zeta > 1 + k$. Tantum igitur campum obtinebimus, si capiamus $\zeta > 1 + k$, litteram Q vero intra limites 1 et $\frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$, dummodo fuerit

$$kQ = \mathfrak{M} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta Q}{\mathfrak{M} + \zeta - 1} \text{ adeoque } Q < \frac{\mathfrak{M} + \zeta - 1}{2\zeta},$$

quia est kQ positiuum; quod sponte fit per conditionem praecedentem, qua est $Q < \frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$. Praeterea autem debet esse

$$k = \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M} + \zeta - 1}$$

quia autem esse debet $\zeta > 1 + k$ habebimus nunc

$$\zeta > 1 + \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M} + \zeta - 1}$$

vnde sequitur haec conditio

$$Q > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} + \zeta - 1)}{\zeta^2 + \zeta(3\mathfrak{M} - 2)}$$

quae conditio cum illa,

$$Q < \frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta} \text{ egregie consistit.}$$

Cum

Cum autem praeterea esse debeat $\zeta > 1 + k$, loco k substituendo eius valorem fiet

$$\zeta > 1 + \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M} + \zeta - 1}$$

vnde concluditur esse debere

$$Q > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} + \zeta - 1)}{\zeta^2 + \zeta(3\mathfrak{M} - 2) - \mathfrak{M} + 1}$$

quia autem modo vidimus, esse

$$Q < \frac{(\mathfrak{M} + \zeta - 1)^2}{2\mathfrak{M}\zeta}$$

hic limes illo debet esse maior; vnde colligitur

$$\zeta^3 + \zeta^2(4\mathfrak{M} - 3) + \zeta(\mathfrak{M}^2 - 6\mathfrak{M} + 3) > (\mathfrak{M} - 1)^2$$

vnde patet, si $\mathfrak{M}$ sit numerus praemagnus, esse debere $\zeta > 1$. Statuamus ergo $\zeta = 1 + \frac{\alpha}{\mathfrak{M}}$; vnde fit

$$\mathfrak{M}^2 + \mathfrak{M}(\alpha - 2) + 2\alpha + 1 > \mathfrak{M}^2 - 2\mathfrak{M} + 1$$

hincque porro $\alpha(\mathfrak{M} + 2) > 0$, quod cum semper eueniat, patet, dummodo $\zeta > 1$, solutionem semper locum habere; ac si in illis formulis $\mathfrak{M}$ vt numerus praemagnus spectetur, limites pro Q erunt

$$Q > \frac{\mathfrak{M}}{3\zeta - 1} \quad \text{et} \quad Q < \frac{\mathfrak{M}}{2\zeta}$$

sumtaque Q his limitibus conuenienter erit porro

$$k = \frac{\mathfrak{M}}{Q} - \frac{2\mathfrak{M}\zeta}{\mathfrak{M} + \zeta - 1}$$

hincque reliqua elementa omnia facillime definientur. Ceterum in euolutione sequentium casuum haec clariora reddentur; quod denique ad lentium aperturas attinet, eas pro quouis casu ex cognitis fomulis facile definire licet.

Coroll.

Coroll. I.

242. Videamus vero, quomodo omnes hae conditiones clarius euolui queant, ac primo quidem statim ac statuimus

$$\mathfrak{r} = 1. \text{ fit } M = \frac{2+\mathfrak{q}}{\mathfrak{M}-1}$$

ideoque

$$2 + \mathfrak{q} = M.(\mathfrak{M} - 1).$$

Posito autem

$$\frac{1+k}{\mathfrak{B}} = \zeta, \text{ vt sit } \mathfrak{B} = \frac{1+k}{\zeta}$$

fiet $\mathfrak{q} = -\zeta M$; qui valor ibi substitutus dat

$$2 - \zeta M = M(\mathfrak{M} - 1)$$

hincque

$$M = \frac{2}{\mathfrak{M}+\zeta-1} \text{ et } \mathfrak{q} = -\frac{2\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$$

deinde vero inuenimus

$$kQ = \mathfrak{M}Q\mathfrak{q} + \mathfrak{M}.$$

vbi valor ipsius $\mathfrak{q}$ substitutus dat

$$kQ = \mathfrak{M} - \frac{2\mathfrak{M}Q\zeta}{\mathfrak{M}+\zeta-1} \text{ siue}$$

$$kQ(\mathfrak{M}+\zeta-1) + 2\mathfrak{M}Q\zeta = \mathfrak{M}(\mathfrak{M}+\zeta-1)$$

vnde commode deducitur

$$Q = \frac{\mathfrak{M}.(\mathfrak{M}+\zeta-1)}{k(\mathfrak{M}+\zeta-1)+2\mathfrak{M}\zeta}$$

vnde fit

$$1 + kQ = \frac{k(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}+\zeta-1)+2\mathfrak{M}\zeta}{k(\mathfrak{M}+\zeta-1)+2\mathfrak{M}\zeta}$$

 Cum

Cum igitur sit

$$\mathfrak{C} = M(\zeta - Qk - 1) \text{ erit}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta - 1) - k(\mathfrak{M} + \zeta - 1)(\mathfrak{M} - \zeta + 1)}{k(\mathfrak{M} + \zeta - 1) + 2\mathfrak{M}\zeta} \cdot M$$

seu

$$\mathfrak{C} = \frac{4\mathfrak{M}\zeta(\zeta - 1) - 2k(\mathfrak{M} + \zeta - 1)(\mathfrak{M} - \zeta + 1)}{(k(\mathfrak{M} + \zeta - 1) + 2\mathfrak{M}\zeta)(\mathfrak{M} + \zeta - 1)}.$$

Coroll. 2.

243. Iam ratione litterae $\mathfrak{B}$ duo casus sunt considerandi; alter, quo $\mathfrak{B} > 1$ ideoque $B < 0$. alter vero, quo $\mathfrak{B} < 1$. ideoque $B > 0$. Priori casu erit $\zeta < 1 + k$ et quia B est minus nihilo, ob secundum interuallum debet esse $Q < 1$; vnde fit

$$\mathfrak{M}.(\mathfrak{M} + \zeta - 1) < k(\mathfrak{M} + \zeta - 1) + 2\mathfrak{M}\zeta$$

id quod fieri nequit, cum sit $\mathfrak{M}$ numerus valde magnus.

Coroll. 3.

243. Cum igitur esse nequeat $\mathfrak{B} > 1$ statuamus $\mathfrak{B} < 1$. siue $\zeta > 1 + k$ et quia iam $B > 0$, debebit esse $Q > 1$; id quod sponte euenit pro maioribus scilicet multiplicationibus ad quas hic solas attendimus. Tum autem esse debet $C < 0$. id quod euenit, vel si fuerit $\mathfrak{C} < 0$ vel $\mathfrak{C} > 1$. Priori casu si $\mathfrak{C} < 0$, debebit esse

$$k(\mathfrak{M} + \zeta - 1)(\mathfrak{M} - \zeta + 1) > 2\mathfrak{M}\zeta(\zeta - 1)$$

siue

fiue $k > \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)}$.

Ex illa vero conditione $\zeta > 1 + k$ debet effe $k < \zeta - 1$; vnde porro colligitur effe debere

$$\zeta - 1 > \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)} \text{ feu}$$

$$(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1) > 2\mathfrak{M}\zeta,$$

quod etiam femper euenit; ita, vt littera ζ arbitrio noftro relinquatur, dummodo vnitate maior accipiatur. Cum autem fit $M = \frac{2}{\mathfrak{M}+\zeta-1}$; campi magnitudo poftulat, vt ζ quam minime vnitatem fuperet.

Coroll. 4.

244. Examinandus reftat alter cafus, quo debet effe $\mathfrak{C} > 1$. tum ergo efle deberet ante omnia numerator pofitiuus feu

$$2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1) > k(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)$$

ideoque $k < \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)}$

deinde vt etiam vnitatem fuperet, debet effe

$$4\mathfrak{M}\zeta(\zeta-1) - 2k(\mathfrak{M}+\zeta-1)(\mathfrak{M}-\zeta+1)$$
$$> k(\mathfrak{M}+\zeta-1)^2 + 2\mathfrak{M}\zeta(\mathfrak{M}+\zeta-1)$$

ideoque $k < \frac{2\mathfrak{M}\zeta(\zeta-\mathfrak{M}-1)}{(\mathfrak{M}+\zeta-1)(3\mathfrak{M}-\zeta+1)}$

quod cum fit abfurdum ob $k > 0$ indicio eft, hunc cafum locum habere non poffe, ita, vt nobis folus cafus in coroll. praeced. euolutus relinquatur.

 Scho-

Scholion.

Exempl. I.

245. Quoniam positio $\mathfrak{r} = 1$, ad campum maxime est accommodata simulque solutionem tam facilem suppeditat, ea vtique sola meretur, vt ad praxin adplicetur. Hic autem primum obseruari conuenit, nequaquam sumi posse $\zeta = 1$; quia tum foret $k = 0$ statimque primum interuallum $= \infty$, vt reliqua incommoda taceamus, dum scilicet tam secunda quam tertia lens haberent distantias focales infinitas. Ex quo necesse est, pro ζ sumi numerum vnitate maiorem; ita, vt excessus non sit nimis paruus, quia alioquin ad eadem incommoda appropinquaremus. Quamobrem quo clarius appareat, quomodo in hoc negotio sit procedendum, sumamus $\zeta = 2$, vt fiat $M = \frac{2}{\mathfrak{M}+1}$. Tum vero k contineri debet intra hos limites

$$1 \text{ et } \frac{4\mathfrak{M}}{(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}-1)} \text{ vel } 1 \text{ et } \frac{4}{\mathfrak{M}}.$$

Neque autem k ad vnitatem nimis prope accedere debet, quia alioquin B hincque secundum interuallum nimis euaderet magnum. Sumamus igitur $k = \frac{9}{5}$ hinc erit

$$Q = \frac{2\mathfrak{M}(\mathfrak{M}+1)}{9\mathfrak{M}+1} = \frac{2}{9}\mathfrak{M} \text{ proxime.}$$

Deinde vero erit $\mathfrak{B} = \frac{3}{4}$ et $B = 3$ ac denique

$$\mathfrak{C} = \frac{16\mathfrak{M} - 2(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}-1)}{9(\mathfrak{M}+1)(\mathfrak{M}+1)} = -\frac{2}{9} + \frac{16}{9\mathfrak{M}} = -\frac{2}{9} \text{ proxime}$$

hincque $C = -\frac{2}{11}$; vnde pro microscopii constructione habebimus has distantias focales $p =$

$p = \mathfrak{A} a; \; q = \frac{3}{2} A a;$

$r = \frac{6}{\mathfrak{M}} . A a; \; s = \frac{6}{11} \frac{A a}{\mathfrak{M}};$

et interualla

$I^{mum} = 3 A a;$

$II^{dum} = 6 A a (1 - \frac{0}{2 \mathfrak{M}});$

$III^{tium} = \frac{60}{11} . \frac{A a}{\mathfrak{M}};$

tum vero diſtantia oculi

$O = \frac{s}{\mathfrak{M} M} = \frac{s.(\mathfrak{M}+1)}{2\mathfrak{M}} = \frac{1}{2} s (1 + \frac{1}{\mathfrak{M}}) = \frac{1}{2} s$ proxime.

Pro campo autem apparente

$z = M a \xi = \frac{2 a \xi}{\mathfrak{M}+1} = \frac{1}{2} . \frac{a}{\mathfrak{M}+1}$ ob $\xi = \frac{1}{4}$.

Quod vero ad litteram A attinet, quae ad primam lentem refertur, curandum eſt, vt A tantus fiat numerus, vt lens ocularis non fiat nimis exigua; vnde ſequitur $\mathfrak{A}$ eſſe debere fractionem parum ab vnitate deficientem, cuius valore ſtabilito apertura primae lentis definiri debet ex aequatione nota

$\frac{1}{k^3} = \frac{\mu \mathfrak{M} x^3}{a^3} (\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A \mathfrak{A}} + \text{etc.})$

ſicque obtinemus microſcopium ſatis notatu dignum, quod inſtar primi exempli ſpectari poteſt.

Exemplum II.

246. Conſideremus etiam caſum $\zeta = 3$ vt ſit $M = \frac{2}{\mathfrak{M}+2}$ et pro k habebuntur hi limites 2 et $\frac{12}{\mathfrak{M}}$.

 Statua-

Statuamus ergo $k = 1$ vt fiat $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$ et $B = 2$. Tum vero erit $Q = \frac{\mathfrak{M}}{7}$ et $k' = 7$. Porro vero erit $\mathfrak{C} = -\frac{2}{7}$ et $C = -\frac{2}{9}$ vnde pro his microſcopiis erunt diſtantiae focales

$$p = \mathfrak{A}\, a;\ q = \frac{2}{3} A\, a;$$
$$r = 4. \frac{A a}{m} \text{ et } s = \frac{4}{9}. \frac{A a}{\mathfrak{M}};$$

et interualla

$$I^{mum} = 2\, A\, a;$$
$$II^{dum} = 2.\, A\, a \left(1 - \frac{7}{\mathfrak{M}}\right) \text{ et}$$
$$III^{tium} = \frac{32}{9}. \frac{A a}{\mathfrak{M}};$$

et diſtantia oculi

$$O = s. \frac{\mathfrak{M} + 2}{2 \mathfrak{M}} = \frac{1}{2} s \left(1 + \frac{2}{\mathfrak{M}}\right) = \frac{1}{2} s \text{ proxime.}$$

Pro campo vero $z = \frac{1}{2}. \frac{a}{\mathfrak{M} + 2}$.

Circa aperturam modo allegata valent. Ration autem littera q erit caſu exempli praecedentis $q = -\frac{4}{\mathfrak{M}+1}$ et caſu huius exempli $q = -\frac{6}{\mathfrak{M}+2}$; vnde patet, ſecundae lentis ſemidiametrum aperturae eſſe debere $= \frac{x}{P} = \frac{x}{k}$ ideoque priori caſu $= 2\, x$; hoc vero $= x$. Binae poſtremae lentes autem fieri debent vtrinque aeque conuexae.

Scholion.

247. Si haec ad teleſcopia referamus, quod nunc eo magis eſt neceſſarium, quoniam ſupra huius generis

neris casum tantum maxime particularem euoluimus, qui ne campum quidem maximum, vt hic faciamus, praebebat; tantum fecimus $a = \infty$ et $\mathfrak{M} = m$ ob $b = a$. Tum autem capi debet tam $\mathfrak{A} = 0$ quam $A = 0$, ita vt fiat $\mathfrak{A}a = Aa = p$, quare cum reliqua omnia maneant vt ante, ex exemplo priore posita lentis obiectiuae distantia focali $= p$ erunt reliquarum lentium distantiae focales

$$q = \tfrac{3}{2}p;\ r = \tfrac{6}{m}.p \text{ et } s = \tfrac{6}{11}.\tfrac{p}{m}.$$

Interuallo vero

$$1^{mum} = 3\,p;$$

$$2^{dum} = 6.p\left(1 - \tfrac{0}{2m}\right) \text{ et}$$

$$3^{tium} = \tfrac{60}{11m}.p \text{ et } O = \tfrac{1}{2}s.$$

Tum vero campi semidiameter

$$\Phi = \tfrac{1}{2}.\tfrac{1}{m+1} = \tfrac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

Deinde vero ob

$$\mathfrak{B} = \tfrac{3}{4},\ B = 3,\ \mathfrak{C} = -\tfrac{2}{9} \text{ et } C = -\tfrac{2}{11}$$

distantia focalis p ex requisita apertura $x = \frac{1}{50}m$ dig. definiri debet ope huius aequationis:

$$p = m\sqrt[3]{}\mu\left(\lambda + 1\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{0}{mB^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) - \frac{\lambda'''}{B^3C^3.m}\right)$$

In casu autem alterius exempli erunt distantiae focales

$$q = \tfrac{2}{3}p;\ r = \tfrac{4}{m}.p;\ s = \tfrac{4}{9m}.p;$$

et

et interualla

$1^{mum} = 2p;$

$2^{dum} = 2p(1 - \frac{7}{m});$

$3^{tium} = \frac{32}{9m} \cdot p.$

tum vero p ita definietur, vt ſit

$$p = m\sqrt[3]{\mu\left(\lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}} - \frac{7}{mB^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) - \frac{\lambda'''}{mB^3.C^3}\right)}$$

reliqua vero erunt, vt ante. Hinc igitur loco communium teleſcopiorum terreſtrium nanciſcimur ex caſu poſteriore ſequentem conſtructionem, ſiquidem omnes 4 lentes ex vitro communi, cuius refractio ſit $n = 1,55$, conficere velimus.

Conſtructio Teleſcopiorum loco vulgarium terreſtrium ſubſtituendorum.

248. Pro data multiplicatione m quaeratur primo lentis obiectiuae diſtantia focalis $= p$; ex hac nempe formula, ad quam praecedens proxime reducitur: $p = \frac{8}{5} m$ dig. deinde conſtructio ita ſe habebit:

I. Pro prima lente, cuius diſtantia focalis eſt $\frac{8}{5} m$ dig. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6148.p \\ \text{poſter.} = 5,2438.p \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $x = \frac{1}{50} m$ dig.

et diſtantia ad lentem ſequentem $= 2p$.

II. Pro

II. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{2}{3}p$, et numeri $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$ et $\lambda' = 1$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{q}{0,6696} = 0,99792.p \\ \text{poſter.} = \frac{q}{1,1485} = 0,58315.p \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= x = \frac{1}{50}m$ dig.
et interuallum ad tertiam lentem $= 2p\left(1 - \frac{7}{m}\right)$.

III. Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{4}{m}p$. quoniam ea debet eſſe vtrinque aequaliter conuexa, capiatur eius vterque

radius $= 1,1.r = 4,4.\frac{p}{m}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{p}{m}$
et diſtantia ad quartam lentem $= \frac{32}{5,m}.p$.

IV. Pro quarta lente, cuius diſtantia focalis eſt $s = \frac{4}{9}.\frac{p}{m}$ capiatur itidem vterque radius $= \frac{22}{45}.\frac{p}{m}$
eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{9}.\frac{p}{m}$
et diſtantia ad oculum $= \frac{1}{2}s$.

V. Tum vero erit ſemidiameter campi

$$\Phi = \frac{1718}{m+2}\ \text{min.}$$

Scholion.

249. Teleſcopia haec vtique inſigni vitio laborant, propterea quod eorum longitudo fit plane

 enor-

enormis, maior ſcilicet quam $4p$. Huic autem vitio medela afferri poterit, litterae k maiorem valorem tribuendo; tum vero etiam littera ζ maior accipi debebit; vnde quidem campus aliquantillum diminuitur, qui tamen defectus in maioribus multiplicationibus vix percipietur. Sumamus igitur $\zeta = 6$, vt fiat $M = \frac{2}{\mathfrak{M}+5}$ et cum limites pro k ſint 5 et $\frac{60}{m}$ ſumamus $k = 4$ vt fiat $\mathfrak{B} = \frac{5}{6}$ et $B = 5$, tum vero erit $Q = \frac{m}{6}$ et $k' = \frac{3}{2}$, tandemque $\mathfrak{C} = -\frac{1}{2}$ et $C = -\frac{1}{3}$. hinc autem erit interuallum

$$1^{mum} = \frac{5}{4}p.$$
$$2^{dum} = \frac{5}{4}p\left(1 - \frac{6}{m}\right)$$
$$3^{tium} = \frac{25}{6} \cdot \frac{p}{m}$$

vnde longitudo prodiret quaſi $2\frac{1}{2}p$. quae adhuc nimis magra videri poteſt. Hanc longitudinem autem non mediocriter diminuere poterimus, ſumendo $\zeta = 12$ et $k = 9$, hinc enim fit $\mathfrak{B} = \frac{5}{6}$ et $B = 5$, vt ante; vnde ſequitur interuallum

$$1^{mum} = \frac{10}{9}p. \text{ et } 2^{dum} = \frac{5}{9}p \ldots$$

ita, vt tota longitudo quaſi fiat $1\frac{2}{3}p$. quae non excedit teleſcopia huius generis vulgaria. Si ſumſiſſemus $\zeta = 12$ et $k = 8$ vt fiat $\mathfrak{B} = \frac{3}{4}$ et $B = 3$, foret interuallum

$$1^{mum} = \frac{9}{8}p \text{ et } 2^{dum} = \frac{3}{8}p$$

ita, vt tota longitudo quaſi ſit $1\frac{1}{2}p$. quae vtique admitti

mitti poterit. Hic ergo casus meretur, vt plenius euoluatur.

Fiet autem porro $Q = \frac{m}{32}$ hincque $k' = 4$. Porro $\mathfrak{C} = -\frac{1}{2}$ et $C = \frac{1}{3}$; vnde

$$q = \frac{3}{32} \cdot p; \quad r = 6 \cdot \frac{p}{m} \text{ et } s = \frac{p}{m};$$

tum vero interualla

$$1^{mum} = \frac{9}{8} p.$$

$$2^{dum} = \frac{7}{8} p \left(1 - \frac{11}{m}\right);$$

$$3^{tium} = 5 \cdot \frac{p}{m};$$

et pro loco oculi $O = \frac{5}{2}\left(1 + \frac{11}{m}\right)$.

semidiameter campi $= \frac{1718}{m + 11}$ min.

Sumto igitur pro apertura lentis obiectiuae $x = \frac{m}{50}$ dig. et $k = 50$ capi debebit circiter

$$p = m \sqrt[3]{\frac{4}{3}} = \frac{11}{10} m \text{ dig.}$$

vnde conficitur sequens

Constructio Telescopii communis ex vitro communi.

I. Pro data multiplicatione m sumatur

$$p = \frac{11}{10} \cdot m \text{ circ. siue etiam } p = m \text{ dig.}$$

II. Pro prima lente cuius distantia focalis $= p$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6148 \cdot p \\ \text{poster.} = 5,2438\ p \end{cases}$

 eius

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{m}{50}$ dig.
et diſtantia ad lentem ſecundam $= 1\frac{1}{8}p$.

III. Pro lente ſecunda, cuius diſtantia focalis eſt $q = \frac{3}{32}.p$ capiatur radius faciei

anter. $= \frac{q}{0,55499} = 0,17039.p$.

poſter. $= \frac{q}{1,26882} = 0,07388.p$.

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{8}x = \frac{m}{400}$ dig.
et diſtantia ad lentem tertiam $= \frac{5}{8}p(1 - \frac{32}{m})$.

IV. Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt $r = 6.\frac{p}{m}$, capiatur vterque radius $= 6,6.\frac{p}{m}$ eique apertura maxima tribuatur, diſtantia vero a lente quarto erit $= s.\frac{p}{m}$.

V. Pro lente quarta, cuius diſtantia focalis $s = \frac{p}{m}$, capiatur vterque radius $= 1,1.\frac{p}{m}$.
eiusque ab oculo diſtantia $= \frac{5}{2}(1 + \frac{11}{m})$.

VI. Longitudo erit $1\frac{1}{2}p - 6\frac{1}{2}.\frac{p}{m}$. Campi vero apparentis ſemidiameter erit $= \frac{1718}{m+11}$ min.

Hoc ergo Teleſcopium vulgaribus terreſtribus merito anteferendum videtur; notetur vero, id in praxi locum habere non poſſe, niſi ſit *m* notabiliter maius, quam 32. Hic autem iſtud caput finimus ad ſequens progreſſuri, vbi microſcopia magis compoſita huius generis inueſtigabimus.

CAPVT II.

DE MICROSCOPIIS HVIVS GENERIS MAGIS COMPOSITIS.

Problema I.

250.

Microſcopium huius generis ex quinque lentibus conſtruere, quae ita ſint diſpoſitae, vt prior imago realis inter lentem ſecundam et tertiam, poſterior vero inter tertiam et quartam cadat.

Solutio.

Cum igitur prior imago in interuallum ſecundum, poſterior vero in tertium cadere debeat, litterarum P, Q, R, S ſecunda et tertia Q et R debent eſſe negatiuae. Statuatur ergo $Q = -k$ et $R = -k'$, vt ſit $P k k' S = \mathfrak{M}$, exiſtente $\mathfrak{M} = \frac{m a}{b}$. Deinde vero ſit $M = \frac{\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} + \mathfrak{t}}{\mathfrak{M} - 1}$, vt fiat ſpatii in obiecto conſpicui ſemidiameter $= z = M a \xi$. Quare vt campus euadat maximus, efficiendum eſt, vt litterarum $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{t}$ tot fiant vnitati aequales, quam reli-

quae circumstantiae permittunt, quod cum de omnibus statui nequeat, saltem pro postremis ponamus

$$\mathfrak{s} = 1 \text{ et } \mathfrak{t} = 1, \text{ vt sit } M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+2}{\mathfrak{M}-1}.$$

Tum vero habebuntur sequentes aequationes

$$1^{ma}\ \mathfrak{B}\mathfrak{q} = (P-1)M$$

$$2^{da}\ \mathfrak{C}\mathfrak{r} = -(Pk+1)M - \mathfrak{q}$$

$$3^{tia}\ \mathfrak{D} = (Pkk'-1)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}$$

quibus adiungatur aequatio, qua margo coloratus destruitur,

$$0 = \frac{\mathfrak{q}}{P} - \frac{\mathfrak{r}}{Pk} + \frac{1}{Pkk'} + \frac{1}{Pkk'S}$$

ex qua deducitur

$$k' = \frac{1+\frac{1}{S}}{\mathfrak{r}-k\mathfrak{q}}$$

vnde patet, esse debere $\mathfrak{r} > k\mathfrak{q}$. Ante quam autem hinc quidquam definire valeamus, lentium interualla considerare debemus, quae sunt

$$1^{mum} = Aa\left(1-\frac{1}{P}\right)$$

$$2^{dum} = -\frac{AB}{P}\cdot a\left(1+\frac{1}{k}\right)$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC}{Pk}\cdot a\left(1+\frac{1}{k'}\right)$$

$$4^{tum} = -\frac{ABCD}{Pkk'}\cdot a\left(1-\frac{1}{S}\right)$$

quae omnia debent esse positiua, quibus adiungatur distantia focalis vltimae lentis

$$\mathfrak{t} = \frac{ABCD}{Pkk'S}\cdot a = \frac{ABCD}{\mathfrak{M}}\cdot a;$$

quae

quae etiam debet esse positiua, vt prodeat distantia oculi post eam, $O = \frac{tt}{M\mathfrak{M}}$, positiua; vnde ob $t = 1$ euidens est, esse debere t. positiuum, ideoque $ABCD > o$. Quocirca vt quartum interuallum etiam fiat positiuum, necesse est, vt sit $1 - \frac{1}{S} < o$, siue $S < 1$. vnde euidens est, productum Pkk' fore $> \mathfrak{M}$ ideoque numerum praemagnum; vnde tertia illa aequatio, si loco M eius valor substituatur, dabit

$$\mathfrak{D} = \frac{(Pkk' - 1)(\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + 2)}{\mathfrak{M} - 1} - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}$$

vbi cum Pkk' et $\mathfrak{M}$ sint numeri praemagni et $Pkk' > \mathfrak{M}$, fiat proxime

$$\mathfrak{D} = \frac{Pkk'}{\mathfrak{M}}(\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + 2) - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}$$

$$= \frac{2Pkk'}{\mathfrak{M}} + (\mathfrak{q} + \mathfrak{r})\left(\frac{Pkk'}{\mathfrak{M}} - 1\right)$$

siue ob

$$Pkk' = \frac{\mathfrak{M}}{S}, \text{ erit } \mathfrak{D} = \frac{2}{S} + (\mathfrak{q} + \mathfrak{r})\left(\frac{1}{S} - 1\right);$$

vnde cum $\mathfrak{q} + \mathfrak{r}$ certe sit < 2, euidens est, fore $\mathfrak{D} > 1$. ideoque D negatiuum. Erit ergo $ABC < o$. hinc tertium interuallum sponte fit positiuum. Quare cum ob secundum interuallum esse debeat $AB < o$, oportet esse $C > o$ hincque $\mathfrak{C} > o$ et $\mathfrak{C} < 1$. Vnde si fuerit $A > o$, ideoque $P > 1$ ob interuallum primum; debebit esse $B < o$. hincque vel $\mathfrak{B} < o$ vel $\mathfrak{B} > 1$; vnde sequitur fore priori casu $\mathfrak{q} < o$ altero casu $\mathfrak{q} > o$; vnde ob $\mathfrak{q} + \mathfrak{C}\mathfrak{r} < o$ fieret $\mathfrak{r} < o$ ideoque $k' < o$ quod est absurdum. Sin autem esset

$A < o$

$A < 0$ hincque $P < 1$, debent esse $B > 0$ ideoque $\mathfrak{B} > 0$ et $\mathfrak{B} < 1$ vnde iterum fieret $q < 0$. Neque igitur etiamnum constat, vtrum ambo isti casus consistere queant. Quia vero in vtroque fit $q < 0$, statuamus, vt ante, $q = -\omega$, vt sit $\omega = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ et ob secundam aequationem esse debet $\omega - \mathfrak{C}\mathfrak{r} > 0$; tum vero erit

$$k' = \frac{1 + \frac{1}{S}}{\mathfrak{r} + k\omega};$$

vnde ob $Pkk' = \frac{\mathfrak{M}}{S}$, fiet $Pk = \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{r} + k\omega)}{1 + S}$.

Nunc igitur litteras ω et $\mathfrak{r}$ ex calculo eliminemus et cum sit $\omega = \frac{1-P}{\mathfrak{B}} M$ ponamus breuitatis gratia $\frac{1-P}{\mathfrak{B}} = \zeta$ vt sit $\omega = \zeta M$; deinde sit etiam breuitatis gratia

$$1 + Pk = \eta \text{ fietque } \mathfrak{r} = \frac{(\zeta - \eta)M}{\mathfrak{C}}.$$

Ergo porro

$$\mathfrak{r} - \omega = \frac{(\zeta(1-\mathfrak{C}) - \eta)M}{\mathfrak{C}} \text{ et}$$

$$2 - \omega + \mathfrak{r} = \frac{2\mathfrak{C} + (\zeta(1-\mathfrak{C}) - \eta)M}{\mathfrak{C}};$$

at cum sit $M = \frac{2 + \mathfrak{r} - \omega}{\mathfrak{M} - 1}$ erit

$$2 + \mathfrak{r} - \omega = M(\mathfrak{M} - 1);$$

vnde concludimus fore

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

quo valore inuento erit

$$\omega = \frac{2\mathfrak{C}\zeta}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta} \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{2(\zeta - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

ex

ex quibus valoribus porro conficitur

$$\mathfrak{r} + k\,\omega = \frac{2(\zeta - \eta) + 2k\mathfrak{C}\zeta}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

hincque

$$Pk = \frac{2\mathfrak{M}(\zeta - \eta + k\mathfrak{C}\zeta)}{(1+S)(\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta)} = \eta - 1$$

ex quo definitur

$$k = \frac{(\eta-1)(1+S)\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1) - 2\mathfrak{M}(\zeta-\eta) - (\eta-1)(1+S)(\zeta-\eta)}{2\mathfrak{M}\mathfrak{C}\zeta}$$

vnde porro inuenitur $P = \frac{\eta - 1}{k}$. Quia autem k debet esse positiuum, in eius numeratore coefficiens ipsius $\mathfrak{M}$ debet esse positiuus, vnde sequitur $\mathfrak{C} > \frac{2(\zeta-\eta)}{(\eta-1)(1+S)}$ at vero vidimus esse $\mathfrak{C} < 1$, sicque necesse est, vt sit

$$\frac{2(\zeta-\eta)}{(\eta-1)(1+S)} < 1 \text{ seu } 2(\zeta - \eta) < (\eta - 1)(1+S);$$

ex qua conditione concludimus

$$\zeta < \eta + \frac{(\eta-1)(1+S)}{2}.$$

Nouimus autem esse debere $\zeta > \eta$; vnde littera ζ capi debebit intra limites η et $\eta + \frac{(\eta-1)(1+S)}{2}$, vbi manifestum est esse debere $\eta > 1$. Nostrum igitur problema sequenti modo resolui conueniet: Pro lubitu capi possunt litterae S et η, dummodo obseruetur, esse debere $S < 1$ et $\eta > 1$, quia $Pk = \eta - 1$. Deinde littera ζ capiatur intra limites η et $\eta + \frac{(\eta-1)(1+S)}{2}$ At $\mathfrak{C}$ capiatur intra hos limites

$$\mathfrak{C} < 1 \text{ simulque } \mathfrak{C} > \frac{2(\zeta-\eta)}{(\eta-1)(1+S)}$$

vnde ſimul C definitur. Tum vero capiatur

$$k = \frac{(\eta-1)(1+s)\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)-(\eta-1)(1+s)(\zeta-\eta)}{2\mathfrak{M}\mathfrak{C}\zeta}$$

ex quo habebitur

$$P = \frac{\eta-1}{k} \text{ et } k' = \frac{\mathfrak{M}}{(\eta-1)s}$$

Poſtea capiatur $\mathfrak{B} = \frac{1-P}{\zeta}$; vnde definitur B. Denique ob $Pkk' = \frac{\mathfrak{M}}{s}$ formula ſupra pro $\mathfrak{D}$ inuenta dabit

$$\mathfrak{D} = \left(\frac{\mathfrak{M}}{s}-1\right)M - (\mathfrak{M}-1)M + 2$$

$$= M\mathfrak{M}\left(\frac{1}{s}-1\right)+2;$$

vbi ſubſtituto valore ipſius M prodit

$$\mathfrak{D} = \frac{\frac{2\mathfrak{M}\mathfrak{C}}{s}+2\mathfrak{C}(\zeta-1)-2(\zeta-\eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-\zeta+\eta}$$

qui valor, cum ſit $\mathfrak{M}$ numerus praemagnus, erit proxime $\mathfrak{D} = \frac{2}{s}$; hincque adcuratius

$$\mathfrak{D} = \frac{2}{s} + \frac{\frac{2}{s}(\zeta-\eta-\mathfrak{C}(\zeta-1))+2\mathfrak{C}(\zeta-1)-2(\zeta-\eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-\zeta+\eta}$$

ſiue

$$\mathfrak{D} = \frac{2}{s} + \frac{2\left(\frac{1}{s}-1\right)(\zeta-\eta-\mathfrak{C}(\zeta-1))}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-\zeta+\eta}$$

vel

$$\mathfrak{D} = \frac{2}{s} - \frac{2\left(\frac{1}{s}-1\right)(\mathfrak{C}(\zeta-1)-\zeta+\eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)-\zeta+\eta}$$

vnde ſaltem patet, certe fore $\mathfrak{D} > 1$. ideoque D negati-

gatiuum, vt supra iam notauimus. Iam prouti fuerit P siue > 1 siue < 1, capi debebit vel $A > 0$ vel $A < 0$; ita, vt nunc omnia elementa sint determinata; habebuntur enim distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}a;\quad q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}a;\quad r = \frac{AB\mathfrak{C}}{Pk}a;$$

$$s = -\frac{ABC\mathfrak{D}}{Pkk'}\cdot a \text{ et } t = \frac{ABCD.a}{m};$$

deinde interualla

$$I^{mum} = A a\left(1 + \frac{1}{P}\right);$$

$$II^{dum} = -\frac{AB.a}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right);$$

$$III^{tium} = -\frac{ABC.a}{Pk}\left(1 + \frac{1}{k'}\right);$$

$$IV^{tum} = -\frac{ABCD}{Pkk'}\cdot a\left(1 - \frac{1}{s}\right);$$

tum vero erit

$$M = 2\cdot\left(\mathfrak{M} + \zeta - 1 - \frac{(\mathfrak{C}-\mathfrak{A})}{\mathfrak{C}}\right) \text{ et } O = \frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{M}\,M}$$

et apertura primae lentis ex aequatione notissima $\frac{1}{k^3} = \ldots$ definietur.

Coroll. I.

251. Conditio, quam inuenimus $\zeta > \eta$ hic plus non inuoluit, quam ne ζ minus, quam η, accipiatur. Nihil ergo impedit, quominus statuamus $\zeta = \eta$, etsi enim hic valori campum aliquantillum diminuit; tamen is adhuc satis prodit notabilis. Tum autem fiet $r = 0$, sicque tertia lens quam minimam requiret aperturam, ita, vt simul officium diaphragmatis angustissimi praestet

Coroll. 2.

252. Quodsi vero statuamus $\zeta = \eta$, sufficit capere $\mathfrak{C}$ intra limites o et 1. vnde simul C fit positiuum. Tum vero capiatur

$$k = \frac{(\eta - 1)(1 + S)(\mathfrak{M} + \eta - 1)}{2 \mathfrak{M} \eta}$$

ex quo habebitur

$$P = \frac{2 \mathfrak{M} \eta}{(1 + S)(\mathfrak{M} + \eta - 1)};$$

ita, vt pro maioribus multiplicationibus sit proxime

$$k = \frac{(\eta - 1)(1 + S)}{2 \eta} \text{ et } P = \frac{2 \eta}{1 + S};$$

vnde patet, esse $P > 1$ ideoque A positiuum. Tum vero erit porro $\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{\eta}$, ita, vt sit tam $\mathfrak{B} < 0$, quam $B < 0$. Denique hoc casu fiet

$$\mathfrak{D} = \frac{2 \mathfrak{M} + 2 S (\eta - 1)}{S (\mathfrak{M} + \eta - 1)} \text{ hincque } D = - \frac{2 \mathfrak{M} - 2 S (\eta - 1)}{\mathfrak{M}(2 - S) + S(\eta - 1)}$$

atque $M = \frac{2}{\mathfrak{M} + \eta - 1}$.

Scholion.

253. Praeterquam quod hic casus $\zeta = \eta$ ad praxin inprimis est accommodatus, etiam hanc praerogatiuam complectitur, vt a littera $\mathfrak{C}$ reliqua elementa prorsus non pendeant, ita, vt quomodocunque $\mathfrak{C}$ accipiamus intra limites scilicet o et 1, reliqua elementa nullam inde mutationem patiantur. Hoc autem modo facillime euitari poterit, ne lens obiectiva nimis fiat exigua, quod vero insuper commodius per litteram A praestatur, nisi forte de telescopiis sit

sermo,

ſermo, vbi $\mathrm{A}\,a = p$; ſuperfluum igitur foret hic alios caſus praeter iſtum $\zeta = \eta$ euoluere, atque nunc inprimis operae pretium erit aliquot valores pro η conſiderare, vt inde intelligere queamus, quinam inde ad praxin maxime futuri ſint idonei. Pro littera vero S, quam vnitate minorem eſſe debere vidimus, ſtatuamus ſemper $\mathrm{S} = \frac{1}{2}$, quia hinc ſatis idoneum interuallum inter binas lentes poſtremas oritur. Tum autem noſtrae conditiones ſequenti modo exprimentur:

1°. $k = \frac{3(\eta - 1)(\mathfrak{M} + \eta - 1)}{4\mathfrak{M}\eta}$

2°. $\mathrm{P} = \frac{4\mathfrak{M}\eta}{3(\mathfrak{M} + \eta - 1)}$

3°. $\mathfrak{B} = -\frac{(4\eta - 3)\mathfrak{M} + 3(\eta - 1)}{3\eta(\mathfrak{M} + \eta - 1)}$.

4°. $\mathfrak{C}$, vt iam notauimus, arbitrio noſtro permittitur, dummodo ſit intra 0 et 1.

5°. $\mathfrak{D} = \frac{4\mathfrak{M} + 2(\eta - 1)}{\mathfrak{M} + \eta - 1}$ et $\mathrm{D} = -\frac{4\mathfrak{M} - 2(\eta - 1)}{3\mathfrak{M} + \eta - 1}$.

Hinc itaque diſtantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A}\,a$;

$q = -\frac{\mathrm{A}\mathfrak{B}}{\mathrm{P}}\,a = \frac{(4\eta - 3)\mathfrak{M} - 3(\eta - 1)}{4\mathfrak{M}\eta}.\,\mathrm{A}\,a.$

$r = -\frac{\mathrm{B}\mathfrak{C}}{\mathrm{P}k}.\,\mathrm{A}\,a = -\frac{\mathrm{B}\mathfrak{C}}{\eta - 1}.\,\mathrm{A}\,a$;

$s = -\frac{\mathrm{B}\mathrm{C}\mathfrak{D}}{2\mathfrak{M}}.\,\mathrm{A}\,a.$ et $t = \frac{\mathrm{B}\mathrm{C}\mathrm{D}}{\mathfrak{M}}.\,\mathrm{A}\,a.$

Deinde lentium interualla

$\mathrm{I}^{mum} = \mathrm{A}\,a\left(1 - \frac{1}{\mathrm{P}}\right) = \frac{(4\eta - 3)\mathfrak{M} - 3(\eta - 1)}{4\mathfrak{M}\eta}.\,\mathrm{A}\,a.$

$\mathrm{II}^{dum} = -\mathrm{B}\left(\frac{\mathfrak{M}(7\eta - 3) + 3\eta(\eta - 2) + 3}{4\mathfrak{M}\eta(\eta - 1)}\right)\mathrm{A}\,a.$

$III^{tium} = - BC\left(\frac{1}{\eta-1} + \frac{1}{2\mathfrak{M}}\right)Aa.$

$IV^{tum} = \frac{BCD}{2\mathfrak{M}}. Aa.$

Deinde ob

$M = \frac{2}{\mathfrak{M}+\eta-1}$, erit $O = \frac{1}{2}t\left(1 + \frac{\eta-1}{\mathfrak{M}}\right)$.

Pro prima lente femidiameter aperturae erit $= x$ ex aequatione notiffima definiendus; pro fecunda autem ob $\omega = \frac{2\eta}{\mathfrak{M}+\eta-1}$ erit femidiameter aperturae $= \frac{\eta}{2(\mathfrak{M}+\eta-1)}q + \frac{x}{P}$ et ob $r = 0$ femidiameter aperturae tertiae lentis $= \frac{x}{Pk} = \frac{x}{\eta-1}$; duabus autem reliquis lentibus apertura maxima tribuitur.

Exempl. I.

254. Sumamus $\eta = 2$ eritque $k = \frac{3(\mathfrak{M}+1)}{8\mathfrak{M}}$ et quia tantum de maioribus multiplicationibus agitur, fumi poterit $k = \frac{3}{8}$ hinc $P = \frac{8\mathfrak{M}}{3(\mathfrak{M}+1)} = \frac{8}{3}$ proxime. Porro

$\mathfrak{B} = -\frac{5}{6}$ et $B = -\frac{5}{11}$;

$\mathfrak{D} = 4$ et $D = -\frac{4}{3}$;

vnde diftantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A}a$; $q = \frac{5}{16}Aa$;

$r = \frac{5}{11}. \mathfrak{C}. Aa$; $s = \frac{10}{11}. \frac{C}{\mathfrak{M}} Aa$,

$t = \frac{20}{33}. \frac{C}{\mathfrak{M}}. Aa.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{5}{8}Aa.$

2^{dum}

$2^{dum} = \frac{5}{11} \cdot A\,a.$

$3^{tium} = \frac{5}{11} \cdot C\left(1 + \frac{1}{2\mathfrak{M}}\right) A\,a.$

$4^{tum} = \frac{10}{33} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot A\,a.$ et

$M = \frac{2}{\mathfrak{M}+1}$; hinc $z = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\mathfrak{M}+1}$ et

$O = \frac{1}{2}\,t\left(1 + \frac{1}{\mathfrak{M}}\right);$

tum vero ſemidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{q}{\mathfrak{M}+1} + \frac{3}{8}\,x$ et $3^{tiae} = x.$

Pro x autem inueniendo ſatisfiat huic aequationi:

$$\frac{r}{k^3} = \frac{\mu \mathfrak{M} x^3}{\mathfrak{A}^3 a^3} \begin{cases} \lambda + \nu \mathfrak{A}(1 - \mathfrak{A}) \\ - \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{\mathfrak{B}^3 P}\left(\lambda' + \nu \mathfrak{B}(1 - \mathfrak{B})\right) \\ + \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3 \mathfrak{C}^3 P k}\left(\lambda'' + \nu \mathfrak{C}(1 - \mathfrak{C})\right) \\ - \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3 C\ \mathfrak{D}^3 . P k k'}\left(\lambda''' + \nu \mathfrak{D}(1 - \mathfrak{D})\right) \\ + \frac{(1-\mathfrak{A})^3}{B^3 C^3 D^3} \cdot \lambda'''' \end{cases}$$

quae aequatio commodius ita repraeſentabitur:

$$\frac{r}{k^3} = \mu \mathfrak{M} x^3 \begin{cases} \frac{\lambda + \nu \mathfrak{A}(1 - \mathfrak{A})}{p^3} \\ - \frac{1}{P^4 q^3}\left(\lambda' + \nu \mathfrak{B}(1 - \mathfrak{B})\right) \\ + \frac{1}{(Pk)^4 . r^3}\left(\lambda'' + \nu \mathfrak{C}(1 - \mathfrak{C})\right) \\ - \frac{1}{(Pkk')^4 s^3}\left(\lambda''' + \nu \mathfrak{D}(1 - \mathfrak{D})\right) \\ + \frac{\lambda''''}{(Pkk'S)^4 . t^3}; \end{cases}$$

Coroll.

Coroll.

255. Si haec ad telefcopia transferantur ponendo $\mathfrak{A}a = Aa = p$ et $\mathfrak{M} = m$, fient diftantiae focales

$$q = \tfrac{5}{16} \cdot p;\; r = \tfrac{5}{11}\,\mathfrak{C}.\,p;$$
$$s = \tfrac{10}{11} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot p. \text{ et } t = \tfrac{20}{33} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot p.$$

interualla

$$1^{mum} = \tfrac{5}{8}\,p;$$
$$2^{dum} = \tfrac{5}{11}\,p;$$
$$3^{tium} = \tfrac{5}{11}\,C\left(1 + \tfrac{1}{2\mathfrak{M}}\right)p \text{ et}$$
$$4^{tum} = \tfrac{10}{33} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot p.$$

et femidiameter campi $\Phi = \frac{1718}{\mathfrak{M}+1}$ min. Longitudo ergo erit propemodum $= \frac{95}{88}\,p + \frac{5}{11}\,C.\,p$. Nunc autem p ex aequatione ante data definiri poterit, vbi erit $\mathfrak{A} = 0$ ob $a = \infty$.

Exemplum II.

256. Sit nunc $\eta = 3$ erit

$$k = \tfrac{\mathfrak{M}+2}{2\mathfrak{M}}. \text{ fumi ergo poterit } k = \tfrac{1}{2}$$
$$P = \tfrac{4\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}+2} = 4$$
$$\mathfrak{B} = -\tfrac{3\mathfrak{M}+2}{3(\mathfrak{M}+2)} = -1; \text{ ergo } B = -\tfrac{1}{2}$$
$$\mathfrak{D} = \tfrac{4\mathfrak{M}+4}{\mathfrak{M}+2} = 4; \text{ ergo } D = -\tfrac{4}{3}.$$

Hinc ergo fient diftantiae focales

$$p = \mathfrak{A}a;\; q = \tfrac{1}{4}\,Aa;\; r = \tfrac{1}{4}\,\mathfrak{C}.\,Aa;$$

$s =$

$s = \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot Aa.$ et $t = \frac{2}{3} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot Aa.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{3}{4} \cdot Aa.$

$2^{dum} = \frac{3}{8} Aa.$

$3^{tium} = \frac{1}{4} C(1 + \frac{1}{\mathfrak{M}}) Aa.$

$4^{tum} = \frac{1}{3} \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot Aa.$

hinc porro erit

$M = \frac{2}{\mathfrak{M} + 2}$ hinc $z = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\mathfrak{M} + 2}$ et

$O = \frac{1}{2} t (1 + \frac{2}{\mathfrak{M}})$

tum vero femidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{3q}{2(\mathfrak{M} + 2)} + \frac{1}{4} x$; et $3^{tiae} = \frac{1}{2} \cdot x.$

Cetera fe habent, vt ante.

Coroll.

257. Facta applicatione ad telefcopia, vbi fit $Aa = p$ omnia elementa facile determinantur, vt ante; tum vero longitudo inftrumenti omiffis partibus per $\mathfrak{M}$ diuifis erit $= \frac{9}{8} p + \frac{1}{4} C . p$, quae minor eft, quam cafu praecedente.

Exemplum III.

258. Statuamus $\eta = 6$, vt fiat $M = \frac{2}{\mathfrak{M} + 5}$ eritque

$k = \frac{5(\mathfrak{M} + 5)}{8 \mathfrak{M}} = \frac{5}{8}$ proxime.

$P = 8.$ $\mathfrak{B} = \frac{-7\mathfrak{M}+5}{6(\mathfrak{M}+5)} = -\frac{7}{6}$ proxime

vnde fit

$B = -\frac{7}{13}$; $\mathfrak{D} = 4$ et $D = -\frac{4}{5}$.

vnde diſtantiae focales prodibunt

$p = \mathfrak{A}\, a$; $q = \frac{7}{48}.\, A\, a$; $r = \frac{7}{65}\,\mathfrak{C}.\, A\, a$;

$s = \frac{14}{13}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a$; $t = \frac{28}{39}\, \frac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{7}{8}.\, A\, a.$

$2^{dum} = \frac{7}{40}\, A\, a.$

$3^{tium} = \frac{7}{13}\, C.\, (\frac{1}{5} + \frac{1}{2\mathfrak{M}})\, A\, a.$

$4^{tum} = \frac{14}{39}\, \frac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a.$

Praeterea

$z = \frac{1}{2}.\, \frac{a}{\mathfrak{M}+5}$ et $O = \frac{1}{2}\, t\, (1 + \frac{5}{\mathfrak{M}}).$

tum vero ſemidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{3q}{\mathfrak{M}+5} + \frac{1}{8}\, x$ et $3^{tiae} = \frac{1}{5}\, x.$

Coroll.

259. Translatione igitur ad teleſcopia facta prodiret hoc caſu eorum longitudo $= \frac{2}{20}\, p + \frac{7}{65}\, C.\, p.$ quae longitudo ſatis eſt exigua, vt etiam in aliis generibus vix minor ſperari queat.

Scho-

Scholion.

260. Etsi iste casus $\zeta = \eta$ in praxi summum vsum praestare videtur, tamen etiam considerari conueniet quempiam casum, quo $\zeta > \eta$, quandoquidem hoc modo campo quodpiam augmentum adfertur. Manente autem $S = \frac{1}{2}$, alter limes pro ζ erat $\zeta < \eta + \frac{3(\eta - 1)}{4}$ siue $\zeta < \frac{7}{4}\eta - \frac{3}{4}$. Huic autem limiti ipsi aequari nequit, quia alioquin $\mathfrak{C}$ deberet esse $= 1$ hincque $C = \infty$. Sumamus igitur

$$\zeta = \eta + \tfrac{2}{4}(\eta -) = \tfrac{3}{2}\eta - \tfrac{1}{2}$$

ac reperietur $\mathfrak{C} > \frac{2}{3}$ et $\mathfrak{C} < 1$. Sumatur igitur $\mathfrak{C} = \frac{5}{4}$ vt fiat $C = 3$, hincque fiet

$$k = \frac{(\eta - 1)(2\mathfrak{M} + 15(\eta - 1))}{12\mathfrak{M}(3\eta - 1)} \text{ et } P = \frac{12\mathfrak{M}(3\eta - 1)}{2\mathfrak{M} + 15(\eta - 1)}$$

hincque porro

$$\mathfrak{B} = -\frac{4\mathfrak{M}(18\eta - 7) + 30(\eta - 1)}{(3\eta - 1)(2\mathfrak{M} + 15(\eta - 1))} \text{ et}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{24\mathfrak{M} + 10(\eta - 1)}{6\mathfrak{M} + 5(\eta - 1)} \text{ seu proxime } \mathfrak{D} = 4.$$

Tum vero prodibit

$$M = \frac{12}{6\mathfrak{M} + 5(\eta - 1)} = \frac{2}{\mathfrak{M} + \frac{5}{6}(\eta - 1)},$$

cum antea fuisset $M = \frac{2}{\mathfrak{M} + \eta - 1}$. Quodsi iam sumamus, vt in exemplo 2do, $\eta = 3$ fient haec elementa

$$k = \frac{\mathfrak{M} + 15}{24\mathfrak{M}} \text{ et } P = \frac{48\mathfrak{M}}{\mathfrak{M} + 15} \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{-47\mathfrak{M} + 15}{4(\mathfrak{M} + 15)}; \quad B = \frac{-47\mathfrak{M} + 15}{51\mathfrak{M} + 45}$$

 tum

tum

$\mathfrak{C} = \frac{3}{4}$; $C = 3$; $\mathfrak{D} = 4$ et $D = -\frac{4}{3}$;

vnde ſingula momenta pro conſtructione definiri poſſunt. Quia vero hic tanti occurrunt numeri, quos prae $\mathfrak{M}$ negligere non amplius licet; in adplicatione ad exempla ſtatim quoque pro $\mathfrak{M}$ determinatum valorem aſſumi conueniet. Praeterea vero hic ad ſpecialiora non progredimur, quia adhuc lente obiectiua ſimplice vtimur, ita, vt confuſio aliter tolli nequeat, niſi aperturam lentis obiectiuae diminuendo; quod remedium cum praxis ſponte offerat, non opus erit, litteram x. moleſto illo calculo definire, ſiquis enim microſcopium ſecundum huiusmodi menſuras conſtruxerit, ipſe vſus aperturam declarabit; quando autem in ſequente capite per multiplicationem lentis obiectiuae omnem confuſionem ad nihilum redigemus, tum demum neceſſe erit completas determinationes pro ſingulis momentis, vti hactenus fecimus, exhibere.

Problema 2.

261. Microſcopium huius generis ex quinque lentibus conſtruere, quae ita ſint diſpoſitae, vt prior imago realis in interuallum ſecundum, poſterior vero in interuallum quartum incidat.

Solutio.

Quatuor ergo litterarum P Q R S ſecunda et quarta erunt negatiuae; vnde ponatur $Q = -k$ et

S =

$S = - k'$, vt ſit $P k R k' = \frac{ma}{b} = \mathfrak{M}$, hinc erit vltimae lentis diſtantia focalis

$$t = \frac{ABCD}{PkRk'} a = \frac{ABCD}{\mathfrak{M}} \cdot a,$$

quae debet eſſe poſitiua aeque ac lentium interualla, quae ſunt

$$1^{mum} = A a (1 - \tfrac{1}{P});$$

$$2^{dum} = - \tfrac{AB}{P} \cdot a (1 + \tfrac{1}{k});$$

$$3^{tium} = - \tfrac{ABC}{Pk} a (1 - \tfrac{1}{R});$$

$$4^{tum} = + \tfrac{ABCD}{PkR} a (1 + \tfrac{1}{k'});$$

ergo vt tam vltima lens, quam vltimum interuallum, fiant poſitiua, debet eſſe $ABCD > 0$. Hinc vt tertium quoque fiat poſitiuum, debet eſſe

$$- D (1 - \tfrac{1}{R}) > 0.$$

ſicque circa D nihil definitur. Ob ſecundum autem interuallum debet eſſe $- AB > 0$ et ob primum $A (1 - \frac{1}{P}) > 0$. Tum ergo debebit eſſe $CD < 0$. Statuatur nunc $M = \frac{\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} + \mathfrak{t}}{\mathfrak{M} - 1}$ et quia campus maximus deſideratur, ſtatim ſumi poterit $\mathfrak{s} = 1$ et $\mathfrak{t} = 1$, vt fiat $M = \frac{\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + 2}{\mathfrak{M} - 1}$ hincque diſtantia oculi $O = \frac{t}{M \mathfrak{M}}$, quae cum ſit poſitiua, deſtructio marginis praebet:

$$0 = \frac{\mathfrak{q}}{P} - \frac{\mathfrak{r}}{Pk} - \frac{1}{PkR} + \frac{1}{PkRk'}$$

vnde colligitur

$$\tfrac{1}{k'} = - \mathfrak{q} k R + \mathfrak{r} R + 1$$

 hinc

hinc erit

$$P k R = \mathfrak{M} (1 + \mathfrak{r} R - \mathfrak{q} k R)$$

ſicque patet eſſe $1 + \mathfrak{r} R > \mathfrak{q} k R$. Praeterea vero conſiderare debemus ſequentes aequationes:

$$1.\ \mathfrak{B} \mathfrak{q} = (P - 1) M$$

$$2.\ \mathfrak{C} \mathfrak{r} = -(1 + P k) M - \mathfrak{q}$$

$$3.\ \mathfrak{D} = -(1 + P k R) M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}$$

Ponatur hic, vt ante, breuitatis gratia

$$\frac{1 - P}{\mathfrak{B}} = \zeta \text{ et } 1 + P k = \eta, \text{ fietque}$$

$$\mathfrak{q} = -\zeta M \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{(\zeta - \eta) M}{\mathfrak{C}}$$

vnde colligitur

$$2 + \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{2\mathfrak{C} + (\zeta(1 - \mathfrak{C}) - \eta) M}{\mathfrak{C}} = (\mathfrak{M} - 1) M;$$

ex qua aequatione deducitur

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} - 1) - \zeta(1 - \mathfrak{C}) + \eta} = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

ex quo valore viciſſim erit

$$\mathfrak{q} = -\frac{2\zeta\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta} \text{ et}$$

$$\mathfrak{r} = \frac{2(\zeta - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}.$$

Nunc vt marginis colorati rationem habeamus, erit ſtatim

$$1 + \mathfrak{r} R - \mathfrak{q} k R = \frac{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta + 2(\zeta - \eta) R + 2\zeta\mathfrak{C} k R}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

Et cum ob

$$P k = \eta - 1 \text{ ſit } P k R = (\eta - 1) R,$$

erit

erit

$$\mathfrak{C}(\eta-1)R(\mathfrak{M}+\zeta-1)-(\eta-1)(\zeta-\eta)R-\mathfrak{M}\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)$$
$$+\mathfrak{M}(\zeta-\eta)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)R$$
$$-2\mathfrak{M}\zeta\mathfrak{C}kR=0.$$

Ante quam autem hinc vel k vel R determinemus, confiderare debemus rationem litterae $\mathfrak{D}$ ex fuperiori tertia aequatione; cum igitur PkR fit fine dubio numerus magnus inuoluens $\mathfrak{M}$, facile intelligitur litteram $\mathfrak{D}$ effe negatiuam; vnde etiam erit D negatiuum, adeoque concludimus fore $C>0$, hincque $\mathfrak{C}<1$ Ob eandem vero rationem debebit effe $R>1$; ita, vt haec littera aliquatenus tanquam nota fpectari posfit; quare ex illa aequatione colligimus

$$k=\left\{\begin{array}{l}\mathfrak{C}(\eta-1)R(\mathfrak{M}+\zeta-1)-(\eta-1)(\zeta-\eta)R\\ -\mathfrak{M}\mathfrak{C}(\mathfrak{M}+\zeta-1)+\mathfrak{M}(\zeta-\eta)\\ -2\mathfrak{M}(\zeta-\eta)R\end{array}\right\}:2\mathfrak{M}\zeta\mathfrak{C}R$$

hincque $P=\frac{(\eta-1)}{k}$; ita, vt fit $\eta>1$. Quare vt valor ipfius k fiat pofitiuus, debet effe

$$R(\mathfrak{C}(\eta-1)(\mathfrak{M}+\zeta-1)-(\eta-1)(\zeta-\eta)-2\mathfrak{M}(\zeta-\eta))$$
$$>\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M}+\mathfrak{C}(\zeta-1)-\zeta+\eta)$$

ad quod primo requiritur, vt quantitas litteram R multiplicans fit pofitiua, et quia $\mathfrak{M}$ eft numerus praemagnus, ipfius coefficiens ante omnia debet effe pofitiuus, vnde colligimus $\mathfrak{C}(\eta-)>2(\zeta-\eta)$ vnde con-

concluditur $\mathfrak{C} > \frac{2(\zeta - \eta)}{\eta - 1}$; quia igitur $\mathfrak{C} < 1$, erit

$$2(\zeta - \eta) < \eta - 1; \text{ ſicque } \zeta < \frac{3\eta - 1}{2}.$$

Qua conditione impleta debet eſſe

$$R > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M} + \mathfrak{C}(\zeta - 1) - \zeta + \eta)}{\mathfrak{C}(\eta - 1)(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - 2\mathfrak{M}(\zeta - \eta) - (\eta - 1)(\zeta - \eta)}$$

atque hinc retrogrediendo omnia elementa determinabuntur. Reliqua vero expediuntur, vt in praecedente problemate.

Coroll.

262. Hic igitur littera R denotabit numerum magnum $\mathfrak{M}$ inuoluentem; deinde conditio $\zeta < \frac{3\eta - 1}{2}$ inſtituto noſtro maxime fauet, cum campi conditio inprimis poſtulet, ne ζ vltra neceſſitatem augeatur. Quare cum ſemper ſit $\eta > 1$; commodiſſime videtur ſtatui poſſe $\zeta = \eta$, vti in praecedante problemate; ita, vt tertiae lentis apertura iterum fiat minima prodeatque

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}\mathfrak{M} + \mathfrak{C}\eta - \mathfrak{C}} = \frac{2}{\mathfrak{M} + \eta - 1}.$$

Coroll. 2.

263. Sumto autem $\zeta = \eta$, pro $\mathfrak{C}$ limites erunt $\mathfrak{C} < 1$ et $\mathfrak{C} > 0$. Porro capi debet $R > \frac{\mathfrak{M}}{\eta - 1}$; indeque fiet

$$k = \frac{((\eta - 1)R - \mathfrak{M})(\mathfrak{M} + \eta - 1)}{2\mathfrak{M}\eta R} \text{ et } P = \frac{2\mathfrak{M}\eta(\eta - 1)R}{((\eta - 1)R - \mathfrak{M})(\mathfrak{M} + \eta - 1)}$$

Prae-

Praeterea vero erit

$$\mathfrak{B} = -\frac{(\eta-1)R((2\eta-1)\mathfrak{M}-\eta+1)-\mathfrak{M}(\mathfrak{M}+\eta-1)}{\eta((\eta-1)R-\mathfrak{M})(\mathfrak{M}+\eta-1)}$$

Denique vero reperietur

$$\mathfrak{D} = -\frac{2(1+(\eta-1)R-\eta)}{\mathfrak{M}+\eta-1}$$

siue cum $\mathfrak{M}$ et R sint numeri praemagni, erit proxime $\mathfrak{D} = -\frac{2(\eta-1)R}{\mathfrak{M}}$, qui valor certo est negatiuus, vt supra iam posuimus.

Coroll. 3.

264. Quin etiam statui poterit $\zeta = 0$; vnde pro $\mathfrak{C}$ limites erunt $\mathfrak{C} < 1$ et $\mathfrak{C} > -\frac{2\eta}{\eta-1}$; cui satisfit, dummodo $\mathfrak{C}$ intra limites 1 et 0 contineatur. Tum vero sumi debebit

$$R > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M}-\mathfrak{C}+\eta)}{\mathfrak{C}(\eta-1)(\mathfrak{M}-1)+2\mathfrak{M}\eta+\eta(\eta-1)}$$

siue ob $\mathfrak{M}$ numerum praemagnum $R > \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}{\mathfrak{C}(\eta-1)+2\eta}$ Verum hinc sequitur porro $k = \infty$ et $P = 0$. ita, vt sit $Pk = \eta - 1$. Praeterea vero prodit $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$. Denique vero ob

$\mathfrak{q} = 0$ et $\mathfrak{r} = -\frac{\eta M}{\mathfrak{C}}$ erit

$$\mathfrak{D} = -(1+(\eta-1)R-\frac{\eta}{\mathfrak{C}})M$$

ideoque ob $M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M}-1)+\eta}$, qui valor ipſius M aliquanto minor eſt, quam caſu praecedente, fiet $\mathfrak{D} = -\frac{2(\eta-1)R}{\mathfrak{M}}$.

Scholion.

265. Quantumuis hic caſus paradoxus videatur, cum ob $\mathfrak{B} = \infty$ tum vero ob $P = 0$, tamen reuera eſt realis et ad caſum in praecedente capite expoſitum reducitur, quia enim $\mathfrak{B} = \infty$; ſecundae lentis diſtantia focalis eſt infinita, ſicque res eodem redit ac ſi ſecunda lens plane abeſſet, ita, vt non amplius quaeſtio ſit de eius loco, quare etſi primum interuallum prodeat $= Aa(1-\frac{1}{P}) = -\infty$, et ſecundum

$$Aa(\tfrac{1}{P}+\tfrac{1}{\eta-1}) = +\infty,$$

tamen horum ſumma, quae ſola nunc eſt ſpectanda, fit finita

$$= Aa(1+\tfrac{1}{\eta-1}) = \tfrac{\eta}{\eta-1}.Aa.$$

Cum igitur tantum quatuor lentes hic habeantur, hic caſus ad praecedens caput eſt referendus. Interim tamen hinc incommodum naſci debebit, quando ζ prope ad 0 accedit, quia tum P etiam erit vnitate minus, ita, vt A debeat eſſe numerus negatiuus et $B > 0$. Cum autem ſit $\mathfrak{B} = \frac{1-P}{\zeta}$, erit quidem $\mathfrak{B} > 0$, verum inſuper neceſſe eſt, vt ſit $1-P < \zeta$, vel $P > 1-\zeta$, ſiue P contineri debebit intra limites 1 et $1-\zeta$ ſeu eſſe debet $k < \frac{\eta-1}{1-\zeta}$, quare cum $\mathfrak{M}$

et

et R ſint numeri praemagni, debebit eſſe

$$R\left(\frac{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)}{1-\zeta}-2\right)<\mathfrak{C}\,\mathfrak{M}$$

quod ſponte euenit, ſi fuerit

$$\frac{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)}{1-\zeta}<2 \text{ ſiue } \mathfrak{C}<\frac{2(1-\zeta)}{(\eta-1)(1-3\zeta)}.$$

Sin autem ſit

$$\frac{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)}{1-\zeta}>2 \text{ debet eſſe } R<\frac{(1-\zeta)\mathfrak{C}\,\mathfrak{M}}{\mathfrak{C}(\eta-1)(1-3\zeta)-2(1-\zeta)}$$

quibus obſeruatis aliquot caſus fuſius euoluamus.

CASVS I.

quo $\zeta=\eta$.

266. Hoc caſu iam vidimus, lentem tertiam noſtro arbitrio relinqui, dummodo pro ea capiatur $\mathfrak{C}<1$ et $\mathfrak{C}>0$, vt C fiat numerus poſitiuus, vnde ſi circumſtantiae poſtulent, vt C ſit numerus ſatis magnus, tum $\mathfrak{C}$ parum ab vnitate deficere debebit; deinde etiam notauimus, capi debere $R>\frac{\mathfrak{M}}{\eta-1}$, vnde cum ſemper ſit $\eta>1$, ſi etiam fuerit >2, tunc commode ſumi poterit $R=\mathfrak{M}$. Notetur autem, litteram η non nimis magnam ſumi conuenire, quia pro campo fit $M=\frac{2}{\mathfrak{M}+\eta-1}$. Deinde vero prodit

$$k=\frac{((\eta-1)R-\mathfrak{M})(\mathfrak{M}+\eta-1)}{2\mathfrak{M}\eta R}$$

quare pro maioribus multiplicationibus tuto ſumi poterit $k=\frac{(\eta-1)R-\mathfrak{M}}{2\eta R}$, vnde patet, litteram k eo fore minorem, quo minus R limitem praeſcriptum $\frac{\mathfrak{M}}{\eta-1}$

ſuperet; vnde fit

$$\mathrm{P} = \frac{\eta - 1}{k} = \frac{2\eta(\eta - 1)k}{(\eta - 1)\mathrm{R} - \mathfrak{M}}.$$

Pro reliquis elementis primo prodit

$$\mathfrak{B} = -\frac{(\eta-1)\mathrm{R}((2\eta-1)\mathfrak{M}-\eta+1)-\mathfrak{M}(\mathfrak{M}+\eta-1)}{\eta((\eta-1)\mathrm{R}-\mathfrak{M})(\mathfrak{M}+\eta-1)}$$

hincque proxime

$$\mathfrak{B} = -\frac{(\eta-1)(2\eta-1)\mathrm{R}-\mathfrak{M}}{\eta(\eta-1)\mathrm{R}-\eta\mathfrak{M}}.$$

qui valor manifeſto eſt negatiuus, ex quo etiam B erit negatiuum. Deinde cum ſit $\mathrm{P} > 1$; ob eandem rationem littera A debebit eſſe poſitiua; ex quo productum A B ob

$$\mathrm{B} = -\frac{(\eta-1)(2\eta-1)\mathrm{R}-\mathfrak{M}}{(\eta-1)(3\eta-1)\mathrm{R}-(\eta-1)\mathfrak{M}}$$

ſponte fit negatiuum, prorſus, vti conditiones praeſcriptae poſtulant. Denique vero reperitur

$$\mathfrak{D} = -\frac{2(1+(\eta-1)\mathrm{R}-\eta)}{\mathfrak{M}+\eta-1}$$

ideoque proxime

$$\mathfrak{D} = -\frac{2(\eta-1)\mathrm{R}}{\mathfrak{M}}; \text{ vnde fit } \mathrm{D} = -\frac{2(\eta-1)\mathrm{R}}{\mathfrak{M}+2(\eta-1)\mathrm{R}}.$$

His definitis erunt primo diſtantiae focales

$$p = \mathfrak{A}\,a.\quad q = -\frac{\mathrm{A}\mathfrak{B}}{\mathrm{P}}\,a = \frac{(\eta-1)(2\eta-1)\mathrm{R}+\mathfrak{M}}{2\eta^2(\eta-1)\mathrm{R}}.\,\mathrm{A}\,a.$$

$$r = -\frac{\mathrm{AB}\mathfrak{C}}{\eta-1}.\,a;\quad s = +\frac{\mathrm{ABC}\mathfrak{D}}{(\eta-1)\mathrm{R}}.\,a.$$

$$\text{et } t = \frac{\mathrm{ABCD}}{\mathfrak{M}}.\,a.$$

Deinde

Deinde vero interualla

$I^{mum} = A a (1 - \frac{1}{P});$

$II^{dum} = - A B. a (\frac{1}{P} + \frac{1}{\eta - 1};$

$III^{tium} = - \frac{A B C a}{\eta - 1} (1 - \frac{1}{R});$

$IV^{tum} = A B C D. a (\frac{1}{(\eta - 1) R} + \frac{1}{\mathfrak{M}}).$

Diſtantia vero oculi fiet

$O = \frac{t}{M \mathfrak{M}} = \frac{t}{2}. \frac{\mathfrak{M} + \eta - 1}{\mathfrak{M}} = \frac{1}{2} t (1 + \frac{\eta - 1}{\mathfrak{M}}) = \frac{1}{2} t$ proxime.

Pro aperturis vero lentium primae quidem apertura tutiſſime per experientiam definitur; vnde reperitur littera x, ex eaque menſura claritatis $= \frac{20 x}{\mathfrak{M}}$, ſi ſcilicet x in digitis exprimatur.

Pro ſecunda vero lente cum ſit

$q = - \eta M = - \frac{2 \eta}{\mathfrak{M} + \eta - 1} = - \frac{2 \eta}{\mathfrak{M}},$

erit eius aperturae ſemidiameter

$= \frac{1}{4} q q + \frac{x}{P} = - \frac{1}{2}. \frac{\eta}{\mathfrak{M}}. q + \frac{x}{P}.$

Pro tertia vero lente ob $r = 0$ ſufficit aperturae ſemidiameter $= \frac{x}{\eta - 1}$; reliquas vero lentes vtrinque aeque conuexas confici conuenit.

Coroll.

267. Si ſumatur $R = \frac{\mathfrak{M}}{\eta - 1}$, vt fiat $k = 0$ et $P = \infty$, exiſtente $P k = \eta - 1$; tum fiet $\mathfrak{B} = - \frac{P}{\eta} = \infty$ et

et $B = -1$. Tum igitur ſecunda lens in ipſam imaginem realem priorem incidet ob primum intervallum $= Aa = \alpha$, eiusque diſtantia focalis erit $q = \frac{Aa}{\eta}$. At vero ſecundum interuallum hoc caſu euadet $= -\frac{ABa}{\eta - 1} = \frac{Aa}{\eta - 1}$. Reliqua vero definiuntur, vt in genere, ſi modo notetur, fore $\mathfrak{D} = -2$. et $D = -\frac{2}{3}$.

Exempl. I.

Ponamus $\eta = 2$ et capi debebit $R > \mathfrak{M}$. Nihil vero impedit, quominus ſecundum praecedens Coroll. ſumamus $R = \mathfrak{M}$ ita, vt tum fiat $k = 0$ et $P = \infty$ quare primo diſtantiae focales ita exprimentur

$$p = \mathfrak{A}a; \quad q = \frac{Aa}{2};$$

$$r = A\,\mathfrak{C}\,a; \quad s = \frac{2AC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$\text{et } t = \frac{2}{3}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.Aa. = \frac{1}{3}s.$$

Deinde interualla ita ſe habebunt:

$$1^{mum} = Aa; \quad 2^{dum} = Aa;$$

$$3^{tium} = C.\left(1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}\right)Aa;$$

$$4^{tum} = \frac{4}{3}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.Aa.$$

diſtantia vero oculi $= \frac{1}{2}t\left(1 + \frac{1}{\mathfrak{M}}\right)$.

Pro valore ipſius x ſiue per experientiam ſiue per formulam notam definito, fiat ſecundae lentis ſemidiameter aperturae $= \frac{q}{\mathfrak{M}}. = \frac{1}{2}.\frac{Aa}{\mathfrak{M}}$ et tertiae lentis $= x$.

$= x$. semidiameter spatii conspicui erit $z = \frac{a}{2\mathfrak{M}}$ et mensura claritatis $= \frac{20 \cdot x}{\mathfrak{M}}$.

Corollarium.

268. Hae formulae quoque ad telescopia accommodari poterunt, sumendo $A a = p$ et $\mathfrak{M} = m$. Tum vero sumi debebit ipsa distantia focalis

$$p = m \sqrt[3]{\mu m (\lambda * + \frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C \mathfrak{C}})}$$

omissis terminis sequentibus per $\mathfrak{M}$ diuisis.

Exempl. II.

269. Sit nunc $\eta = 3$, vt esse debeat $R > \frac{\mathfrak{M}}{2}$ sumaturque $R = \mathfrak{M}$, vnde fiet $k = \frac{1}{6}$ et $P = 12$; quare reliqua elementa fient $\mathfrak{B} = -\frac{11}{3}$; hincque $B = -\frac{11}{14}$ et $\mathfrak{D} = -4$ et $D = -\frac{4}{5}$ vnde distantiae focales euadent

$$p = \mathfrak{A} a; \quad q = \frac{11}{36} A a.$$

$$r = \frac{11}{28} \mathfrak{C}. A a. \quad s = \frac{11}{7} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a. \text{ et}$$

$$t = \frac{22}{35} C. A a. = \frac{2}{5} . s$$

atque interualla lentium

$1^{mum} = \frac{11}{12} A a;$

$2^{dum} = \frac{11}{24} A a;$

$3^{tium} = \frac{11}{28} C (1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}) A a.$

$4^{tum} = \frac{11}{35} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a.$

oculi-

oculique diſtantia $O = \frac{1}{2} t \left(1 + \frac{2}{\mathfrak{M}}\right)$, ſpatii vero in obiecto conſpicui erit ſemidiameter $z = \frac{a}{2 \cdot (\mathfrak{M} + 2)}$. Definito x ſiue per experientiam ſiue per formulam notam erit ſemidiameter aperturae

$$\text{ſecundae lentis} = \frac{3}{2} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{x}{12} \text{ et tertiae} = \frac{x}{2}.$$

et gradus claritatis $= \frac{20 x}{\mathfrak{M}}$.

Coroll.

270. Hae formulae etiam ad teleſcopia accommodari poſſunt; erit enim $A a = p$ et $\mathfrak{M} = m$. Tum vero lentis obiectiuae diſtantia focalis definitur per hanc formulam

$$p = m \sqrt[3]{\mu m \left(\lambda + \frac{1}{12}\left(\frac{3^3}{11^3} \lambda' - \frac{3 \cdot 14 \nu}{11^2}\right) + \frac{14^3}{11^3 \cdot 2}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C \mathfrak{C}}\right)\right)}$$

Longitudo huius teleſcopii erit circiter $= \left(\frac{11}{8} + \frac{11}{28} C\right) p$.

Exempl. III.

271. Sit nunc $\eta = 6$, vt eſſe debeat $R > \frac{\mathfrak{M}}{5}$ et ſumatur $R = \frac{\mathfrak{M}}{2}$ ac reperitur $k = \frac{1}{4}$ et $P = 20$. Hinc porro fiet $\mathfrak{B} = -\frac{19}{6}$ et $B = -\frac{19}{25}$. Tum vero $\mathfrak{D} = -5$. et $D = -\frac{5}{6}$. Diſtantiae ergo focales ita ſe habebunt:

$$p = \mathfrak{A} a; \; q = \frac{19}{120} A a;$$

$$r = \frac{49}{125} \mathfrak{C}. A a; \; s = \frac{38}{25} \frac{C}{\mathfrak{M}} A a. \text{ et}$$

$$t = \frac{19}{30} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot A a \text{ ſeu } t = \frac{5}{12} \cdot s.$$

et

et interualla lentium

$1^{mum} = \frac{19}{20}. A a;$

$2^{dum} = \frac{19}{100} A a;$

$3^{tium} \frac{19}{125} C (1 - \frac{2}{\mathfrak{M}}) A a.$ et

$4^{tum} = \frac{133}{150} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a.$

oculique distantia $O = \frac{1}{4} t (1 + \frac{5}{\mathfrak{M}})$

Spatii conspicui semidiameter $z = \frac{a}{5(\mathfrak{M}+5)}$.

Definito denique x, vt ante, erit semidiameter aperturae lentis

secundae $= \frac{3}{\mathfrak{M}} q + \frac{x}{20}$ et tertiae $= \frac{1}{5} x;$

gradus autem claritatis manet $= 20. \frac{x}{\mathfrak{M}}$.

Exempl. IV.

272. Sit vt ante $\eta = 6$, sumatur vero $R = \mathfrak{M}$, ac reperitur $k = \frac{1}{3}$ et $P = 15$. Hinc porro fit

$\mathfrak{B} = - \frac{7}{3}$ et $B = - \frac{7}{10}$, at

$\mathfrak{D} = - 10.$ et $D = - \frac{10}{11}$.

Distantiae ergo focales erunt

$p = \mathfrak{A} a; \; q = \frac{7}{45} A a;$

$r = \frac{7}{50} \mathfrak{C}. A a; \; s = \frac{7}{5} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a;$

$t = \frac{7}{11} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a$ seu $t = \frac{5}{11} s.$

et lentium interualla

$$1^{mum} = \tfrac{14}{15} \cdot Aa;$$

$$2^{dum} = \tfrac{14}{75} \cdot Aa;$$

$$3^{tium} = \tfrac{7}{50} \cdot C. \left(1 - \tfrac{1}{\mathfrak{M}}\right) Aa;$$

$$4^{tum} = \tfrac{42}{55} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot Aa.$$

et diſtantia Oculi $= \frac{1}{2} t \left(1 + \frac{5}{\mathfrak{M}}\right)$ pariter, ac reliqua momenta, ſe habet, vt ante.

Corollarium.

273. Si haec ad teleſcopia transferantur, ponendo $Aa = p$ et $\mathfrak{M} = m$, caſus hic poſterior antecedenti praeferendus videtur, ſiquidem praebet longitudinem parumper minorem, quippe quae neglectis terminis per $\mathfrak{M}$ diuiſis erit $= (1\tfrac{3}{25} + \tfrac{7}{50} \cdot C) p$. cum ex exemplo praecedente fuerit $= (1\tfrac{7}{50} + \tfrac{19}{125} C) p$ Caſu ergo vltimi exempli lentis obiectiuae diſtantia focalis ita definietur, vt ſit

$$p = m \sqrt[3]{\mu m \left(\lambda + \tfrac{1}{15}\left(\tfrac{3^3}{7^3}\lambda' - \tfrac{30 \cdot \nu}{7^2}\right) - \tfrac{200}{343}\left(\tfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \tfrac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)\right)}$$

CASVS II.

quo $\zeta = 1$.

274. Cum ſit $\zeta = 1$, limites pro $\mathfrak{C}$ erunt $\mathfrak{C} < 1$ et $\mathfrak{C} > -2$, ita, vt $\mathfrak{C}$ aeque arbitrio noſtro permittatur, ac ante. Tum vero eſſe debebit

$$R > \frac{\mathfrak{M}(\mathfrak{C}\mathfrak{M} + \eta - 1)}{(\eta - 1)(\mathfrak{C}\mathfrak{M} + 2\mathfrak{M} + \eta - 1)}$$

ſeu

seu neglectis minoribus partibus $R > \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}{(\eta-1)(2+\mathfrak{C})}$.
Statuatur ergo $R = i\,\mathfrak{M}$, sumendo scilicet $i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta-1)(2+\mathfrak{C})}$
Tum ergo fiet

$$k = \frac{\mathfrak{C}(\eta i - i - 1) + 2i(\eta-1)}{2i\mathfrak{C}} \text{ et } P = \frac{2i(\eta-1)\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}((\eta-1)i-1)+2i(\eta-1)}$$

Hinc ergo fiet

$$P - 1 = \frac{\mathfrak{C}(i(\eta-1)+1) - 2i(\eta-1)}{\mathfrak{C}((\eta-1)i-1)+2i(\eta-1)}$$

qui valor erit positiuus, seu $P > 1$, si fuerit

$$i < \frac{\mathfrak{C}}{(\eta-1)(2-\mathfrak{C})}.$$

Hoc ergo casu prodit

$$\mathfrak{B} = \frac{-\mathfrak{C}(i(\eta-1)+1)+2i(\eta-1)}{\mathfrak{C}(i(\eta-1)-1)+2i(\eta-1)}$$

qui valor cum sit negatiuus, etiam B erit negatiuum et ob $P > 1$ debebit A esse positiuum, vt superiores conditiones postulant; sin autem esset

$$i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta-1)(2-\mathfrak{C})};$$

tum foret $P < 1$ sumique deberet A negatiue, ac prodiret $\mathfrak{B} > 0$. vnde vt etiam B fiat positiuum, insuper necesse est, vt sit $\mathfrak{B} < 1$, quod manifestum est, cum sit $\mathfrak{B} = 1 - P$. Postea vero pro $\mathfrak{D}$ inueniendo notetur esse

$$M = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}+\eta-1} \text{ et}$$

$$\mathfrak{q} = -M \text{ et } \mathfrak{r} = -\frac{(\eta-1)M}{\mathfrak{C}};$$

ex quibus prodit

$$\mathfrak{D} = -i(\eta-1)M\mathfrak{M} = -2i(\eta-1).$$

illi vero valores abibunt in hos:

$$\mathfrak{q} = -\frac{2}{\mathfrak{M}}; \text{ et } \mathfrak{r} = -\frac{2(\eta-1)}{\mathfrak{C}\,\mathfrak{M}}.$$

His valoribus inuentis confiderentur primo diftantiae focales, quae funt

$$p = \mathfrak{A}\,a;\; q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.\,a;$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{\eta-1}.\,a;\; s = \frac{ABC\mathfrak{D}}{i(\eta-1)\mathfrak{M}}.\,a:$$

$$\text{et } t = \frac{ABCD}{\mathfrak{M}}.\,a:$$

Tum vero interualla

$$1^{mum} = A\,a\left(1-\frac{1}{P}\right);$$

$$2^{dum} = -A.B.\,a\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{\eta-1}\right);$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC.a}{\eta-1}\left(1-\frac{1}{i\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \frac{ABCD.a}{\mathfrak{M}}\left(\frac{1}{i(\eta-1)}+1\right);$$

diftantia vero oculi

$$O = \frac{t}{\mathfrak{M}M} = \frac{1}{2}t\left(1+\frac{\eta-1}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}\right).$$

Deinde fimili modo, vt iam ante notauimus, littera x fiue per experientiam fiue ex formula nota definiri poterit. Tum vero erit lentis fecundae femidiameter aperturae

$$= \frac{1}{4}\mathfrak{q}\,q + \frac{x}{P} = \frac{1}{2}.\frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{x}{P}.$$

tertiae vero lentis

$$= \frac{1}{4}.\mathfrak{r}\,r + \frac{x}{\eta-1} = \frac{1}{2}.\frac{(\eta-1)r}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}} + \frac{x}{\eta-1}$$

reliquae vero lentes quia funt vtrinque aeque convexae, maximam aperturam admittunt. Pro fpatio deni-

denique conſpicuo erit

$$z = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{C}.\, a}{\mathfrak{C}\mathfrak{M} + \eta - 1} = \frac{a}{2\mathfrak{M}} \text{ proxime}$$

et menſura claritatis $= 20. \frac{x}{\mathfrak{M}}$.

Coroll. 1.

275. Si littera i contineatur intra hos limites, ſcilicet

$$i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta - 1)(2 + \mathfrak{C})} \text{ et } i < \frac{\mathfrak{C}}{(\eta - 1)(2 - \mathfrak{C})}$$

tum fit $P > 1$ et litterae $\mathfrak{B}$ et B negatiuae, littera vero A ſumi debet poſitiue; vnde omnia elementa eiusdem ſunt naturae, vti in caſu praecedente.

Coroll. 2.

276. Sin autem adeo fuerit $i > \frac{\mathfrak{C}}{(\eta - 1)(2 - \mathfrak{C})}$; tum littera P vnitate fit minor, hincque tam littera $\mathfrak{B}$, quam B fiunt poſitiuae; at vero littera A eſſe debebit negatiua, id quod duplici modo euenire poteſt, altero quo $\mathfrak{A} > 1$; altero vero, quo $\mathfrak{A} < 0$. quo poſteriore caſu lens prima euaderet concaua et inſtrumentum multis incommodis foret obnoxium.

Coroll. 3.

277. Sin autem fuerit $i = \frac{\mathfrak{C}}{(\eta -)(2 - \mathfrak{C})}$; tum fiet $P = 1$: hincque $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$. Tum igitur ne fiat $q = 0$, neceſſe erit ſumi $A = \infty$, ita, tamen, vt ſit $AB = A\mathfrak{B} = -\frac{q}{a}$. Vnde cum ſit $1 - P = \mathfrak{B}$

 erit

erit primum interuallum

$$= A\,a\left(1 - \tfrac{1}{p}\right) = -A.\mathfrak{B}.\,a = q$$

quare ob $\mathfrak{A} = 1$. fient diſtantiae focales

$$p = a;\ q = q;\ r = \frac{\mathfrak{C}q}{\eta - 1};$$

$$s = -\frac{C\mathfrak{D}.}{i(\eta - 1)\mathfrak{M}}q \text{ ſeu } s = \frac{2C}{\mathfrak{M}}.q \text{ et}$$

$$t = -\frac{C\mathfrak{D}}{\mathfrak{M}}.q \text{ ſeu } t = \frac{2i(\eta - 1)C}{2i(\eta - 1) + 1}.\frac{q}{\mathfrak{M}}.$$

Interualla vero lentium

$$1^{mum} = q;$$

$$2^{dum} = \frac{\eta}{\eta - 1}.q;$$

$$3^{tium} = \frac{C}{\eta - 1}\left(1 - \frac{1}{i\mathfrak{M}}\right)q;$$

$$4^{tum} = -\frac{CD}{\mathfrak{M}}\left(1 + \frac{1}{i(\eta - 1)}\right)q.$$

$$= \frac{2i(\eta - 1) + 2}{2i(\eta - 1) + 1}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.q.$$

In reliquis vero momentis nihil mutandum occurrit.

Scholion.

278. Probe autem hic eſt notandum, caſus in his duobus poſtremis corollariis contentos neutiquam ad teleſcopia transferri poſſe. Pro teleſcopiis enim ob $a = \infty$ neceſſario ſumi debet $\mathfrak{A} = 0$ et $A = 0$, cum in his caſibus debeat eſſe $\mathfrak{A}$ vel infinitum vel negatiuum.

Exempl. I.

279. Sumamus $\eta = 2$ et quia C in iis tantum terminis occurrit, qui per $\mathfrak{M}$ ſunt diuiſi ideo-

que

que semper numerum praemagnum significare debet, pro $\mathfrak{C}$ recte vnitatem assumere poterimus, hinc ergo pro littera R primus limes erit $i > \frac{1}{3}$, vt nostra instrumenta ad casum corollarii primi pertineant, sumi quoque debet $i < 1$ hinc ergo capiatur $i = \frac{1}{2}$, vt sit $R = \frac{1}{2}\mathfrak{M}$; vnde colligemus $k = \frac{1}{2}$ et $P = 2$. Deinde $\mathfrak{B} = -1$ et $B = -\frac{1}{2}$ et $\mathfrak{D} = -1$. hinc $D = -\frac{1}{2}$. Hinc distantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a; \quad q = \frac{1}{2}Aa;$$

$$r = \frac{\mathfrak{C}}{2}. Aa; \quad s = \frac{CAa}{\mathfrak{M}} \text{ et}$$

$$t = \frac{1}{4}. \frac{C}{\mathfrak{M}}. Aa. \text{ seu } t = \frac{1}{4}s.$$

Interualla vero lentium erunt

$$1^{mum} = \frac{1}{2}Aa;$$

$$2^{dum} = \frac{3}{4}Aa.;$$

$$3^{tium} = \frac{C}{2}\left(1 - \frac{2}{\mathfrak{M}}\right)Aa;$$

$$4^{tum} = \frac{3}{4}. \frac{C}{\mathfrak{M}} Aa.$$

ac distantia oculi $O = \frac{1}{2}t\left(1 + \frac{1}{\mathfrak{M}}\right)$.

Semidiametri denique aperturarum lentis

$$1^{mae} = x;$$

$$2^{dae} = \frac{1}{2}\frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{2}x;$$

$$3^{tiae} = \frac{1}{2}\frac{r}{\mathfrak{M}} + x.$$

Exempl.

Exemplum 2.

280. Maneat $\eta = 2$, ſumatur vero $i = 1$, ſiue $R = \mathfrak{M}$, atque erit $k = 1$ et $P = 1$, tum vero $\mathfrak{B} = 0 = B$ et $\mathfrak{D} = -2$, et $D = -\frac{2}{3}$; vnde ex corollario tertio nanciſcimur

$$p = a;\ q = q;\ r = q;$$

$$s = \tfrac{2C}{\mathfrak{M}} q;\ t = \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q. \text{ ſeu } t = \tfrac{1}{3} s.$$

Interualla vero lentium erunt

$1^{mum} = q;$

$2^{dum} = 2q;$

$3^{tium} = C(1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}) q;$

$4^{tum} = \frac{4}{3} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} q;$

reliqua vero momenta perinde ac in praecedente exemplo ſe habebunt.

Exempl. 3.

281. Maneat $\eta = 2$, et ſumatur $i = 2$, vt ſit $R = 2\mathfrak{M}$; erit ergo $k = \frac{5}{4}$ et $P = \frac{4}{5}$, vnde $\mathfrak{B} = \frac{1}{5}$, hinc $B = \frac{1}{4}$; tum vero $\mathfrak{D} = -4$ et $D = -\frac{4}{5}$. Hinc cum A debeat eſſe negatiuum, ſtatuatur

$$A = -\alpha, \text{ vt ſit } \mathfrak{A} = -\frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha - 1};$$

ex quo diſtantiae focales erunt

$$p = \tfrac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot a;\ q = \tfrac{1}{4} \alpha a;$$

$$r = \tfrac{1}{4} \mathfrak{C} \alpha a;\ s = \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{}{\mathfrak{M}} \alpha a$$

et

et $t = \frac{1}{5} \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a$ siue $t = \frac{2}{5} s$.

Interualla vero erunt

$1^{mum} = \frac{1}{4} \alpha a$;

$2^{dum} = \frac{1}{15} \alpha a$.

$3^{tium} = \frac{1}{4} C (1 - \frac{1}{2\mathfrak{M}}) \alpha a$.

$4^{tum} = \frac{3}{10} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a$.

Reliqua vero momenta sunt iterum, vt in exemplo primo. Hic autem probe notandum est, si capiatur $\alpha = 1$. prodire $p = \infty$ ideoque primam lentem plane reiici posse, ita, vt microscopium ex solis lentibus posterioribus componatur. Quia autem tum confusio prodiret enormis, cum in formulis capitis praecedentis sumi deberet $\mathfrak{A} = \frac{1}{0}$, hoc instrumentum merito reiicimus multoque magis ea, quae prodirent, si esset $\alpha < 1$. Ac si α vnitatem haud parum superet, haec instrumenta in praxi vsum habere posse videntur.

Exempl. 4.

282. Sit nunc $\eta = 4$ et cum primus limes sit $i > \frac{1}{9}$, pro casu corollarii primi sumamus $i < \frac{1}{3}$; sit igitur $i = \frac{1}{6}$ sumto $\mathfrak{C} = 1$, eritque $k = \frac{1}{2}$; $P = 2$; hinc $\mathfrak{B} = -1$; $B = -\frac{1}{2}$; $\mathfrak{D} = -1$; $D = -\frac{1}{2}$; vnde distantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A} a$; $q = \frac{1}{2} A a$;

$r = \frac{1}{6} . Aa$; $s = \frac{C}{\mathfrak{M}} . Aa$; et

$t = \frac{1}{4} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . Aa$. seu $t = \frac{1}{4} s$.

Interualla vero lentium

$1^{mum} = \frac{1}{2} Aa$;

$2^{dum} = \frac{5}{12} Aa$;

$3^{tium} = \frac{C}{6} (1 - \frac{6}{\mathfrak{M}}) Aa$;

$4^{tum} = \frac{3}{4} \frac{C}{\mathfrak{M}} . Aa$.

Oculi distantia $O = \frac{1}{2} t (1 + \frac{3}{\mathfrak{M}})$.

Porro $z = \frac{a}{2(\mathfrak{M}+1)}$.

Semidiametri porro aperturarum erunt lentis

primae $= x$;

secundae $= \frac{1}{2} \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{2} x$;

tertiae $= \frac{3}{2} . \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$.

Exempl. 5.

283. Maneat $\eta = 4$, at sumatur $i = \frac{1}{3}$ secundum Coroll. tertium; eritque $k = 1$ et $P = 1$; vnde colliguntur distantiae focales

$p = a$; $q = q$; $r = \frac{1}{3} q$;

$s = \frac{2C}{\mathfrak{M}} q$. et $t = \frac{2}{3} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . q = \frac{1}{3} s$.

et lentium interualla

$1^{mum} = q$; $2^{dum} = \frac{4}{3} q$;

3^{tium}

$3^{tium} = \frac{C}{3}(1 - \frac{3}{\mathfrak{M}})q;$
$4^{tum} = \frac{4}{3} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} q. = 2\,t.$

Diſtantia oculi $O = \frac{1}{2}t(1 + \frac{3}{\mathfrak{M}})$ et reliqua momenta omnia ſunt, vt ante.

Exempl. 6.

284. Manente $\eta = 4$, ſumatur $i = 1$: eritque $k = 4$ et $P = \frac{3}{4}$; tum vero $\mathfrak{B} = \frac{1}{4}$ et $B = \frac{1}{3}$ et $\mathfrak{D} = -6$; $D = -\frac{6}{7}$. Cum igitur B ſit poſitiuum, littera A negatiua eſſe debet. Sit igitur $A = -\alpha$ fietque $\mathfrak{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$, vnde prodibunt diſtantiae focales

$$p = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot a; \quad q = \frac{1}{3}\alpha\, a;$$

$$r = \frac{1}{9}\mathfrak{C}.\, \alpha\, a; \quad s = \frac{2}{3} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}}\alpha\, a. \text{ et}$$

$$\mathfrak{t} = \frac{2}{7} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}}\alpha\, a; \quad t = \frac{3}{7}s.$$

et interualla lentium

$1^{mum} = \frac{1}{3}\alpha\, a.$
$2^{dum} = \frac{5}{9}\alpha\, a.$
$3^{tium} = \frac{1}{9}C.(1 - \frac{1}{\mathfrak{M}})\alpha\, a.$
$4^{tum} = \frac{8}{21} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}}\alpha\, a.$

Diſtantia oculi O cum reliquis momentis eadem, ac ante, manet.

Problema 3.

285. Microſcopium ex ſex lentibus conſtruere, quae ita ſint diſpoſitae, vt prior imago realis in in-

teruallum fecundum, pofterior vero in quartum incidat.

Solutio.

Quinque igitur litterarum P, Q, R, S, T fecunda et quarta debent effe negatiuae; quare ponatur $Q = -k$ et $S = -k'$, vt fit $P k R k' T = \mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$. Hinc erit vltimae lentis diftantia focalis

$$u = -\frac{ABCDE}{\mathfrak{M}} \cdot a;$$

quae debet effe pofitiua aeque ac lentium interualla, quae funt

$$1^{mum} = A a \left(1 - \frac{1}{P}\right);$$
$$2^{dum} = -\frac{AB}{P} a \left(1 + \frac{1}{k}\right);$$
$$3^{tium} = -\frac{ABC}{Pk} a \left(1 - \frac{1}{R}\right);$$
$$4^{tum} = \frac{ABCD}{PkR} a \left(1 + \frac{1}{k'}\right);$$
$$5^{tum} = \frac{ABCDE}{PkRk'} a \left(1 - \frac{1}{T}\right).$$

Ob quintum ergo debet effe $T < 1$. ob quartum vero $E < 0$. hincque $ABCD > 0$. Ob fecundum vero effe debet $AB < 0$. hincque etiam CD negatiuum. Statuatur nunc $M = \frac{q + r + s + t + u}{\mathfrak{M} - 1}$ et quia campus maximus defideratur, fumi poterit $s = 1$; $t = 1$ et $u = 1$, vt fiat

$$M = \frac{q + r + 3}{\mathfrak{M} - 1} \text{ hincque } z = M a \xi = \tfrac{1}{4}. M a.$$

et diftantia oculi $O = \frac{u}{\mathfrak{M} M}$ quae cum fit pofitiua, deftructio marginis colorati praebet

$o =$

$$0 = \frac{\mathfrak{q}}{P} - \frac{\mathfrak{r}}{Pk} - \frac{1}{PkR} + \frac{1}{PkRk'} + \frac{1}{PkRk'T}$$

vnde colligitur

$$\frac{1}{k'}\left(1 + \frac{1}{T}\right) = -\mathfrak{q}kR + \mathfrak{r}R + 1$$

et quia conſtat, eſſe $T < 1$, ſtatuatur breuitatis gratia $1 + \frac{1}{T} = \mathfrak{D}$, vt ſit $\mathfrak{D} > 2$, hincque $T = \frac{1}{\theta - 1}$; ex quo habebitur

$$\frac{1}{k'} = -\frac{\mathfrak{q}kR + \mathfrak{r}R + 1}{\theta}; \text{ ergo ob } \frac{PkRk'}{\theta - 1} = \mathfrak{M}$$

fiet ſtatim

$$PkR = \frac{(\theta - 1)\mathfrak{M}}{k'} = \frac{\mathfrak{M}(\theta - 1)(1 + \mathfrak{r}R - \mathfrak{q}kR)}{\theta}.$$

Praeterea iam conſiderandae ſunt aequationes ſequentes:

1°. $\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (P - 1)M$;

2°. $\mathfrak{C}\mathfrak{r} = -(1 + Pk)M - \mathfrak{q}$;

3°. $\mathfrak{D} = -(1 + PkR)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}$;

4°. $\mathfrak{E} = (PkRk' - 1)M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r} - 1$;

pro quarum reſolutione ſtatuamus breuitatis gratia

$$\frac{1 - P}{\mathfrak{B}} = \zeta \text{ et } 1 + Pk = \eta, \text{ vt fiat}$$

$$\mathfrak{q} = -\zeta M \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{(\zeta - \eta)M}{\mathfrak{C}} \text{ ergo}$$

$$3 + \mathfrak{q} + \mathfrak{r} = \frac{3\mathfrak{C} + (\zeta(1 - \mathfrak{C}) - \eta)M}{\mathfrak{C}} = M(\mathfrak{M} - 1);$$

vnde concluditur

$$M = \frac{3\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}; \text{ vnde viciſſim}$$

$$\mathfrak{q} = -\frac{3\zeta\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta} \text{ et } \mathfrak{r} = \frac{3(\zeta - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}$$

 Nunc

Nunc ergo habebimus $PkR = (\eta - 1)R$, seu

$$(\eta - 1)R = \mathfrak{M}.\frac{\theta - 1}{\theta}\left(1 + \frac{3R(\zeta + \zeta\mathfrak{C}k - \eta)}{\mathfrak{C}(\mathfrak{M} + \zeta - 1) - \zeta + \eta}\right)$$

vnde ob rationes ante allegatas litteram k definire conuenit; quem in finem notasse iuuabit litteras ζ et η vna cum $\mathfrak{C}$ semper prae multiplicatione $\mathfrak{M}$ fore valde exiguas; alioquin enim campus praeter necessitatem diminueretur; contra vero R etiam fore numerum praemagnum; vnde superior illa aequatio induet hanc formam

$$(\eta - 1)R = \frac{\theta - 1}{\theta}\left(\frac{\mathfrak{C}\mathfrak{M} + 3R(\zeta - \eta) + 3R\zeta\mathfrak{C}k}{\mathfrak{C}}\right)$$

ex qua sequitur

$$k = \frac{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta R - (\theta - 1)\mathfrak{C}\mathfrak{M} - 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)R}{3(\theta - 1)\zeta\mathfrak{C}R}$$

qui valor cum debeat esse positiuus, debebit esse

$$R > \frac{(\theta - 1)\mathfrak{C}\mathfrak{M}}{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta - 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)}$$

existente

$(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta > 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)$, seu $\mathfrak{C} > \frac{3(\theta - 1)(\zeta - \eta)}{(\eta - 1)\theta}$.
Cum vero vt in problemate praecedente esse debeat $\mathfrak{C} < 1.$; numerator illius limitis minor esse debet suo denominatore, hincque $\zeta < \frac{\theta(1 + \eta - 1) - 3\eta}{3(\theta - 1)}$. His ergo conditionibus obseruatis, ponamus breuitatis gratia iterum, vt ante, $R = i\,\mathfrak{M}$, ita, vt esse debeat

$$i > \frac{(\theta - 1)\mathfrak{C}}{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta - 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)}$$

habe-

habebimus inde

$$k = \frac{i(\eta-1)\mathfrak{C}\theta-(\theta-1)\mathfrak{C}-3i(\theta-1)(\zeta-\eta)}{3i(\theta-1)\zeta\mathfrak{C}} \text{ et } P = \frac{\eta-1}{k};$$

pro quo valore duos casus considerari conuenit. Si $P > 1$; tum debet esse $A > 0$. ideoque $B < 0$. quod quidem sponte euenit, cum prodeat $\mathfrak{B} < 0$. Hoc ergo euenit, quando $k < \eta - 1$; ex quo concluditur

$$i < \frac{(\theta-1)\mathfrak{C}}{(\eta-1)\mathfrak{C}\theta - 3(\theta-1)((\eta-1)\zeta\mathfrak{C}+\zeta-\eta)}$$

qui limes manifesto maior est superiore. Sin autem littera i adeo hunc limitem superet, tunc fiet $P < 1$. ideoque A negatiue sumi debebit et quia $\mathfrak{B}$ prodit positiuum, B eatenus tantum erit positiuum, vti requiritur, quatenus sit $\mathfrak{B} < 1$. Fit vero semper $\mathfrak{B} < 1$, nisi fuerit $\zeta < 1$. atque si etiam fuerit $\zeta < 1 - P$ casus erit impossibilis. Deinde cum sit

$$PkR = (\eta - 1)i\mathfrak{M},$$

neglectis terminis prae $\mathfrak{M}$ valde paruis ob $\mathfrak{M}M = 3$ proxime, erit

$$\mathfrak{D} = -3i(\eta - 1), \text{ hinc } D = -\frac{3i(\eta-1)}{3i(\eta-1)+1}.$$

Porro cum sit

$$PkRk' = \frac{\mathfrak{M}}{T} = \mathfrak{M}(\theta - 1),$$

fiet eodem modo

$$\mathfrak{E} = 3\mathfrak{D} - 4 \text{ et } E = \frac{3\theta-4}{5-\theta} \text{ seu } E = -\frac{(3\theta-4)}{3\theta-5}.$$

Hinc ergo distantiae focales ita se habebunt:

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.a;\ r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{k-1}.a;$$

$s =$

$$s = + \frac{ABC.3i(\eta-1)}{(\eta-1)i\mathfrak{M}}.a = -\frac{3.ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$
$$t = -\frac{3i(\eta-1)(3\theta-1)}{(3i(\eta-1)+1)(\theta-1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$
$$u = -\frac{3i(\eta-1)(3\theta-1)}{(3i(\eta-1)+1)(3\theta-5)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

vbi notetur esse quoque $q = \zeta(1-\frac{1}{P})Aa$, ita, vt sit q ad primum interuallum, vt $1:\zeta$. Interualla autem erunt

$$1^{mum} = Aa(1-\tfrac{1}{P}) = \zeta q;$$
$$2^{dum} = -AB.a(\tfrac{1}{P}+\tfrac{1}{\eta-1});$$
$$3^{tium} = -ABC.a(\tfrac{1}{\eta-1}-\tfrac{1}{i(\eta-1)\mathfrak{M}})$$
$$= -\frac{ABC}{\eta-1}.a(1-\frac{1}{i\mathfrak{M}});$$
$$4^{tum} = \frac{ABC!.a}{\mathfrak{M}}(\frac{1}{i(\eta-1)}+\frac{1}{\theta-1})$$
$$= -\frac{3(i(\eta-1)+\theta-1)}{(3i(\eta-1)+1)(\theta-1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$
$$5^{tum} = -\frac{3i(\eta-1)(3\theta-1)(\theta-2)}{(3i(\eta-1)+1)(\theta-1)(3\theta-5)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

Distantia vero oculi erit

$$O = \frac{u}{\mathfrak{M}M} = \tfrac{1}{3}u. \text{ proxime.}$$

Spatii vero conspicui semidiameter erit

$$z = \tfrac{1}{4}aM = \frac{3.a}{4.\mathfrak{M}}.$$

Tum vero semidiameter aperturae lentis primae est $= x$ siue per formulam notam siue per experientiam definiendus. Lentis vero

$$2^{dae} = \tfrac{1}{4}\mathfrak{q}q + \frac{x}{P} = \tfrac{1}{4}.\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}q + \frac{x}{P};$$
$$3^{tiae} = \tfrac{1}{4}\mathfrak{r}r + \frac{x}{ik} = \tfrac{1}{4}.\frac{\zeta-\eta}{\mathfrak{C}\mathfrak{M}}r + \frac{x}{\eta-1};$$

reliquarum vero lentium, quae debent esse vtrinque aeque

aeque conuexae, semidiametri aperturarum erunt respectiue $\frac{1}{4}s$; $\frac{1}{4}t$ et $\frac{1}{4}u$. Denique autem mensura claritatis fiet $= 20. \frac{x}{\mathfrak{M}}$.

Coroll.

286. Si statuatur $\zeta = 0$, pro secunda lente erit $q = \infty$, qui casus eodem redit, ac si haec lens plane abesset; tum autem erit $k = \infty$ et $P = 0$, $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$, vnde etsi primum interuallum fit $= -\infty$, ob secundam lentem deficientem interuallum primae et tertiae lentis fiet nihilominus finitum $= \frac{\eta}{\eta - 1}. A a$. Deinde vero capi debebit

$$i > \frac{(\theta - 1)\mathfrak{C}}{(\eta - 1)\mathfrak{C}\theta + \eta(\theta - 1)}.$$

Pro $\mathfrak{C}$ vero sufficit, vt capiatur intra limites 1 et 0, quandoquidem C debet esse numerus positiuus ob $D < 0$. Reliquae vero determinationes manent, vt ante, si modo notetur, esse $B = -1$.

Coroll. 2.

287. Quia hoc casu lens secunda tollitur, hoc modo solutio habebitur problematis, quo microscopium ex quinque lentibus constructum quaeritur, quae ita sint dispositae, vt prima imago realis in primum interuallum, posterior vero in tertium incidat; cuius ergo problematis solutio etiam suppeditat campum triplicatum.

Coroll. 3.

288. Quia in genere ob rationes ante allegatas littera C semper designare debet numerum satis magnum, ne scilicet lentes posteriores fiant nimis exiguae, satis prope erit $\mathfrak{C} = 1$ atque adeo in praxi tuto statuere licebit $\mathfrak{C} = 1$. Tum igitur sumi debebit

$$i > \frac{\theta - 1}{(\eta - 1)\theta - 3(\theta - 1)(\zeta - \eta)} \text{ deinde vero}$$

$$k = \frac{i(\eta - 1)\theta - 3i(\theta - 1)(\zeta - \eta) - \theta + 1}{3i(\theta - 1)\zeta}.$$

CASVS I.

quo $i = \infty$ et $\vartheta = 3$.

289. Hoc ergo casu esse debet $\zeta < \frac{3\eta - 1}{2}$ tum vero erit

$$k = \frac{3\eta - 2\zeta - 1}{2\zeta} \text{ et } P = \frac{2(\eta - 1)\zeta}{3\eta - 2\zeta - 1}.$$

Vt igitur fiat $P > 1$, debebit esse $\zeta > \frac{3\eta - 1}{2\eta}$. Quare fiet $P > 1$, si capiatur ζ intra limites $\frac{3\eta - 1}{2}$ et $\frac{3\eta - 1}{2\eta}$; quo ergo casu A sumi debet positiue et quia reperitur $\mathfrak{B} < 0$, sponte fit $B < 0$. Sin autem sit $\zeta < \frac{3\eta - 1}{2\eta}$, tunc erit $P < 1$ hincque $A < 0$, ita, vt debeat esse $B > 0$, hincque $\mathfrak{B} < 1$, erit vero $\mathfrak{B} < 1$, si $1 - P < \zeta$, siue $P > 1 - \zeta$ quod quidem semper euenit, nisi sit $\zeta < 1$. Superest ergo examinare casum $\zeta < 1$. et quia tum esse debet $P > 1 - \zeta$ oritur inde haec relatio $\zeta(5\eta - 1) - 2\zeta^2 > 3\eta - 1$. vnde patet, esse debere $\zeta =$

$$\zeta = \frac{5\eta - 1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{25\eta^2 - 34\eta + 9 - \alpha}$$

denotante α numerum quempiam positiuum, siue

$$\zeta > \frac{5\eta - 1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{25\eta^2 - 34\eta + 9},$$

qui ergo limes pro ζ pendet ab η, ita, vt sumto $\eta = 2$ debeat esse $\zeta > \frac{9 - \sqrt{41}}{4}$ seu $\zeta > \frac{5}{8}$ sin autem fuerit $\eta = 4$, debet esse $\zeta > \frac{19 - \sqrt{273}}{4}$ seu proxime $\zeta > \frac{5}{8}$. At si sit $\eta = 6$. prodit $\zeta > \frac{29 - \sqrt{705}}{4}$ seu proxime $\zeta > \frac{5}{8}$ vt ante, sicque patet ζ nunquam infra $\frac{5}{8}$ accipi posse. Nunc igitur pronuntiare poterimus, limites, intra quos ζ capi debeat, esse $\frac{5}{8}$ et $\frac{2\eta - 1}{2}$. His notatis distantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\ q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}a = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{P}\right)Aa.$$

$$r = -\frac{AB\mathfrak{C}}{\eta - 1}.a;\ s = -3\frac{ABC}{\mathfrak{M}}a.$$

$$t = -\frac{5}{2}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}a;\ u = -\frac{5}{4}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = Aa\left(1 - \frac{1}{P}\right);$$

$$2^{dum} = -AB\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{\eta - 1}\right)a;$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC}{\eta - 1}.a;$$

$$4^{tum} = -\frac{1}{2}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$5^{tum} = -\frac{5}{8}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.a.$$

Reliqua momenta se habent vti in problemate, quippe quae ab u non pendent.

Scholion.

290. Mirum hic videbitur, quod hoc casu tam P maius vnitate, quam minus vnitate fieri possit, cum in solutione problematis ostenderimus, tum solum P fieri > 1, quando littera i contineatur intra limites

$$\frac{(\theta-1)\mathfrak{C}}{(\eta-1)\mathfrak{C}\theta-3(\theta-1)(\zeta-\eta)} \text{ et } \frac{(\theta-1)\mathfrak{C}}{(\eta-1)\mathfrak{C}\theta-3(\theta-1)(\zeta-\eta+(\eta-1)\zeta\mathfrak{C})}$$

quando vero i etiam posteriorem limitem superauerit; tum semper fore $P < 1$. Quare cum hic adeo sumserimus $i = \infty$, hinc vtique sequi videtur semper esse debere $P < 1$, quod tamen, vt vidimus, secus euenit. Ad quod dubium soluendum natura posterioris limitis accuratius perpendi debet, si enim is ipse iam fieret infinitus, tum certe mirari desinemus, si etiam sumto $i = \infty$ reperiatur $P > 1$. Sin autem in hoc limite posteriore denominator non solum euanescat, sed adeo negatiuus euadat; tum ipse limes non tam negatiuus, quam infinito maior spectari debebit, ita, vt positio $i = \infty$ adhuc inter illos limites contineri sit censenda. Nunc igitur manifestum est, limitem posteriorem fieri $= \infty$, si sumto $\mathfrak{C} = 1$ fuerit

$$\zeta = \frac{(4\eta-1)\theta-3\eta}{3\eta(\theta-1)},$$

sumtoque $\mathfrak{D} = 3$, vti fecimus, si fuerit $\zeta = \frac{3\eta-1}{2\eta}$. Sin autem sit $\zeta > \frac{3\eta-1}{2\eta}$ (semper autem esse debet $\zeta < \frac{3\eta-1}{2}$); tum ille limes sit quasi infinito maior, hincque $i = \infty$ ipso minor; vnde necessario fieri debebit

bebit $P > 1$. Sin autem ſit $\zeta < \frac{3\eta - 1}{2\eta}$; tum ille limes adhuc erit finitus ideoque valor $i = \infty$ illo erit ſine dubio maior; vnde etiam his tantum caſibus fiet $P < 1$. Hoc notato iſtum caſum aliquot exemplis illuſtremus.

Exempl. I.

291. Sumamus $\eta = 2$ et cum pro ζ prior limes ſit $\zeta < \frac{5}{2}$; poſterior vero limes $\frac{5}{4}$; ſumamus $\zeta = 2$, vt cadat intra hos limites; vnde fiet $k = \frac{1}{4}$ et $P = 4$, hinc $\mathfrak{B} = -\frac{3}{2}$ et $B = -\frac{3}{5}$ vnde diſtantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}\, a;\; q = -\tfrac{1}{4}\mathfrak{B}.\, A\, a = \tfrac{3}{8} A\, a;$$

$$r = \tfrac{3}{5} A\, a;\; s = \tfrac{9}{5}.\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a;$$

$$t = \tfrac{3}{2}\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a,\; u = \tfrac{3}{4}.\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = \tfrac{3}{4} A\, a;\; 2^{dum} = \tfrac{3}{4} A\, a;$$

$$3^{tium} = \tfrac{3}{5} C.\, A\, a;\; 4^{tum} = \tfrac{1}{10}.\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a;$$

$$\text{et } 5^{tum} = \tfrac{3}{8}\, \tfrac{C}{\mathfrak{M}}.\, A\, a.$$

Diſtantia oculi $O = \frac{1}{3} u$ proxime; $z = \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$; ſemidiameter aperturae lentis primae $= x$; ſecundae $= \frac{3}{2\mathfrak{M}} q + \frac{x}{4}$; tertiae $= x$. ac denique menſura claritatis $= 20. \frac{x}{\mathfrak{M}}$, vti ſemper.

Exemplum 2.

292. Manente $\eta = 2$, aequetur ζ ipsi alteri limiti, ſcilicet $\zeta = \frac{5}{4}$ fietque $k = 1$ et $P = 1$, hinc ergo prodit $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$. Quare ne tam prima lens, quam interualla euaneſcant, ſumi debet $A = \infty$ ideoque $\mathfrak{A} = 1$, ita, vt ſit $A\mathfrak{B}$ ſiue $AB = -\frac{q}{a}$ et cum ſit $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}(1 - P)$, erit reuera $1 - P = \frac{5}{4}\mathfrak{B}$ hincque $Aa\left(1 + \frac{1}{P}\right) = \frac{5}{4}q$. Quare diſtantiae focales erunt

$$p = a;\; q = q;\; r = \mathfrak{C}q;$$

$$s = 3 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;\; t = \frac{5}{2} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;\; u = \frac{5}{4} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;$$

vbi ſecunda q arbitrio noſtro relinquitur. Tum vero lentium interualla

$$1^{mum} = \frac{5}{4}q;\; 2^{dum} = 2q;$$

$$3^{tium} = Cq;\; 4^{tum} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q;\; 5^{tum} = \frac{5}{8} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q.$$

Valores O et z erunt, vt ante; at ſemidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{15}{16\mathfrak{M}}q + x \text{ et } 3^{tiae} = \frac{9}{16\mathfrak{M}}r + x.$$

Exempl. 3.

293. Manente $\eta = 2$, ſumatur $\zeta < \frac{5}{4}$ et cum eſſe debeat $\zeta > \frac{5}{8}$ vti oſtendimus, ſumatur $\zeta = \frac{3}{4}$ eritque $k = \frac{7}{3}$ et $P = \frac{3}{7}$; vnde fit $\mathfrak{B} = \frac{16}{21}$, hincque $B = \frac{16}{5}$, qui valor cum ſit poſitiuus, littera A negatiue capi debet, vti etiam primum interuallum poſtulat ob $P < 1$.

$P < 1$. Sit igitur $A = -\alpha$ ideoque $\mathfrak{A} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$ eruntque distantiae focales

$p = \frac{\alpha a}{\alpha - 1}$; $q = \frac{16}{9} \alpha a$;

$r = \frac{16}{5} \mathfrak{C} \alpha a$; $s = \frac{48}{5} . \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a$;

$t = 8 . \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a$; $u = 4 . \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a$.

Interualla lentium

$1^{mum} = \frac{4}{3} \alpha a$; $2^{dum} = \frac{32}{3} \alpha a$;

$3^{tium} = \frac{16}{5} C . \alpha a$; $4^{tum} = \frac{8}{5} . \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a$;

$5^{tum} = 2 . \frac{C}{\mathfrak{M}} . \alpha a$.

Reliqua se habebunt, vt ante ac siqua differentia in aperturis deprehenditur, ea in praxi attendi non meretur; interim tamen semidiameter secundae lentis

$= \frac{9}{16} \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{3} x$ et $3^{tiae} = \frac{3}{16} \frac{r}{\mathfrak{M}} + x$.

Exempl. 4.

294. Statuatur nunc $\eta = 4$ et cum esse debeat $\zeta < \frac{11}{2}$, posterior vero limes sit $\frac{11}{8}$, quo scilicet casus $P > 1$ et $P < 1$ distinguuntur. Sumatur $\zeta = 3$ et erit $k = \frac{5}{8}$ et $P = \frac{18}{5}$. Vnde fit $\mathfrak{B} = -\frac{13}{15}$ et $B = -\frac{13}{28}$. Distantiae ergo focales lentium erunt

$p = \mathfrak{A} a$; $q = \frac{13}{54} A a$;

$r = \frac{13}{84} \mathfrak{C} . A a$; $s = \frac{39}{28} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a$;

$t = \frac{65}{56} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a$; $u = \frac{65}{112} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a = \frac{1}{2} t$.

Inter-

Interualla vero lentium

$1^{mum} = \frac{13}{18} A a$; $2^{dum} = \frac{143}{504} A a$;

$3^{tium} = \frac{13}{54} . C. A a$; $4^{tum} = \frac{13}{56} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a$;

$5^{tum} = \frac{65}{224} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . A a$.

Denique ſemidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{9}{4\mathfrak{M}} . q + \frac{5}{18} x$. et $3^{tiae} = \frac{3}{4\mathfrak{M}} r + \frac{1}{3} x$.

Exempl. 5.

295. Manente $\eta = 4$, ſit $\zeta = \frac{11}{8}$ ac erit $k = 3$ et $P = 1$ vnde $\mathfrak{B} = \frac{1 - P}{\zeta} = \frac{8}{11}(1 - P) = 0$ et $B = 0$. Vnde aſſumi debet $A = \infty$, ita, vt fiat $\mathfrak{A} = 1$; tum igitur introducto q in calculum fiet $A\mathfrak{B} = AB = -\frac{q}{a}$; vnde fit $A a \frac{(1 - P)}{P} = \frac{11}{8} q$ ſicque diſtantiae focales erunt

$p = a$; $q = q$;

$r = \frac{1}{3} \mathfrak{C} q$; $s = 3 . \frac{C}{\mathfrak{M}} q$;

$t = \frac{5}{2} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q$ et $u = \frac{5}{4} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q$.

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{11}{8} q$; $2^{dum} = \frac{4}{3} q$;

$3^{tium} = \frac{1}{3} C q$; $4^{tum} = \frac{1}{2} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q$

et $5^{tum} = \frac{5}{8} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q$.

Semidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{33}{32} . \frac{q}{\mathfrak{M}} + x$; $3^{tiae} = \frac{63}{32} . \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$.

Exempl.

Exempl. 6.

296. Manente adhuc $\eta = 4$, fit $\zeta = \frac{2}{3}$, ac reperitur $k = \frac{29}{4}$ et $P = \frac{12}{29}$ vnde fit $\mathfrak{B} = \frac{51}{58}$ et $B = \frac{51}{7}$ ex quo tanto valore iam perſpicuum eſt, huiusmodi microſcopiis in praxi locum concedi non poſſe.

CASVS II.

quo $\eta = 4$ et $\vartheta = 3$.

297. Quoniam debet eſſe $\eta > 1$ eiusque valor nimis paruus quibusdam incommodis eſt obnoxius; nimis magnus vero campo nocet, mediocri ſemper valore vti conueniet, cuiusmodi eſt $\eta = 4$; tum vero valor $\vartheta = 3$ ſeu $T = \frac{1}{2}$ idoneum interuallum inter vltimas lentes praebet; littera autem $\mathfrak{C}$ tam parum ab vnitate deficere debet, vt in noſtris formulis liceat ſumere $\mathfrak{C} = 1$. His praemiſſis pro ζ limes erit $\zeta < \frac{11}{2}$. Pro $\mathfrak{C}$ vero habebimus

$$\mathfrak{C} < 1 \text{ et } \mathfrak{C} > \tfrac{2}{3}(\zeta - 4);$$

vnde patet, etiamſi ſit $\zeta = \frac{11}{2}$, tamen fore $\mathfrak{C} = 1$, ita, vt certe ſumi poſſit $\mathfrak{C} = 1$. Porro pro littera i fiet $i > \frac{2}{33 - 6\zeta}$. Deinde obtinebimus

$$k = \frac{(33 - 6\zeta)i - 2}{6 \cdot \zeta i} \text{ vnde fit } P = \frac{18\zeta i}{(33 - 6\zeta)i - 2}.$$

Hinc oritur $\mathfrak{B} = \frac{(33 - 24\zeta)i - 2}{((33 - 6\zeta)i - 2)\zeta}$.

Hic duos caſus diſtingui oportet, prior eſt, quo fit $P > 1$ hincque A valorem poſitiuum habere debet, quod

 euenit

euenit, si $\mathfrak{B}$ fiat < 0 ideoque $i < \frac{2}{33-24\zeta}$, siue quando i continetur intra limites $\frac{2}{33-6\zeta}$ et $\frac{2}{33-24\zeta}$ atque hoc casu etiam B fit negatiuum, ita, vt sit $AB < 0$. Alter casus, quo $P < 1$; locum habet, si fuerit $i > \frac{2}{33-24\zeta}$, quo casu A valorem habebit negatiuum; quo igitur B nanciscatur valorem positiuum, debet esse $\mathfrak{B} < 1$. hincque $i < \frac{2(1-\zeta)}{6\zeta^2-57\zeta+33}$. Cum igitur sit $i > \frac{2}{33-24\zeta}$, id euenit, si fuerit

$$\frac{1-\zeta}{6\zeta^2-57\zeta+33} > \frac{1}{33-24\zeta}$$

vnde sequeretur $\zeta > 0$. His igitur notatis distantiae focales erunt

$$p = \mathfrak{A}a;\quad q = -\frac{A\mathfrak{B}}{P}.\,a;$$

$$r = -\tfrac{1}{3}AB\mathfrak{C}a;\quad s = -3.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.\,a;$$

$$t = -\frac{45.\,i}{18i+2}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.\,a. \text{ et}$$

$$u = -\frac{45\,i}{36i+4}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.\,a.$$

siue etiam erit $q = +\frac{1}{\zeta}(1-\frac{1}{P})Aa$ et interualla lentium sunt

$$1^{mum} = Aa(1-\tfrac{1}{P})$$

$$2^{dum} = -ABa(\tfrac{1}{P}+\tfrac{1}{3})$$

$$3^{tium} = -\frac{ABC}{3}.\,a\left(1-\frac{1}{i\mathfrak{M}}\right)$$

$$4^{tum} = -\frac{3(3i+2)}{2(9i+1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.\,a$$

$$5^{tum} = -\frac{45\,i}{8(9i+1)}.\frac{ABC}{\mathfrak{M}}.\,a.$$

Deinde

Deinde cum ſit

$$M = \frac{3}{\mathfrak{M}+3} \text{ fiet } z = \frac{1}{4}\cdot\frac{3a}{\mathfrak{M}+3}$$

et diſtantia oculi

$$O = \frac{1}{3}u\left(1+\frac{3}{\mathfrak{M}}\right).$$

Semidiameter porro aperturae lentis ſecundae erit

$$= \frac{3}{4}\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}q + \frac{x}{P}, \text{ et } 3^{tiae} = \frac{3}{4}\frac{(i\zeta-4)r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3}x.$$

Denique definito x erit menſura claritatis $= \frac{20.x}{\mathfrak{M}}$.

Exempl. I.

298. Sit $\zeta = 0$ et cum eſſe debeat $i > \frac{2}{33}$; praeterea vero pro $P > 1$ ſit $i < \frac{2}{33}$ ſtatuamus $i = \frac{2}{33}$ eritque $P = \frac{0}{0}$. ſiue P non determinatur, modo non ſit minus vnitate; adeoque $\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{\zeta}$, ita, vt $\mathfrak{B}$ ſemper ſit ∞, niſi capiatur $P = 1$. Primo igitur non ſit $P = 1$. erit $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$, ita, vt A ſit maius nihilo; hinc igitur diſtantiae focales erunt $p = \mathfrak{A}a$; $q = \infty$; ſeu quod idem eſt ſecunda lens tollitur;

$$r = \frac{1}{3}A\mathfrak{C}.a;\quad s = \frac{3AC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$t = \frac{15}{17}.\frac{AC}{\mathfrak{M}}.a \text{ et } u = \frac{15}{34}.\frac{AC}{\mathfrak{M}}.a.$$

et interualla lentium

$$1^{mum} + 2^{dum} = \frac{4}{3}Aa;$$

$$3^{tium} = \frac{AC}{3}\left(1 - \frac{33}{2\mathfrak{M}}\right);\quad 4^{tum} = \frac{75}{34}.\frac{AC}{\mathfrak{M}}.a;$$

$$\text{et } 5^{tum} = \frac{15}{136}.\frac{AC}{\mathfrak{M}}.a.$$

Reliqua manent, nisi quod sit semidiameter aperturae lentis tertiae $= 3 \cdot r + \frac{1}{3} x$.

Sin autem caperetur $P = 1$, vtcunque calculus instituatur, primum interuallum semper euanesceret; verum superfluum est ad hunc casum attendere, cum in prioribus formulis littera P plane ex calculo euanuerit, ita, vt illae formulae subsistant, quicunque valor ipsi P tribuatur atque adeo non solum si ponatur $P = 1$, sed etiam si P vnitate minus sumeretur, quod etsi nostrae hypothesi repugnat, tamen ob lentem secundam prorsus deficientem haec anomalia admitti debet.

Exempl. 2.

299. Maneat $\zeta = 0$, sed capiatur $i > \frac{2}{33}$ si fieri queat, quo casu fiet $P < 1$, quia autem hoc ipso casu iterum esse debet $i < \frac{2}{33}$, hic casus ad praecedentem redigitur; quem quidem iam notauimus aeque ad valores $P < 1$, quam ad $P > 1$ patere. Interim tamen cum secunda lens plane deficiat, posterior limes $i < \frac{2}{33}$ sponte cessat, ita, vt nunc liceat assumere $i > \frac{2}{33}$, vti iam obseruauimus in Coroll. 1. problemati subnexo. Tum igitur erit

$p = \mathfrak{A}\, a$; $q = \infty$; seu lens secunda deest;

$r = \frac{A\mathfrak{C}}{3} \cdot a$; $s = \frac{2 AC}{\mathfrak{M}} \cdot a$;

$t = \frac{45 \cdot i}{18 i + 2} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a$; $u = \frac{45 \cdot i}{36 i + 4} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

Inter-

Interualla vero lentium

$1^{mum} + 2^{dum} = \frac{4}{3} \cdot A a;$

$3^{tium} = \frac{1}{3} A C a (1 - \frac{1}{i\mathfrak{M}});$

$4^{tum} = \frac{3(3i+2)}{2(9i+1)} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a;$

$5^{tum} = \frac{45 i}{8(9i+1)} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a.$

Quod autem ad litteram i attinet, quoniam k non amplius in calculum ingreditur, ex aequatione, vnde k definiuimus, iam i definiatur eritque $i = \frac{2}{31 - 6\zeta} = \frac{2}{33}$. Proprie autem hae formulae continent ſolutionem problematis, quo quinque tantum lentes poſtulantur, ita disponendae, vt ambae imagines reales in primum et tertium interuallum incidant.

Exempl. 3.

300. Sit $\zeta = \frac{1}{2}$, ſumique debebit $i > \frac{1}{15}$ fietque $P > 1$, ſi fuerit $i < \frac{2}{21}$; ſin autem ſit $i > \frac{2}{21}$ ſimul fiet $P < 1$. Hic vero ſumamus $i = \frac{1}{12}$; fietque $P = \frac{3}{2}$, hinc $\mathfrak{B} = + 1$, et $B = - \frac{1}{2}$, vnde diſtantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A} a;\ q = \frac{2}{3} A a;$

$r = \frac{1}{4} A \mathfrak{C} a;\ s = \frac{3}{2} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a;$

$t = \frac{45}{64} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a;\ u = \frac{15}{56} \cdot \frac{AC}{\mathfrak{M}} \cdot a.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{1}{3} A a;\ 2^{dum} = \frac{1}{2} A a;$

3^{tium}

$3^{tium} = \frac{1}{6} AC. a (1 - \frac{12}{\mathfrak{M}})$;

$4^{tum} = \frac{27}{28}. \frac{AC}{\mathfrak{M}}. a$; $5^{tum} = \frac{15}{112}. \frac{AC}{\mathfrak{M}}. a$.

Reliqua momenta ſunt, vt ante, niſi quod ſit ſemidiameter aperturae

2^{dae} lentis $= \frac{3}{8}. \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{2}{3} x$;

et $3^{tiae} = \frac{21}{8}. \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$.

Has formulas commode ad teleſcopia adplicare licet, quia poſito $A a = p$ longitudo tantum fit $= \frac{5}{6} p + \frac{1}{6} C. p$, ita, vt ea non multum ſuperet p, etiamſi pro C numerus ſatis magnus capiatur.

Exempl. 4.

301. Maneat $\zeta = \frac{1}{2}$, ſed ſumatur $i > \frac{2}{21}$ et quia hinc fit $P = \frac{9i}{30i-2}$ ideoque $\mathfrak{B} = \frac{21i-2}{15i-1}$, vt fiat $\mathfrak{B} < 1$. debet eſſe $21. i - 2 < 15 i - 1$ ſiue $i < \frac{1}{6}$. Capiatur ergo $i = \frac{1}{8}$ fietque $P = \frac{9}{14}$ et $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$, hinc $B = \frac{5}{2}$; ergo A debet eſſe negatiuum. Statuatur ergo $A = -\alpha$ et diſtantiae focales erunt

$p = \frac{\alpha}{1-\alpha} a$; $q = \frac{10}{9} \alpha a$.

$r = \frac{5}{6} \mathfrak{C}. \alpha a$. $s = \frac{15}{2}. \frac{C}{\mathfrak{M}}. \alpha a$.

$t = \frac{225}{68}. \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha. a$. et $u = \frac{225}{196}. \frac{C}{\mathfrak{M}}. \alpha a$.

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{5}{9}. \alpha a$. $2^{dum} = \frac{15}{18}. \alpha a$.

3^{tium}

$3^{tium} = \frac{5}{6} \cdot \mathrm{C} \cdot \alpha a \left(1 - \frac{8}{\mathfrak{M}}\right).$

$4^{tum} = \frac{57}{34} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}} \alpha a.$

$5^{tum} = \frac{225}{272} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a.$

Tum vero ſemidiameter aperturae lentis ſecundae et tertiae

$$= \frac{3}{8} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{14}{9} x \text{ et } \frac{21}{8} \cdot r + \frac{1}{3} x.$$

Has autem formulas ad teleſcopia adplicare non licet, quia A erat negatiuum.

Exempl. 5.

302. Sit $\zeta = 1$. et cum ſumi debeat $i > \frac{2}{27}$ atque vt prodeat $\mathrm{P} > 1$, $i < \frac{2}{9}$ capiatur $i = \frac{1}{10}$ fietque $\mathrm{P} = \frac{11}{7}$ et $\mathfrak{B} = -\frac{11}{7}$ et $\mathrm{B} = -\frac{11}{18}$; vnde diſtantiae focales erunt

$p = \mathfrak{A} a$; $q = \frac{11}{18} \mathrm{A} a$;

$r = \frac{11}{54} \cdot \mathfrak{C} \cdot \mathrm{A} a$; $s = \frac{11}{6} \cdot \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a$;

$t = \frac{55}{76} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}} \cdot \mathrm{A} a$; $u = \frac{55}{152} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathfrak{M}} \cdot \mathrm{A} a.$

et lentium interualla

$1^{mum} = \frac{11}{18} \mathrm{A} a$; $2^{dum} = \frac{143}{324} \cdot \mathrm{A} a$;

$3^{tium} = \frac{11}{54} \cdot \mathrm{A} \mathrm{C} \cdot a \left(1 - \frac{10}{\mathfrak{M}}\right)$;

$4^{tum} = \frac{253}{228} \cdot \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a.$ $5^{tum} = \frac{55}{304} \cdot \frac{\mathrm{AC}}{\mathfrak{M}} \cdot a.$

et ſemidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{3}{4} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{18} x.$ $3^{tiae} = \frac{9}{4} \cdot \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$

quas

quas formulas etiam commode ad telescopia transferre licet.

Exempl. 6.

303. Maneat $\zeta = 1.$ sed sumatur $i = \frac{2}{9}$ fietque $P = 1.$ et $\mathfrak{B} = 0.$ hinc $B = 0$ hinc A capi debet $= \infty$, ideoque $\mathfrak{A} = 1.$ tum autem esse debet

$$A\,\mathfrak{B} = A\,B = -\frac{q}{a} \text{ vnde fit}$$

$$A\,a\left(1 - \frac{1}{P}\right) = A\,a\,(P - 1) = -A\,\mathfrak{B}\,a = q.$$

hinc distantiae focales erunt

$$p = a;\; q = q;$$

$$r = \frac{1}{3}\mathfrak{C}.\, q;\; s = 3.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}\, q;$$

$$t = \frac{5}{3}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}\, q;\; u = \frac{5}{1}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}.\, q.$$

et lentium interualla

$$1^{mum} = q;\; 2^{dum} = \frac{4}{3}.\, q;$$

$$3^{tium} = \frac{1}{3}C\left(1 - \frac{9}{2\mathfrak{M}}\right)q;\; 4^{tum} = \frac{4}{3}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}\, q;$$

$$5^{tum} = \frac{5}{12}.\, \frac{C}{\mathfrak{M}}\, q.$$

et semidiametri aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{3}{4}.\, \frac{q}{\mathfrak{M}} + x;$$

$$3^{tiae} = \frac{9}{4}.\, \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3}x.$$

Exempl. 7.

304. Maneat $\zeta = 1.$ sed capiatur $i > \frac{2}{9}$ et cum sit $P = \frac{18 i}{27 i - 2}$, hincque $\mathfrak{B} = \frac{9 i - 2}{27 i - 2}$, quae fractio iam sponte

ſponte vnitate eſt minor, ſumamus ergo $i = 1$. erit $P = \frac{18}{25}$ et $\mathfrak{B} = \frac{7}{25}$, $B = \frac{7}{18}$ vnde A debet eſſe negatiuum, ſtatuatur ergo $= -\alpha$; eruntque diſtantiae focales

$$p = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot a; \quad q = \frac{7}{18} \cdot \alpha a;$$
$$r = \frac{7}{54} \mathfrak{C} . \alpha a; \quad s = \frac{7}{6} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a;$$
$$t = \frac{35}{40} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a; \quad u = \frac{35}{80} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \alpha a.$$

et interualla

$$1^{mum} = \frac{12}{18} \alpha a;$$
$$2^{dum} = \frac{217}{324} \alpha a;$$
$$3^{tium} = \frac{7}{54} \cdot C . \alpha a \left(1 - \frac{1}{\mathfrak{M}}\right);$$
$$4^{ium} = \frac{7}{24} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a;$$
$$5^{tum} = \frac{7}{32} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot \alpha a.$$

et ſemidiametri aperturae lentis

$$2^{dae} = \frac{3}{4} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{25}{18} x.$$
$$3^{tiae} = \frac{9}{4} \cdot \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$$

Exempl. 8.

305. Sit nunc $\zeta = 4 = \eta$ et cum eſſe debeat $i > \frac{2}{9}$; vt autem fiat $P > 1$, $i < -\frac{2}{63}$ qui limes vt infinito maior ſpectari debet, ſi enim ſumſiſſemus ζ minus, ſcilicet $\zeta = \frac{11}{8}$; tum prodiiſſet $i < \frac{2}{6}$; quod indicio fuiſſet, i quantumuis magnum accipi poſſe, ſemperque fore $P < 1$. Quod autem de valore $\zeta = \frac{11}{8}$

valet, multo magis de maioribus valet. Sit ergo $i = \frac{1}{3}$ eritque $P = 24$ et $\mathfrak{B} = -\frac{23}{4}$ et $B = -\frac{23}{27}$; vnde colliguntur distantiae focales:

$$p = \mathfrak{A}a; \quad q = \tfrac{23}{98}.\,Aa;$$

$$r = \tfrac{23}{81}A\mathfrak{C}a; \quad s = \tfrac{23}{9}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a;$$

$$t = \tfrac{115}{72}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a; \quad u = \tfrac{115}{144}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a.$$

et interualla lentium

$$1^{mum} = \tfrac{23}{24}.\,Aa;$$

$$2^{dum} = \tfrac{23}{72}.\,Aa;$$

$$3^{tium} = \tfrac{23}{81}.\,CAa\left(1 - \tfrac{3}{\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \tfrac{23}{24}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a;$$

$$5^{tum} = \tfrac{115}{288}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a.$$

et semidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \tfrac{37}{\mathfrak{M}} + \tfrac{1}{24}x. \text{ et } 3^{tiae} = \tfrac{1}{3}x.$$

Exempl. 9.

306. Maneat $\zeta = 4$ et sit $i = 1$. fiet $P = \frac{72}{7}$; ergo $\mathfrak{B} = -\frac{65}{28}$; hinc $B = -\frac{65}{93}$; vnde colliguntur distantiae focales

$$p = \mathfrak{A}a; \quad q = \tfrac{65}{288}.\,Aa;$$

$$r = \tfrac{65}{288}A\mathfrak{C}.\,a; \quad s = \tfrac{65}{31}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a;$$

$$t = \tfrac{195}{124}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a; \quad u = \tfrac{195}{248}.\tfrac{AC}{\mathfrak{M}}.\,a = \tfrac{1}{2}t.$$

et

et interualla lentium

$1^{mum} = \frac{65}{72} . A a;$

$2^{dum} = \frac{65}{216} . A . a;$

$3^{tium} = \frac{65}{279} A C . a (1 - \frac{1}{\mathfrak{M}});$

$4^{tum} = \frac{65}{124} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a;$

$5^{tum} = \frac{195}{496} . \frac{AC}{\mathfrak{M}} . a.$

et ſemidiameter aperturae lentis

$2^{dae} = \frac{37}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{72} x$ et $3^{tiae} = \frac{1}{3} x.$

Scholion.

307. Horum exemplorum ea inprimis ſunt notatu digna, in quibus fiebat $P = 1$. quia tum littera A abibat in infinitum eratque $\mathfrak{A} = 1$. In caſu igitur ſecundo, quem hactenus ſumus contemplati, ſtatuamus in genere $P = 1$. ac ſumi debebit $i = \frac{2}{33 - 24 \zeta}$. Tum ergo erit $\mathfrak{B} = 0$, ſimulque $B = 0$. vnde ſumto $\mathfrak{A} = 1$ et $A = \infty$ fiet $q = - A \mathfrak{B} a$, hinc viciſſim $A \mathfrak{B} = A B = - \frac{q}{a}$, ita, vt nunc diſtantia focalis ſecundae lentis q arbitrio noſtro penitus relinquatur; tum autem ad primum interuallum inueniendum ob $\mathfrak{B} = \frac{1 - P}{\zeta}$, erit $A a . \frac{P - P}{P} = A a . P - 1 = - A \mathfrak{B} . \zeta a = \zeta q$, atque hinc in genere diſtantiae focales ita ſe habebunt:

$p = a; \; q = q; \; r = \frac{1}{3} \mathfrak{C} q;$

$s = \frac{3C}{\mathfrak{M}} q; \; t = + \frac{15}{17 - 6\zeta} . \frac{C}{\mathfrak{M}} q;$

$u = \frac{15}{34 - 16\zeta} . \frac{C}{\mathfrak{M}} . q$ ſeu $u = \frac{1}{2} t.$

 Inter-

Interualla vero lentium erunt

$$1^{mum} = \zeta q;\ 2^{dum} = \tfrac{4}{3} \cdot q;$$

$$3^{tium} = \tfrac{1}{3} q \left(1 - \tfrac{33 - 24\zeta}{2\mathfrak{M}}\right) = \tfrac{1}{3} q \left(1 - \tfrac{3(11 - 8\zeta)}{2\mathfrak{M}}\right);$$

$$4^{tum} = \tfrac{12(3 - 2\zeta)}{17 - 8\zeta} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} q;\ 5^{tum} = \tfrac{15}{4(17 - 8\zeta)} \cdot \tfrac{C}{\mathfrak{M}} \cdot q.$$

vbi ergo manifeſtum eſt, neceſſario ſumi debere $\zeta < \tfrac{3}{2}$. Tum vero erit ſemidiameter aperturae lentis

$$2^{dae} = \tfrac{3}{4} \cdot \tfrac{\zeta}{\mathfrak{M}} \cdot q + x;\ \text{et}\ 3^{tiae} = \tfrac{3}{4} \tfrac{(\zeta - 1)}{\mathfrak{M}} \cdot r + \tfrac{1}{3} x.$$

Ceterum hic manifeſtum eſt, iſtas formulas ad teleſcopia accommodari neutiquam poſſe. Cum igitur omnes caſus, qui quidem in praxi locum habere poſſunt, adeo pro ſex lentibus euoluerimus iisque tantum campum conciliauerimus, quo maior deſiderari vix queat; huic capiti finem imponimus ad ſequens idque vltimum progreſſuri, in quo oſtendimus, quemadmodum loco lentis obiectiuae duas pluresue lentes ſiue ex eodem ſiue ex diuerſo vitri genere factas ſubſtituendo omnis plane confuſio tolli poſſit, vt hoc modo microſcopia omnibus numeris abſoluta nanciſcamur.

CAPVT

CAPVT III.

DE SVMMA HORVM MICROSCOPIORVM PERFECTIONE, DVM EA AB OMNI CONFVSIONE LIBERANTVR.

Problema 1.

§. 308.

Si lens obiectiua constet quatuor lentibus conuexis proxime inter se iunctis, quales descriptae sunt supra in problema 4. C. II. section. praeced.; reliquae vero lentes ita sint dispositae, vti in capitibus praecedentibus huius sectionis descripsimus, omnem confusionem a lentium apertura oriundam destruere.

Solutio.

Quatuor illas lentes in loco citato descriptas hic loco lentis obiectiuae substitui assumimus easque coniunctim in calculo instar vnicae lentis tractamus. Cum igitur littera A hic ad primam lentem pertineat, quatenus ea in determinationes sequentium lentium ingreditur, idem significat, quod in loco citato per productum A B C D significabatur. At supra

hoc productum designauimus littera ϑ, ex quo ad locum antecedentem regrediendo ibi ϑ idem erit, quod hic nobis est A. Ibi ergo quatuor illarum lentium distantias focales designemus litteris p', p'', p''', p'''' et cum cuilibet littera germanica conueniat, quae sit $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{A}''$, $\mathfrak{A}'''$, $\mathfrak{A}''''$; ex nostro A ob $\vartheta = A$ habebimus

$$\mathfrak{A}' = \frac{4A}{A+1};\ \mathfrak{A}'' = \frac{3A-1}{A+1};\ \mathfrak{A}''' = \frac{2A-2}{A+1} \text{ et } \mathfrak{A}'''' = \frac{A-3}{A+1};$$

atque ex his litteris germanicis, quatenus ad singulas quatuor lentes priores referuntur, vna cum numeris λ, qui pro singulis vnitati aequales sumuntur, singulae hae lentes per formulas notas construi possunt. Ante quam autem has ipsas distantias focales assignare queamus, interuallum minimum inter has lentes spectare debemus, quod cum ibi positum esset $= \zeta p$ ne haec littera ζ in nostris formulis confusionem pariat, statuamus hoc interuallum $= \delta p'$; vnde litterae ibi vsurpatae P, Q, R, S ita definientur

$$\frac{1}{P} = 1 + \frac{(3A-1)\delta}{A+1};$$

$$\frac{1}{PQ} = 1 + \frac{(5A-3)\delta}{A+1};$$

$$\frac{1}{PQR} = 1 + \frac{(6A-6)\delta}{A+1};$$

vnde ipsae distantiae focales erunt

$$p' = \frac{4A}{A+1}\cdot a;$$

$$p'' = \frac{4A}{A+1}\, a + \frac{4A(3A-1)\delta . a}{(A+1)^2};$$

p'''

$$p''' = \frac{4A}{A+1}a + \frac{4A(5A-3)\delta a}{(A+1)^2};$$

$$p'''' = \frac{4A}{A+1}a + \frac{4A(6A-6)\delta a}{(A+1)^2}.$$

His notatis, quod ſupra erat PQRS, hic nobis ſola littera P exprimitur, ita, vt iam interuallum a lente obiectiua vsque ad noſtram lentem ſecundam ſit

$$Aa(1 + \frac{6(A-1)\delta}{A+1} - \frac{1}{P})$$

quod ergo iam ſpectatur vt noſtrum interuallum primum. Ob multiplicationem ergo lentis obiectivae hoc primum interuallum quandam alterationem patitur a fractione δ natam; ſi enim prima lens eſſet ſimplex, hoc interuallum tantum eſſet $Aa(1 - \frac{1}{P})$, nunc autem id erit

$$= Aa(1 - \frac{1}{P}) + \frac{(6A-6)A\delta a}{A+1}.$$

Quia autem hoc augmentum plerumque eſt valde paruum, id facile negligi poterit; reliqua autem interualla ordine ſtabilito procedent, erit ſcilicet

$$2^{dum} = ABa(\frac{1}{P} - \frac{1}{PQ}) \text{ etc.}$$

et perinde ac ſequentes diſtantiae focales, ſcilicet

$$q = A\mathfrak{B}.\frac{a}{P};\ r = AB\mathfrak{C}.\frac{a}{PQ} \text{ etc.}$$

Nunc igitur totum negotium huc redit, vt confuſio a lentium apertura orta penitus ad nihilum redigatur, quod fit, vti loco citato inuenimus, ope huius aequationis:

$$0 = \frac{(1+A)^3}{16A^3} - \frac{\nu.(1+A)(5A^2-6A+5)}{16.A^3}$$
$$+ \frac{\delta.(1+A)^2(7A-5)}{32A^3} - \frac{\delta\nu.(A-1)(7A^2-18A+23)}{16A^3}$$
$$- \frac{1}{A^3P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{1}{A^3B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \text{ etc.}$$

ex qua aequatione fractio δ, qua exigua interualla inter lentes obiectiuas determinantur, commode definiri poteſt, ſi modo littera A numerum ſatis magnum veluti 60 denotet lentesque obiectiuae ex eiusmodi vitri genere parentur, pro quo ſit $\nu > \frac{1}{5}$. Supra enim oſtendimus, ſi ſit $A = 60$, vitrumque commune adhibeatur, pro quo ſit $n = 1,55$, tum fieri $\delta = \frac{1}{18}$, quoniam caſu $A = 60$ partes a ſequentibus lentibus ortae quaſi euaneſcunt. Huiusmodi igitur lens obiectiua compoſita cum omnibus praecedentibus microſcopiorum formis combinari poterit, in quibus ſcilicet ineſt littera A eique valor circiter 60 tribuatur. Quando autem hoc vſu venit, ne opus quidem erit in hunc valorem ipſius λ anxie inquirere; conſtructis enim ſingulis lentibus ſecundum praecepta cognita, id quod ſine notitia litterae δ fieri poteſt, interualla quatuor lentium obiectiuarum indefinita relinquantur eaque demum per experimenta ita determinentur, vt confuſio fiat quam minima, niſi forte plane nulla fieri nequeat. Tum autem ex forma harum lentium ſponte innoteſcit ſemidiameter aperturarum x, cuius hae lentes ſunt capaces, indeque menſura claritatis $= \frac{20.x}{\mathfrak{M}}$; exiſtente $\mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$. Reliqua

qua omnia autem momenta prorſus eadem manebunt, vti in praecedentibus capitibus eſt expoſitum.

Coroll.

309. Quodſi ergo fuerit $A = 60$ et quatuor lentes obiectiuae ex vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$, conficiantur, ſupra ſequentem harum lentium conſtructionem inuenimus.

Pro prima lente,

cuius diſtantia focalis eſt $= 3,9333.a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,97756.a. \\ \text{poſter.} = 0,67332.a. \end{cases}$

aperturae ſemidiameter $= 0,16583.a$.

Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis $= 4,5740.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,7682.a. \\ \text{poſter.} = 1,0384.a. \end{cases}$

Pro tertia lente,

cuius diſtantia focalis $r = 4,9965.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4,3440.a. \\ \text{poſter.} = 1,6833.a. \end{cases}$

Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $s = 5,2006.a.$ erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 18,1522.a. \\ \text{poſter.} = 3,4034.a. \end{cases}$

 Inter-

Interualla autem inter has quaternas lentes sumi poterunt $= 0{,}2185.a$ ea autem praestabit per experientiam definiri. Tum vero semidiameter aperturae capi poterit $x = 0{,}16583.a$; vnde colligitur mensura claritatis

$$= \frac{20.x}{\mathfrak{M}} = \frac{3{,}3166.a}{\mathfrak{M}} = \frac{26{,}5328}{\mathfrak{M}};$$

si scilicet distantia a in digitis exprimatur.

Coroll. 2.

310. Facile intelligitur, etiamsi littera A siue aliquanto maior siue minor caperetur, quam 60; tamen in constructione harum lentium vix vllam orituram esse variationem, quae quidem in praxi obseruari posset, id tantum hic notari oportet, quod si esset $A < 60$, tum lentes istas non amplius tam prope inter se constitui posse, quam confusionis destructio postulat. Sin autem $A > 60$; tum istud negotium eo felicius succedet.

Scholion.

311. In genere autem notetur, quo maior fuerit numerus A, eo felicius constructionem succedere, quandoquidem tum interualla harum lentium non amplius tantopere exigua reperientur, vnde hoc commodi consequimur, si forte sequentes lentes adhuc satis notabilem confusionem pariant, vt etiam ea lentes has magis appropinquando destrui possit. In vltimo autem

autem fcholio praecedentis capitis cafus occurrit, quo fiebat $A = \infty$ et $\mathfrak{B} = B = 0$, ita, vt effet $A B = -\frac{q}{a}$; ad hunc igitur cafum noftra lens obiectiua quadruplicata commodiffime adplicari poterit; tum enim fieri debebit

$$0 = \tfrac{1}{16} - \tfrac{5}{16}\nu + \tfrac{7}{32}\delta - \tfrac{7}{16}\delta\nu + \frac{a^3\lambda'}{q^3 P} + \frac{a^3}{3q^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \text{ etc.}$$

ex qua fractionem δ definiri oportet; tum autem diftantiae focales quatuor priorum lentium erunt

$$p' = 4a;\ p'' = 4a + 12\delta a;$$
$$p''' = 4a + 20\delta a;\ p'''' = 4a + 24\delta a.$$

quae ergo vtique etiam a fractione δ pendent, et vbi fupra diximus lentes conftrui poffe fine notitia ipfius δ; id tantum de eius valore adcurato eft intelligendum; in praxi enim fufficit eius valorem proxime noffe. Deinde vero litterae germanicae ad has lentes pertinentes erunt $\mathfrak{A}' = 4$; $\mathfrak{A}'' = 3$; $\mathfrak{A}''' = 2$; $\mathfrak{A}'''' = 1$. omnes vero litterae λ vnitati capiuntur aequales. Si igitur fumamus omnes lentes ex vitro communi confici, pro quo eft $n = 1,55$ erit $\nu = 0,2326$; fique info per fit $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$ ob $\mathfrak{C} = 1$ proxime, aequatio noftra refoluenda induet hanc formam:

$$0 = -\frac{0,1630 + 1,8718.\delta}{16} + \frac{4a^3}{3q^3};$$

vbi fequentia membra, quae infuper per $\mathfrak{M}$ funt diuifa, tuto reiicere licet; hinc ergo colligimus

$$\delta = 0,08708 - 11,397 \cdot \frac{a^3}{q^3};$$

 vnde

vnde patet, esse debere $\frac{q}{a} > 5,0771$. Si ergo sumamus $q = 10.a$ fiet $\delta = 0,07569 = \frac{3}{40}$ seu proxime $\delta = \frac{1}{13}$, qui valor satis est ad praxin accommodatus, quem in sequente exemplo fusius euoluemus.

Exemplum.

312. Si omnes lentes ex vitro communi parentur, vt omnis confusio tollatur, sumi debet $\delta = \frac{1}{13}$ et $q = 10.a$ eruntque distantiae focales nostrarum quatuor lentium obiectiuarum

$p' = 4a$; $p'' = 4,923.a$;

$p''' = 5,538.a$; $p'''' = 5,846.a$.

$\mathfrak{A}' = 4$; $\mathfrak{A}'' = 3$; $\mathfrak{A}''' = 2$; $\mathfrak{A}'''' = 1$.

Deinde interualla inter has quatuor lentes erunt $= \frac{4}{13}a = 0,307.a$. Deinde vero interuallum ab hac lente obiectiua ad secundam lentem principalem erit proxime $= 10\zeta a$, vbi ζ adhuc nostro arbitrio relinquitur, dummodo sit $\zeta < \frac{3}{2}$. Tum vero reliquae lentes et reliqua momenta manebunt prorsus, vti in scholio vltimo capitis praecedentibus sunt exposita. Hinc igitur singulae lentes formari poterunt ac pro secunda ac tertia quidem etiam poni debet $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$.

Pro prima igitur harum lentium obiectiuarum, cuius distantia focalis est $p' = 4a$ et $\mathfrak{A}' = 4$, erit radius faciei

anter.

$$\text{anter.} = \frac{p'}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{-p'}{4,1194} = -0,97101.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p'}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p'}{5,9375} = 0,67368.a.$$

Pro secunda, cuius distantia focalis est $p'' = 4,923.a$ et $\mathfrak{A}'' = 3$, erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p''}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{-p''}{2,6827} = -1,8351.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p''}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho)} = \frac{p''}{4,5008} = 1,0938.a.$$

Pro tertia lente, cuius distantia focalis est $p''' = 5,538.a$ et $\mathfrak{A}''' = 2$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{-p'''}{1,2460} = -4,4447.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p'''}{3,0641} = 1,8074.a.$$

Pro quarta lente, cuius distantia focalis est $p'''' = 5,846.a$ et $\mathfrak{A}'''' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{+p''''}{0,1907} = +30,6560.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p''''}{1,6274} = +3,5922.a.$$

Pro secunda vero lente principali, cuius distantia est arbitraria $= q$ ob $\mathfrak{B} = 0$ et $\lambda' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{q}{\sigma} = 0,61448.q$$

$$\text{poster.} = \frac{q}{\varrho} = 5,2439.q$$

Pro tertia autem lente principali est $\frac{1}{3}\mathfrak{C}\, q = \frac{1}{3} q$ ob $\mathfrak{C} = 1$ proxime et $\lambda'' = 1$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\varrho} = 1,7479.q$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\sigma} = 0,20483.q$$

 qui-

quibus inuentis sequitur

Constructio generalis Microscopii ex nouem lentibus compositi ex vitro communi parandis.

313. Sumta pro lubitu distantia obiecti $= a$, constructio ita se habebit

I. Pro prima lente,

cuius distantia focalis $= 4a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,97101 \cdot a \\ \text{poster.} = 0,67368 \cdot a \end{cases}$

quae ergo aperturam admittit, cuius semidiameter $x = 0,1684 \cdot a$

Distantia ad lentem secundam $= 0,307 \cdot a$.

II. Pro secunda lente,

cuius distantia focalis est $= 4,923 \cdot a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,8351 \cdot a \\ \text{poster.} = 1,0938 \cdot a \end{cases}$

cuius apertura est, vt primae, et distantia ad lentem tertiam $= 0,307 \cdot a$.

III. Pro tertia lente,

cuius distantia focalis $= 5,538 \cdot a$. capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4,4447 \cdot a \\ \text{poster.} = 1,8074 \cdot a. \end{cases}$

apertura, vt primae, et distantia ad quartam $= 0,307 \cdot a$.

IV. Pro

IV. Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $= 5, 846. a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 30, 6560. a \\ \text{poſter.} = 3, 5922. a \end{cases}$

apertura, vt primae, diſtantia ad quintam $= \zeta q$, vbi ζ eſt numerus minor, quam $\frac{1}{2}$; at q quantitas arbitrio noſtro relicta.

V. Pro quinta lente,

cuius diſtantia focalis $= q$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0, 61448. q \\ \text{poſter.} = 5, 2439. q \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{3}{4} . \frac{\zeta}{\mathfrak{M}} q + x$;

et diſtantia ad lentem ſextam $= \frac{4}{3} q$.

VI. Pro ſexta lente,

cuius diſtantia focalis eſt $r = \frac{1}{3} q$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1, 7479. q \\ \text{poſter.} = 0, 2048. q \end{cases}$

eius aperturae ſemidiameter

$$= \frac{3}{4} . \frac{(\zeta - 4)}{\mathfrak{M}} r + \frac{1}{3} x = \frac{1}{4} . \frac{(4 - \zeta)}{\mathfrak{M}} q + \frac{1}{3} x.$$

et diſtantia ad lentem ſeptimam

$$= \frac{1}{3} q \left(1 - \frac{3(11 - 8\zeta)}{2\mathfrak{M}} \right).$$

VII. Pro ſeptima lente,

cuius diſtantia focalis $s = \frac{3C}{\mathfrak{M}} . q$ et quae debet eſſe vtrinque aeque conuexa, capiatur

radius

radius vtriusque faciei $= 1, 1. s.$

et femidiameter aperturae $= \frac{1}{4} s.$

diftantia vero ad lentem octauam $= \frac{12(3-2\zeta)}{17-8\zeta} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} q.$

VIII. Pro octaua lente,

cuius diftantia focalis $t = \frac{15}{17-8\zeta} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} . q$ capiatur

radius vtriusque faciei $= 1, 1. t.$

et femidiameter aperturae $= \frac{1}{4} t.$

diftantia vero ad lentem nonam $= \frac{15}{4(17-8\zeta)} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} . q.$

IX. Pro nona lente,

cuius diftantia focalis $u = \frac{15}{34-16\zeta} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} . q.$ capiatur

radius faciei vtriusque $= 1, 1. u.$

aperturae femidiameter $= \frac{1}{4} . u.$

atque erit diftantia ad oculum $= \frac{1}{3} u.$

X. Tum vero fpatii in obiecto confpicui femidiameter erit $z = \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$; quod cernetur claritatis gradu, cuius menfura eft $= \frac{20 . x}{\mathfrak{M}} = \frac{3,368 . a}{\mathfrak{M}}.$

XI. Hic autem ex multiplicatione propofita $= m$ nafcitur $\mathfrak{M} = \frac{ma}{b}$, fumto $b = 8$ dig. per m igitur expreffa menfura claritatis erit $= \frac{26,944}{m}.$

XII. Praeterquam autem, quod litterae ζ et q ab arbitrio noftro pendent, etiam C pro lubitu affumi poteft, dummodo fit numerus fatis magnus

magnus eique fini inseruit, vt vltimae lentes non fiant nimis exiguae, si scilicet multiplicatio fuerit praemagna. Notetur autem, cum ob sumtum $A = \infty$ hae formulae aliquantum *a* calculo discrepent, errores euitari posse, si per experientiam tam distantia obiecti, quam interualla quatuor priorum lentium debite determinentur.

Scholion.

314. Quoniam hic casus, quo erat $A = \infty$ moram facessere posset, applicemus nostram lentem obiectiuam quadruplicatam ad casum in exemplo. 3. casus tertii, vbi erat $P = \frac{3}{2}$, $\mathfrak{B} = -1$ et $B = -\frac{1}{2}$, quoniam commode litterae A valor satis magnus tribui poterit. Tum ergo sequentium lentium distantiae focales manebunt, vti ibi sunt descriptae perinde atque earum interualla, nisi quod primum interuallum nunc debeat esse

$$A\,a\left(1 + \frac{6.(A-1)\delta}{A+1} - \frac{1}{P}\right) = A\,a\left(\frac{1}{3} + \frac{6.(A-1)\delta}{A+1}\right)$$
$$= A\,a\left(\frac{1}{3} + 6.\delta\right)$$

ad confusionem autem tollendam iam satisfieri oportet huic aequationi:

$$0 = \frac{(1+A)^3}{16A^3} - \frac{\nu.(1+A)(5A^2-6A+5)}{16.A^3}$$
$$+ \frac{\delta.(1+A)^2(7A-5)}{32A^3} - \frac{\delta\nu.(A-1)(7A^2-18A+23)}{16A^3}$$
$$+ \frac{2}{3.A^3}(\lambda' - 2\nu) + \frac{8.\lambda''}{3.A^3};$$

ex qua fractionem δ definiri oportet, quod quo commodius fieri possit, ita, vt pro δ fractio non nimis exigua reperiatur, omnes quatuor lentes obiectiuam constituentes ex vitro chrystallino (Flint Glaff) confici sumamus, ita, vt nunc sit $\nu = 0,2529$ atque nunc etiam pro A non opus erit numerum adeo magnum statuere; si enim statuamus $A = 50$; reperietur ista aequatio, postquam scilicet per $16 A^3$ fuerit multiplicata

$$0 = -24768 + 242679.\delta + 50.$$

vnde colligitur

$$\delta = \frac{24718}{242679} = \frac{1}{10} \text{ proxime}$$

qui valor ad praxin maxime est accommodatus. Sumto igitur $a = 50$ et $\delta = \frac{1}{10}$; distantiae focales quatuor priorum lentium erunt

$$p' = 3,922.a; \; p'' = 5,063.a;$$
$$p''' = 5,821.a; \; p'''' = 6,183.a;$$

quibus iungantur numeri

$$\mathfrak{A}' = 3,922; \; \mathfrak{A}'' = 2,922;$$
$$\mathfrak{A}''' = 1,922; \; \mathfrak{A}'''' = 0,922.$$

Interuallum vero singularum harum lentium est $\frac{1}{10}p' = 0,392.a$. Deinde vero interuallum a lente obiectiua ad lentem principalem secundam $= 46,667.a$. Ex his ergo quatuor lentes obiectiuam constituentes sequenti modo construentur.

Pro

Pro prima lente,
cuius diſtantia focalis eſt $p' = 3,922 . a$
et numerus $\mathfrak{A}' = 3,922 = 4 - \frac{1}{13}$, erit radius faciei

anter. $= \frac{p'}{\sigma - \mathfrak{A}'(\sigma - \varrho)} = - \frac{p'}{4,0717} = - 0,9632 . a.$

poſter. $= \frac{p'}{\varrho + \mathfrak{A}'(\sigma - \varrho)} = \frac{p'}{5,7958} = 0,6767 . a.$

Pro ſecunda lente,
cuius diſtantia focalis eſt $p'' = 5,063 . a$
et numerus $\mathfrak{A}'' = 2,922 = 3 - \frac{1}{13}$ erit radius faciei

anter. $= - \frac{p''}{2,6304} = - 1,9248 . a$

poſter. $= \frac{p''}{4,3545} = 1,1628 . a$

Pro tertia lente,
cuius diſtantia focalis eſt

$p''' = 5,821 . a$ et $\mathfrak{A}''' = 1,922 . a$

erit radius faciei

anter. $= - \frac{p'''}{1,1891} = - 4,8953 . a$

poſter. $= \frac{p'''}{2,9132} = 1,9981 . a.$

Pro quarta lente,
cuius diſtantia focalis

$p'''' = 6,183 . a$ et $\mathfrak{A}'''' = 0,922$,

erit radius faciei

anter. $= \frac{p''''}{0,2522} = 24,5160 . a$

poſter. $= \frac{p''''}{1,4719} = 4,2007 . a.$

Quod ad ſequentes lentes attinet nihil intereſt, ex quonam vitri genere parentur, dummodo tres poſtre-

mae vtrinque fiant aeque conuexae. Binis autem prioribus figura adeo quaecunque tribui poteſt, dummodo diſtantias focales aſſignatas adipiſcantur. Ex his igitur colligitur ſequens

Conſtructio Microſcopii ex quatuor lentibus obiectiuis et quinque ocularibus compoſiti.

315 Quatuor lentes priores obiectiuam conſtituentes ex vitro chryſtallino, pro quo eſt $n = 1,58$, parari ſumuntur, reliquas autem lentes ex vitro quocunque conficere licebit.

Conſtructio autem ipſa ita ſe habebit:

I. Pro lente prima,

cuius diſtantia focalis eſt $3,922. a$, capiatur

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0,9632. a \\ \text{poſter.} = 0,6767. a. \end{cases}$$

cuius aperturae ſemidiameter ſumi poterit $x = 0,169. a.$ et diſtantia ad lentem ſecundam $= 0,392. a.$

II. Pro ſecunda lente,

cuius diſtantia focalis $= 5,063. a.$ erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -1,9248\ a. \\ \text{poſter.} = 1,1628. a. \end{cases}$$

cuius apertura eſt, vt primae, diſtantia ad lentem ſequentem quoque $= 0,392. a.$

III. Pro

III. Pro tertia lente,

cuius diſtantia focalis $= 5,821.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -4,8953.a. \\ \text{poſter.} = 1,9981.a. \end{cases}$

apertura, vt ante, et diſtantia ad quartam denuo $= 0,392.a$.

IV. Pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $= 6,183.a$, erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 24,5160.a. \\ \text{poſter.} = 4,2007.a. \end{cases}$

apertura, vt primae, at diſtantia ad lentem ſequentem $46,667.a$.

V. Quintae lentis

diſtantia focalis ſit $q = 3,333.a$

et ſemidiameter aperturae $= \frac{z\,q}{8\,\mathfrak{M}} + \frac{2}{3}x$

et diſtantia ad lentem ſextam $= 25.a$.

VI. Sextae lentis

diſtantia focalis ſit $r = 8,333.a$.

ſemidiameter aperturae $= \frac{21.r}{8.\mathfrak{M}} + \frac{1}{3}x$

diſtantia ad lentem ſeptimam $= 8,333.a\left(1 - \frac{12}{\mathfrak{M}}\right)$.

VII. Septimae lentis

quae vtrinque debet eſſe aequaliter conuexa, vti et duae ſequentes; diſtantia focalis eſt $s = \frac{75.C}{\mathfrak{M}}.a$

et apertura maxima; et diſtantia ad lentem octavam $= \frac{1,78 \cdot C}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

VIII. Octauae lentis

diſtantia focalis ſit $t = 35,2 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

et diſtantia ad lentem nonam $= 6,70 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

IX. Nonae denique lentis

diſtantia focalis eſt $u = 13,40 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

et diſtantia ad oculum $= \frac{1}{3} u$.

X. Spatii autem in obiecto conſpicui ſemidiameter erit $= \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$. quod apparebit gradu claritatis, cuius menſura eſt $= \frac{3,38 \cdot a}{\mathfrak{M}} = \frac{27,04}{m}$.

Scholion.

316. In his microſcopiis id deſiderari poterit, quod eorum longitudo fiat nimis magna, cuius rei ratio maximam partem in eo eſt ſita, quod erat $P = \frac{3}{2}$. Quamobrem noſtram lentem quadruplicatam ad exemplum octauum accommodemus, vbi eſt $P = 24$, $\mathfrak{B} = -\frac{23}{4}$ et $B = -\frac{23}{27}$; vnde patet, ſi iterum capiatur $A = 50$, partes confuſionis a lentibus B et C ortas magis euaneſcere, quam caſu praecedente; tum vero etiam littera δ eundem, quem ante, valorem retinebit; hinc ergo formari potent ſequens

Con-

Conſtructio Microſcopii ex nouem lentibus compoſiti, quarum quatuor priores lentem obiectiuam conſtituentes ex vitro chryſtallino ſint factae.

317. In hac conſtructione quatuor articuli priores ad lentes obiectiuas relati manent iidem, vt in genere praecedente, niſi quod ſtatui debeat

IV. interuallum quartae lentis ad quintam $= 76,65.a$. Reliqui porro articuli erunt, vt ſequuntur.

V. Quintae lentis

diſtantia focalis ſit $q = 11,98.a$

et ſemidiameter aperturae

$= \frac{3q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{24}x$; exiſtente $x = 0,169.a$.

Diſtantia ad lentem ſextam $= 15,97.a$.

VI. Sextae lentis

diſtantia focalis ſit $r = 14,19.a$.

et ſemidiameter aperturae $= \frac{1}{3}x$.

Diſtantia ad lentem ſeptimam $= 14,19.a\left(1 - \frac{3}{\mathfrak{M}}\right)$

VII. Septimae lentis

quae vtrinque debet eſſe aequaliter conuexa, vt et duae ſequentes, ſit diſtantia focalis $s = 127,71.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a$. cui lenti apertura tribuitur maxima, et diſtantia ad lentem octauam $= 47,92.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a$.

et

VIII. Lentis octauae

distantia focalis sit $t = 78, 76 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

et distantia ad lentem nonam $= 19, 95 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

IX. Nonae denique lentis

distantia focalis est $u = 39, 90 \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a$.

et distantia ad oculum $= \frac{1}{3} u$.

X. Denique, vt ante, est spatii in obiecto conspicui semidiameter $= \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$, quod apparebit gradu claritatis, cuius mensura est $\frac{3,38 \cdot a}{\mathfrak{M}} = \frac{27,04}{m}$.

Scholion.

318. Tum in his duabus microscopiorum speciebus, quam in aliis, quae simili modo in medium afferri possunt, id potissimum inprimis notatu dignum occurrit, quod eaedem lentes ad omnes plane multiplicationes, dummodo satis magnas, aeque adhiberi possunt. Cum enim numerus C plane ab arbitrio nostro pendeat, dummodo sit mediocriter magnus, ita, vt $\mathfrak{C} = \frac{C}{1+C}$ in praxi pro vnitate haberi queat; fractio $\frac{C}{\mathfrak{M}}$ tanquam data spectari potest veluti $= \frac{1}{10}$ vel $= \frac{1}{20}$, vt postremae lentes non fiant nimis exiguae, ita vt haec fractio multiplicationem non amplius continere sit censenda: Hoc igitur notato solum intervallum lentium sextae et septimae multiplicationem

deter-

determinabit, ita, vt manentibus tam iisdem lentibus, quam reliquis interuallis solum istud interuallum pro varia multiplicatione mutari debeat, quae adeo mutatio non adeo erit magna. Si enim desideretur multiplicatio $m = 400$, sumta distantia obiecti $a = \frac{1}{4}$ dig. erit $\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{M}}{16} = 25$. hincque istud interuallum

$$= 12,49.\, a = 6,24. \text{ dig. ob } a = \tfrac{1}{2} \text{ dig.}$$

Sin autem velimus multiplicationem $m = 800$, hoc interuallum erit $= 13,34.\, a = 6,67$. dig. Atque adeo si hoc interuallum sumeretur $= 14,19.\, a = 7,09$. dig. tunc multiplicatio infinita produceretur. Semper autem consultum erit his instrumentis non nisi ad multiplicationes maximas vti, quoniam nisi $\mathfrak{M}$ esset numerus valde magnus, littera C tanta non foret, vt $\mathfrak{C}$ pro vnitate haberi posset.

Scholion.

319. Videamus nunc etiam, an hae lentes obiectiuae quadruplicatae ad eos casus adplicari possent vbi littera A fit negatiua, ad quod inuestigandum sumamus superius exemplum septimum, vbi erat $P = \frac{18}{25}$ atque vt interuallum

$$A a \left(1 + \frac{6(A-1)\delta}{A+1} - \frac{1}{P}\right)$$

prodeat positiuum, posito $A = -\alpha$, debebit esse

$$\alpha a \left(\frac{7}{18} - \frac{6(\alpha+1)}{\alpha-1}\delta\right) \text{ positiuum hincque } \delta < \frac{7(\alpha-1)}{108(\alpha+1)}$$

ideoque multo magis $\delta < \frac{7}{108}$ siue $\delta < \frac{1}{18}$ id quod in

praxi locum habere nequit. Quia autem hoc non ſucceſſit ob valorem $P = \frac{18}{25}$, faciamus adplicationem ad Exempl. 3. Caſ. I., vbi erat $P = \frac{3}{7}$, $\mathfrak{B} = \frac{16}{21}$, $B = \frac{16}{5}$. Hoc caſu ergo poſitiuum eſſe debet interuallum

$$\alpha a \left(\frac{4}{3} - \frac{6(\alpha + 1)}{\alpha - 1}\delta\right)$$

vnde pro δ valor non nimis exiguus requiritur. Examinari autem oportet aequationem, qua confuſio tollitur, quae per $16 A^3$ multiplicata erit

$$0 = -(\alpha - 1)^3 + \nu(\alpha - 1)(5\alpha^2 + 6\alpha + 5)$$
$$- \frac{\delta(\alpha - 1)^2(7\alpha + 5)}{2} + \delta\nu(\alpha + 1)(7\alpha^2 + 18\alpha + 23)$$
$$- \frac{16}{P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{16}{3.B^3}\lambda''.$$

cui quidem aequationi ſatis idoneis valoribus tam pro α, quam δ ſatisfieri poſſet, ſed quia haec microſcopiorum ſpecies alii incommodo eſt obnoxia, quandoquidem vna lens in ipſa imagine reali poſteriori eſt conſtituta, vnde repraeſentationem non mediocriter inquinari iam ſupra obſeruauimus, non opus eſſe duco, hanc euolutionem ſuſcipere, ſed potius formularum inuentarum adplicationem ad teleſcopia oſtendi eo magis conueniet, quod earum vſus in microſcopiis non tantopere deſiderari videtur, quoniam perinde eſt, ſiue obiecta inuerſe ſiue erecte repraeſentantur; quae autem ſupra de teleſcopiis huius generis ſunt allata ad duos tantum caſus nimis particulares ſunt referenda. Quare ex hac vlteriori iſtius generis euolutione non contemnendum ſupplementum peti poteſt.

Ad-

Adplicatio huius problematis ad Telefcopia.

320. Cum diftantia obiecti $a = \infty$; litteram A euanefcentem fumi oportet ita tamen, vt A a diftantiam finitam, quae fit $= l$, denotet. Hinc igitur noftrarum quatuor lentium obiectiuarum diftantiae focales ita fe habebunt:

$$p' = 4\,l;\quad p'' = 4\,(1 - \delta)\,l;$$

$$p''' = 4\,(1 - 3\,\delta)\,l;\quad p'''' = 4\,(1 - 6\,\delta)\,l;$$

exiftente communi interuallo inter has lentes $= 4\,\delta\,l$. Litterae autem germanicae ad has lentes conftruendas adhibendae funt

$$\mathfrak{A}' = 0;\quad \mathfrak{A}'' = -1;\quad \mathfrak{A}''' = -2;\quad \mathfrak{A}'''' = -3;$$

dum alterae litterae λ, λ' etc. omnes funt $= 1$. Tum vero interuallum ab hac lente quadruplicata ad lentem fequentem erit $= (1 - 6\,\delta - \frac{1}{P})\,l$. Verum ad confufionem deftruendam nunc ifta habebitur aequatio

$$0 = \frac{1}{16} - \frac{5\nu}{16} - \frac{5\delta}{32} + \frac{23\cdot\delta\nu}{16} - \frac{1}{P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$$

$$+ \frac{1}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \text{ etc.}$$

quae fi lentes ex vitro chryftallino conficiantur, vbi eft $\nu = 0{,}2529$ abit in hanc:

$$0 = -\frac{0{,}2645 + 3{,}3167\,\delta}{16} - \frac{1}{P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$$

$$+ \frac{1}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right).$$

Hinc ergo fi duo poftrema membra euanefcerent, fo-

 ret

ret circiter $\delta = \frac{1}{13}$; accedentibus autem iſtis membris minor euadet; verum tamen haec membra tam debent eſſe exigua, vt non ſuperent $\frac{0,2645}{16}$; inter exempla autem in fine capitis ſuperioris allata nullum occurrit, quod hic locum habere queat, cum confuſionis partes ex his lentibus natae multo ſint maiores; neque etiam formulae generales ibi datae ad hunc vſum accommodari poſſunt, ita, vt huiusmodi lens obiectiua quadruplicata in hoc teleſcopiorum genere nullum plane vſum habere poſſit.

Problema 2.

321. Si lens obiectiua conſtet tribus lentibus, quarum prima ſit concaua ex vitro chryſtallino, duae autem reliquae conuexae ex vitro coronario confectae, reliquis lentibus omnibus manentibus, vti in capite praecedente ſunt deſcriptae, microſcopium conſtruere, quod ab omni confuſione ſit liberatum.

Solutio.

Hic in ſubſidium vocetur Problema 2. Cap. III. ſectionis praecedentis, vbi pro tribus iſtis lentibus obiectiuis in euolutione ſequentes ſumti ſunt valores:

$\mathfrak{A} = -\frac{1}{2}$; $A = -\frac{1}{3}$;

$\mathfrak{B} = 2$; $B = -2$; $\mathfrak{C} = 1$. et $C = \infty$,

ſeu potius C indefinitum, dum ſit numerus ſatis mag-

magnus. Deinde $\frac{1}{P} = \frac{17}{14}$; $\frac{1}{PQ} = \frac{37}{28}$; vnde trium harum lentium diſtantiae focales, quas hic litteris p', p'', p''' deſignemus, ita ſunt definitae

$$p' = -\tfrac{1}{8}a; \; p'' = \tfrac{17}{27}.\, a; \; p''' = \tfrac{37}{42}.\, a.$$

Interualla autem harum lentium $= \frac{1}{14}.\, a.$

Vt igitur has determinationes ad praeſens inſtitutum accommodemus, quod ibi erat A B C, hic nobis eſt ſimpliciter A ita, vt ſit $\frac{2}{3}$ C = A ſeu, quod ibi erat C, hic nobis eſt $\frac{3}{2}$ A. et quia ibi $\mathfrak{C}$ erat indefinitum, etiamnunc hic A denotabit numerum indefinitum, dummodo ſit ſatis magnus. Deinde quod ibi erat P Q R, hic nobis ſimpliciter erit P, quod ideo etiamnum eſt indefinitum; vnde interuallum a lente obiectiua hac triplicata ad lentem vsque ſequentem nobis hic erit $= Aa\left(\frac{37}{28} - \frac{1}{P}\right)$. Vt vero omnis confuſio tollatur, ſi littera λ referatur ad lentem primam concauam chryſtallinam, cui reſpondeant litterae μ et ν, pro ſequentibus vero lentibus coronariis litterae λ, λ', λ'' etc. vnitati aequales ponantur, ac vitro coronario conueniant litterae μ' et ν'. littera λ definiri debet ex hac aequatione

$$8\lambda = 6\nu + \frac{\mu'}{\mu}.\, \mathfrak{A} \text{ exiſtente}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{27.17}{8.14}(1 - 2\nu') + \frac{27.37}{8.28}\left(1 + \frac{2\nu'}{3A}\right)$$
$$- \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right).$$

Hic ergo ex ſupra euolutis exemplis ea eligi pote-

 runt,

runt, in quibus A numerum ſatis magnum denotare poteſt atque vbi $\frac{1}{p} < \frac{17}{28}$, ſicque plures huiusmodi microſcopiorum ſpecies omni confuſione carentes inueniri poterunt. Notetur autem eſſe

$$\mu = 0,8724, \text{ et } \nu = 0,2529;$$

at vero

$$\mu' = 0,9875, \text{ et } \nu' = 0,2196.$$

ita, vt ſit

$$\log. \frac{\mu'}{\mu} = 0,0538214.$$

Hinc ergo euolutione facta erit

$$\Lambda = 2,2983 + 4,4598 + \frac{0,6520}{A} - \frac{1}{A^3 P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{1}{A^3 B^3 PQ}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu'}{C\mathfrak{C}}\right)$$

hocque valore inuento erit

$$\lambda = 0,1897 + \frac{\mu'}{8\mu}.\Lambda.$$

exiſtente

$$\log. \frac{\mu'}{8\mu} = 9.1507314.$$

Coroll. I.

322. Hinc ergo patet, ſi modo capiatur $A = 10$. hincque in ſuperioribus formulis $C = 15$; partes huius formulae poſteriores tam fieri exiguas, vt tuto negligi queant, dummodo litterae $\mathfrak{B}$ et B, quae ſunt nega-

negatiuae, non fiant vnitate multo minores, quod facile obtinetur, si modo P vnitatem notabiliter superet. Tum igitur habebitur satis exacte

$$\lambda = 0,1897 + 0,9654 = 1,1551.$$

Coroll. 2.

323. Quia in hac hypothesi pro superioribus formulis erat $C = 15$, cum tamen ibi sumsissemus $\mathfrak{C} = 1$. quo haec fiant accuratiora, debuissemus ibi sumere $\mathfrak{C} = \frac{15}{16}$, vnde pars illa tertia 4, 4598 aliquanto maior euasisset in ratione $15^3 : 16^3$, quo facto loco istius numeri substitui debet hic 5, 4111. ex quo concluditur $\lambda = 1,2897$. Tum vero pro tertia lente obiectiua fiet $p''' = 0,826.a$.

Coroll. 3.

324. Vt autem aliquam rationem teneamus sequentium lentium, istum valorem ipsius λ tantillum augeri oportebit eumque ergo sumamus $\lambda = 1,29$. Vnde pro constructione primae lentis chrystallinae fiet $\tau \surd (\lambda - 1) = 0,4725$.

Hinc pro prima lente obiectiua, cuius distantia focalis est $p' = -\frac{1}{2}a$. et numerus $\mathfrak{A}' = -\frac{1}{2}$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p'}{\sigma - \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \pm \tau \surd(\lambda - 1)} = \frac{p'}{1,8308} = -0,273.a$$

$$\text{poster.} = \frac{p'}{\varrho + \mathfrak{A}(\sigma - \varrho) \mp \tau \surd \lambda - 1} = -\frac{p'}{0,1067} = 4,686.a.$$

Pro

Pro secunda vero lente obiectiua ex vitro coronario, cuius distantia focalis est $p'' = \frac{17}{21}.a. = 0,8095.a$ ob $\mathfrak{B} = 2$, supra inuentus est

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -0,6708.\,a \\ \text{poster.} = 0,2617.\,a. \end{cases}$$

Pro tertia autem lente obiectiua, cuius est distantia focalis $p''' = 0,826.\,a$ ob $\mathfrak{C} = \frac{15}{16}$ erit radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{p'''}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{p'''}{0,3163} = 2,611.\,a$$

$$\text{poster.} = \frac{p'''}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho)} = \frac{p'''}{1,5705} = 0,526.\,a$$

quibus tribus lentibus, quarum interualla sunt $= \frac{1}{14}a = 0,071.\,a.$ tribui poterit apertura, cuius semidiameter $x = 0,065.\,a.$ vnde nascitur claritas, cuius mensura est $= \frac{10,4}{m}$.

Coroll. 4.

325. Quod ad reliquas lentes attinet, quoniam in calculum confusionis non ingrediuntur, perinde est ex quonam vitro parentur et quaenam figura ipsis tribuatur, dummodo eae vtrinque fiant aeque convexae, quae maximam aperturam habere debent; id tantum notetur, interuallum a tertia lente obiectiua ad sequentem lentem esse debere $= 10.\,a\,(\frac{37}{38} - \frac{1}{P})$.

Exempl.

Exempl. I.

326. Adplicemus haec ad Exempl. 2. postremi casus capitis praecedentis, vbi secunda lens plane tollebatur primumque et secundum interuallum in vnum coalescebat, quod nunc erit $= 16,54. a$. Hinc ergo sequitur

Constructio Microscopii ex septem lentibus compositi.

Hic praeter distantiam obiecti $= a$ multiplicatio m vt data assumitur, vnde fit $\mathfrak{M} = \frac{ma}{h}$. Tum vero etiam numerus C arbitrio nostro relinquitur, dummodo sit praemagnus; quo effici poterit, vt postremae lentes non fiant nimis exiguae. Constructio igitur ita se habebit:

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino paranda, cuius distantia focalis est $p' = -\frac{1}{2} a$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,273. a. \\ \text{poster.} = 4,686. a. \end{cases}$

eius aperturae semidiameter $x = 0,065. a$ et interuallum ad lentem secundam $= 0,071. a.$

II. Pro secunda lente ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $p'' = 0,809. a$, capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,671. a. \\ \text{poster.} = 0,262. a. \end{cases}$

eius apertura, vt primae, et interuallum ad lentem tertiam etiam $= 0,071. a.$

 III. Pro

III. Pro tertia lente itidem ex vitro coronario paranda, cuius distantia focalis est $p''' = 0,826.a.$ capiatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 2,611.a. \\ \text{poster.} = 0,526.a. \end{cases}$

eius apertura etiam, vt primae, at interuallum ad lentem quartam $= 16,54.a$

IV. Pro quarta lente perinde est ex quonam vitro paretur; dummodo sit eius distantia focalis $r = \frac{10}{3}\mathfrak{C}.a$ siue proxime $r = 3\,a$: neque etiam multum refert, quaenam huic lenti figura tribuatur.

Eius aperturae semidiameter $= \frac{3r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3}x$ et interuallum ad lentem quintam

$$= \frac{10}{3}.\,C.\,a\left(1 - \frac{1}{i\mathfrak{M}}\right) = \frac{10}{3}\,C\,a\left(1 - \frac{33}{2\mathfrak{M}}\right) \text{ ob } i = \frac{2}{33}.$$

V. Pro quinta lente, quam vtrinque aeque conuexam esse oportet, distantia focalis $s = 30.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a.$ eiusque apertura maxima. Interuallum ad lentem sextam

$$= \frac{16(3i+2)}{9i+1}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a. = \frac{360}{17}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a.$$

VI. Pro sexta lente pariter vtrinque aeque conuexa distantia focalis est

$$t = \frac{225.i}{9i+1}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a. = \frac{150}{17}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a.$$

et interuallum ad lentem septimam

$$\frac{225.i}{4(9i+1)}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a. = \frac{75}{34}.\frac{C}{\mathfrak{M}}.a.$$

VII.

VII. Pro feptima lente etiam vtrinque aeque conuexa diftantia focalis eft

$$u = \frac{225\, i}{18\, i + 2} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a = \tfrac{1}{2}\, t = \tfrac{75}{17} \cdot \frac{C}{\mathfrak{M}} \cdot a.$$

et diftantia ad oculum $= \frac{1}{3} u$.

VIII. Spatii in obiecto confpicui erit femidiameter $= \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$ et menfura claritatis $= \frac{10,4}{m}$.

Hic igitur quantitas C arbitrio noftro relinquitur, dummodo fit numerus fatis magnus ita, vt fractio $\frac{C}{\mathfrak{M}}$ tanquam data fpectari poffit; deinde patet etiam effe $t = \frac{5}{34} \cdot s$. ficque ipfis lentibus iisdem manentibus idem inftrumentum ad omnes multiplicationes aptum reddi poterit, dummodo interuallum inter lentem quartam et quintam varietur, cum etiam reliqua interualla maneant eadem ob fractionem $\frac{C}{\mathfrak{M}}$.

Exempl. 2.

327. Lentem noftram obiectiuam triplicatam etiam coniungere licebit cum fuperiori exemplo tertio, vbi erat $P = \frac{3}{2}$ et $\mathfrak{B} = -1$. Manebunt igitur tres priores articuli, vti in exemplo praecedente, nifi quod in fine tertii fcribi debet

Interuallum a tertia lente ad quartam

$$= \left(\tfrac{37}{28} - \tfrac{1}{P}\right) A\, a = 6{,}55 \cdot a.$$

IV. Pro quarta lente perinde eft ex quonam vitro paretur, dummodo fit eius diftantia focalis

$q = \frac{20}{3} . a = 6,7 . a.$

Eius aperturae femidiameter $= \frac{5}{8} . \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$

et interuallum ad lentem quintam $= 5 . a.$

V. Pro quinta lente, cuius distantia focalis est

$r = \frac{5}{3} \mathfrak{C} a = 1,667 . \mathfrak{C} . a = 1,50 . a,$

fumto fcilicet $\mathfrak{C} = \frac{9}{10}$ fiquidem vnitati prorfus aequari non poteft.

Eius aperturae femidiameter $= \frac{21 . r}{8 \mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x.$

Interuallum ad lentem fextam $= \frac{5}{3} . C . a . (1 - \frac{12}{\mathfrak{M}})$ feu fi ponatur $\frac{C}{\mathfrak{M}} = \gamma$, vt fit $C = \gamma \mathfrak{M}$ hoc interuallum erit $= \frac{5}{3} \gamma a (\mathfrak{M} - 12)$ vbi γ ita fumitur, vt lenter fequentes non fiant nimis exiguae.

VI. Pro fexta lente, quae cum fequentibus debet effe vtrinque aeque conuexa, diftantia focalis fit $s = 15 . \gamma . a.$

Eius apertura maxima, feu femidiameter aperturae $= \frac{1}{4} s.$ et interuallum ad lentem feptimam

$= \frac{135}{14} . \gamma a = 9,643 . \gamma . a.$

VII. Pro feptima lente

diftantia focalis $t = \frac{225}{32} . \gamma a = 7,031 . \gamma a.$

Aperturae femidiameter $= \frac{1}{4} t.$

Interuallum ad lentem octauam $= \frac{75}{56} . \gamma a = 1,349 . \gamma a.$

VIII.

VIII. Pro lente octaua

diſtantia focalis $u = \frac{75}{28} \cdot \gamma a = 2,698 \cdot \gamma a$.

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} u$.

Diſtantia ad oculum $= \frac{1}{3} u$.

IX. Spatii in obiecto conſpicui erit ſemidiameter $= \frac{3a}{4\mathfrak{M}}$ et menſura claritatis $= \frac{10,4}{m}$.

Exempl. 3.

328. Superius quartum exemplum huc transferri nequit; ex quinto autem vbi $P = \frac{18}{7}$ et $\mathfrak{B} = -\frac{12}{7}$ naſcitur haec conſtructio.

Tres articuli priores manent vt in exemplo primo; iis autem ſubiungatur

Interuallum a tertia lente ad quartam $= 9,32 \cdot a$.

IV. Pro quarta lente

diſtantia focalis $q = \frac{55}{9} \cdot a = 6,11 \cdot a$.

Eius aperturae ſemidiameter $= \frac{3}{4} \cdot \frac{q}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{18} \cdot x$.

Diſtantia ad lentem quintam $= \frac{715}{162} \cdot a = 4,392 \cdot a$.

V. Pro quinta lente

diſtantia focalis $r = 1,83 \cdot a$.

Eius aperturae ſemidiameter $= \frac{9}{4} \cdot \frac{r}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{3} x$.

Diſtantia ad lentem ſextam $= 2,037 \gamma a (\mathfrak{M} - 10)$.

VI. Pro ſexta lente

Diſtantia focalis $s = \frac{55}{3} \cdot \gamma a = 18,33 \cdot \gamma a$.

 Aper-

Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} s$.
Distantia ad lentem septimam $= 11, 096. \gamma a$.

VII. Pro septima lente

Distantia focalis $t = \frac{275}{38}. \gamma a = 7, 237. \gamma. a$.
Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} t$.
Interuallum ad lentem octauam $= \frac{275}{152} \gamma. a. = 1,809. \gamma a$.

VIII. Pro octaua lente

Distantia focalis $u = \frac{1}{2} t = 3, 618. \gamma a$.
Aperturae semidiameter $= \frac{1}{4} u$.
et distantia ad oculum $= \frac{1}{3} u$.

IX. Campus et claritas se habent, vti in praecedentibus exemplis.

Exempl. 4.

329. Ex superiori exemplo octauo, vbi $P = 24$ et $\mathfrak{B} = - \frac{23}{4}$ nascitur haec constructio.

Tribus prioribus articulis manentibus, vt ante, subiungatur

Distantia tertiae lentis ad quartam $= 12, 79. a$.

IV. Pro quarta lente

Distantia focalis $q = \frac{115}{48}. a = 2, 396. a$.
Aperturae semidiameter $= \frac{8q}{\mathfrak{M}} + \frac{1}{24} x$.
Interuallum ad quintam lentem $= \frac{115}{36} a = 3, 194. a$.

V. Pro

V. Pro quinta lente

Diſtantia focalis $r = \frac{230}{81} \mathfrak{C} a = 2,556.\ a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{3} x.$

Interuallum ad ſextam lentem $= 2,839.\ \gamma a (\mathfrak{M}-3)$

VI. Pro ſexta lente

Diſtantia focalis $s = 25,555.\ \gamma.\ a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} s.$

Interuallum ad ſeptimam lentem $= 9,583.\ \gamma.\ a.$

VII. Pro ſeptima lente

Diſtantia focalis $t = 15,967.\ \gamma.\ a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} t.$

Interuallum ad lentem octauam $= \frac{1}{4} t = 3,992.\ \gamma a.$

VIII. Pro octaua lente

Diſtantia focalis $u = \frac{1}{2} t = 7,983.\ \gamma\ a.$

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} u.$

Interuallum ad oculum $= \frac{1}{3} u.$

IX. Campus et apertura vt in praecedentibus exemplis.

Exempl. 5.

330. Facta denique applicatione ad ſuperius exemplum 9. poſtremo naſcitur haec conſtructio.

Tribus prioribus lentibus manentibus vt hactenus ſubiungatur tertio articulo

Inter-

Interuallum tertiae et quartae lentis $= 12, 24. a.$

IV. Pro quarta lente

Diſtantia focalis $q = \frac{325}{144} \cdot a = 2, 257. a.$
Aperturae ſemidiameter $= \frac{3q}{\mathfrak{M}} + \frac{7}{72} x.$
Diſtantia ad quintam lentem $= 3, 009. a.$

V. Pro quinta lente

Diſtantia focalis $r = 2, 09. a.$
Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{3} x.$
Interuallum ad ſextam lentem $= 2, 33 \gamma a (\mathfrak{M} - 1).$

VI. Pro ſexta lente

Diſtantia focalis $s = 20, 97 \gamma a.$
Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} s.$
Interuallum ad ſeptimam lentem $= 5, 242. \gamma a.$

VII. Pro ſeptima lente

Diſtantia focalis $t = 15, 726. \gamma a.$
Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} t.$
Interuallum ad lentem octauam $= \frac{1}{4} t = 3, 931. \gamma a.$

VIII. Pro octaua lente

Diſtantia focalis $u = 7, 863. \gamma a.$
Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4} u.$
Diſtantia ad oculum $= \frac{1}{3} u.$

IX. Campus et claritas ſe habent, vt in praecedentibus exemplis.

FINIS OPERIS.